

А.С. ЛИТВИНКО

---

МИКОЛА  
МИКОЛАЙОВИЧ  
**БОГОЛЮБОВ**  
ТА  
СТАТИСТИЧНА  
ФІЗИКА  
В УКРАЇНІ

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ЦЕНТР ДОСЛІДЖЕНЬ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ  
ТА ІСТОРІЇ НАУКИ ім. Г.М. ДОБРОВА

А.С. Литвинко

---

МИКОЛА  
МИКОЛАЙОВИЧ  
**БОГОЛЮБОВ**  
ТА  
СТАТИСТИЧНА  
ФІЗИКА  
В УКРАЇНІ

---

ВИДАВНИЧИЙ ДІМ  АКАДЕМ ПЕРІОДИКА

КИЇВ • 2009

УДК 53(091)(477)  
ББК 22.317 г  
Б 74

**Литвинко А.С.** Микола Миколайович Боголюбов та статистична фізика в Україні. — К.: Академперіодика, 2009. — 304 с., 1 с. ил.

У монографії в контексті світової науки висвітлено вплив праць академіка НАН України М.М. Боголюбова на розвиток статистичної фізики в Україні. Показано ідейний зв'язок досліджень М.М. Боголюбова в галузі нелінійних коливань, статистичної фізики, квантової теорії поля та теорії елементарних частинок. Охарактеризовано особливості статистичної фізики як предметної галузі, її задачі та методологію. На основі численних інтерв'ю, взятих авторкою у колег та учнів М.М. Боголюбова, реконструйовано творчий портрет і процес формування наукової школи вченого.

Для науковців, студентів та аспірантів у галузі фізики, математики, історії науки.

Відповідальний редактор

*ХРАМОВ Юрій Олексійович,*  
доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу історії науки і техніки Центру досліджень науково-технічного потенціалу та історії науки ім. Г.М. Доброва НАН України.

Рецензенти:

*ПЕЛЕТМІНСЬКИЙ Сергій Володимирович,*  
академік НАН України, провідний науковий співробітник відділу квантової теорії поля та статистичної фізики Інституту теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера Національного наукового центру "Харківський фізико-технічний інститут";

*ЗИНОВ'ЄВ Геннадій Михайлович,*  
доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України;

*САВЧУК Варфоломій Степанович,*  
доктор історичних наук, професор кафедри квантової макрофізики Дніпропетровського національного університету;

*ГЕРАСИМЕНКО Віктор Іванович,*  
доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу математичних методів у статистичній механіці Інституту математики НАН України.

*Затверджено до друку вченою радою  
Центру досліджень науково-технічного потенціалу  
та історії науки ім. Г.М. Доброва НАН України  
(протокол № 11 від 28.09.2006)*



## ПЕРЕДМОВА

Постать академіка НАН України М.М. Боголюбова, який стояв біля засад формування ряду наукових напрямів сучасного природознавства, являє собою непересічне явище в історії вітчизняної науки. Він здійснив значний вплив на розвиток математичної та теоретичної фізики в Україні і світі, запропонував принципово нові ідейні підходи та одержав фундаментальні результати в таких, на перший погляд, віддалених галузях, як математична та статистична фізика, квантова теорія поля й теорія елементарних частинок.

Особливе місце в системі фізичних наук завдяки загальності ймовірнісних методів та колективних уявлень, які формують сучасну наукову картину світу, займає статистична фізика. Незважаючи на її складність та значну розробленість, М.М. Боголюбову вдалося одержати тут результати світового рівня. Тому не випадково дана монографія, що є узагальненням багаторічної роботи авторки в галузі історії статистичної фізики, присвячена висвітленню впливу, який був здійснений працями М.М. Боголюбова та його педагогічною діяльністю на формування та розвиток даного наукового напрямку в Україні. Такий підхід й обумовив структуру книги, яка складається з шести розділів та охоплює питання методології статистичної фізики та її ключового значення для формування нового ймовірнісного стилю мислення у природознавстві; реконструкції творчого портрету М.М. Боголюбова як вченого та засновника наукової школи; внеску М.М. Боголюбова та його перших учнів у математичну фізику і створення нелінійної механіки; світового контексту розвитку статистичної фізики, пов'язаного з іменами А. Крьюніга, Р. Клаузіуса, Дж. Максвелла, Л. Больцмана, Дж. Гіббса, Ш. Бозе, А. Ейнштейна, Е. Фермі, П. Дірака, Л. Онсагера; передісторії, становлення та розвитку даної галузі в Україні в другій половині XIX—60-х роках XX століття завдяки працям М.П. Авенаріуса, М.Д. Пильчикова, О.П. Грузинцева, М. Смолуховського, М.М. Пирогова, М.М. Шіллера, Т.О. Афанасьєвої-Еренфест, Л.Д. Ландау та М.М. Боголюбова; діяльності дочірніх шкіл М.М. Боголюбова в галузі статистичної фізики — наукових шкіл академіків НАН України І.Р. Юхновського та С.В. Пелетмінського.

Безумовно, написання цієї книги було б неможливим без плідного тривалого спілкування авторки з багатьма фізиками, з якими їй пощастило зустрічатися та працювати. Саме численні бесіди, інтерв'ю з учнями, послідовниками та колегами М.М. Боголюбова, їх ґрунтовні, узагальнюючі, а подекуди й світоглядні міркування щодо розвитку фізичної науки в Україні і

світі, місця статистичної фізики в системі наук, особливостей формування наукової школи М.М. Боголюбова привели до ідеї написання даної монографії та допомогли сформуванню концепцію викладення матеріалу. Передусім хотілося б пригадати тих, кого вже нема з нами — яскравих вчених і особистостей — академіків НАН України О.І. Ахієзера, Ю.О. Митропольського, О.Г. Ситенка, Г.С. Писаренка, О.С. Парасюка, Д.Я. Петрину, Б.Г. Лазарева, О.Я. Усикова, Я.Б. Файнберга, членів-кореспондентів НАН України О.М. Боголюбова, В.І. Фущича та О.П. Ключарьова, докторів фізико-математичних наук Б.В. Струминського та А.М. Федорченка. Сердечна вдячність за щирий інтерес та підтримку нашої роботи, відкритість і готовність до спілкування також нині працюючим — академікам НАН України В.Г. Бар'яхтару, І.Р. Юхновському, С.В. Пелетмінському, А.Г. Загородньому, членам-кореспондентам НАН України К.М. Степанову, В.П. Шелесту, Е.Г. Петрову, М.Ф. Головку, І.М. Мриглоду, Ю.В. Слюсаренку, докторам фізико-математичних наук Г.М. Зинов'єву, Ю.Л. Ментковському, В.І. Герасименку, О.Л. Ребенку, В.В. Красильникову, О.Й. Соколовському, О.М. Тарасову, М.І. Шуту, В.П. Олійнику, кандидатам фізико-математичних наук О.Л. Іванківу, О.В. Пацаган, В.В. Ігнатюку, О.О. Костенку.

Щира вдячність відповідальному редактору — відомому історичному фізику, доктору фізико-математичних наук, професору, завідувачу відділу історії науки ЦДПІН НАН України Ю.О. Храмову за ідейну підтримку та наполегливе стимулювання роботи, без чого книга не побачила б світ. Моя сердечна подяка всім колегам-історикам науки, особливо науковцям старшого покоління відділу історії науки і техніки — кандидату фізико-математичних наук І.Д. Зосимович, кандидату фізико-математичних наук Т.М. Виврот, кандидату технічних наук С.А. Хорошевій, доктору історичних наук С.П. Рудій, кандидату хімічних наук Л.О. Боярській, доктору фізико-математичних наук В.О. Добровольському, доктору біологічних наук О.Я. Пилипчуку, доктору медичних наук Ю.К. Дупленку, доктору історичних наук Л.О. Бесову, кандидату історичних наук А.М. Глебовій, кандидату фізико-математичних наук Л.П. Пономаренку, які протягом багатьох років підтримували мене у роботі над монографією та надавали корисні професійні поради.

Особлива подяка рецензентам академіку НАН України С.В. Пелетмінському, доктору фізико-математичних наук, професору Г.М. Зинов'єву, доктору історичних наук, професору В.С. Савчуку, доктору фізико-математичних наук, професору В.І. Герасименку, завдяки чийй невтомній праці над рукописом, слухним зауваженням та конструктивній критиці книга набула нинішнього вигляду.

Щиро дякую за фахову допомогу у пошуку архівних документів завідувачці Архіву Президії НАН України В.В. Савіній. У монографії також використані фотографії з особистих архівів академіків НАН України О.Я. Усикова, В.Г. Бар'яхтара, С.В. Пелетмінського, І.Р. Юхновського, А.Г. Загороднього, професорів Г.М. Зинов'єва та Ю.О. Храмова.

І, нарешті, завершення цієї праці було б неможливим без підтримки моєї сім'ї — мами, чоловіка та синів, які завжди з повагою ставились до творчого процесу та вірили у його успіх.



## ВСТУП

Статистична фізика описує закономірності поведінки багаточастинкових систем у природі, вона завжди була та залишається однією з ключових галузей сучасної теоретичної фізики, оскільки досліджує практично всі види матерії — тверді тіла, рідини та полімери, рідкокристалічні та міцелярні системи, електроліти, гази, плазму, макромолекули, важкі ядра.

Діапазон явищ, які вивчає статистична фізика, надзвичайно широкий і охоплює поведінку матерії при низьких температурах у рідкому гелії, властивості високотемпературної плазми, агрегатні стани речовини, фазові переходи, електропровідність, теплоємність тіл, флуктуації, рух електронів у металах. Методи статистичної фізики застосовуються в молекулярній фізиці, фізиці твердого тіла, ядерній фізиці, радіофізиці, астрофізиці, оптиці, біофізиці, техніці.

Один із фундаторів статистичної фізики Дж. Гіббс зазначав: "Незважаючи на те, що своїм виникненням статистична механіка завдячує дослідженням у галузі термодинаміки, вона, вочевидь, значною мірою заслуговує на незалежний розвиток завдяки як елегантності та простоті своїх принципів, так і новим результатам, висвітленню старих істин у галузях, зовсім далеких від термодинаміки" [1, с. 13]. Американський фізик Ч. Кіттель писав, що "статистичній фізиці притаманні витонченість філософського аспекту її основних положень, вишуканість математичного апарату, який використовується при розв'язанні її задач, а також широта застосувань у астрофізиці, біології, фізиці твердого тіла та ядерній фізиці, техніці зв'язку та математиці" [2, с. 7].

Методологію та математичний апарат статистичної фізики, фундаментальну ймовірнісну ідею, яка покладена у її основу, визначають широка світоглядна та евристична спрямованість. Вони формують нову наукову методологію пізнання світу — ймовірнісний стиль мислення у природознавстві в цілому, який стає корисним при вирішенні багатьох проблем, навіть далеких від фізичних задач, а тому є суттєвим чинником побудови сучасної наукової картини світу. Підкреслюючи фундаментальне значення створення статистичної механіки, відомий математик Н. Вінер навіть стверджував, що "саме Гіббс, а не Альберт Ейнштейн, Вернер Гейзенберг чи Макс Планк, здійснив першу велику революцію в фізиці ХХ сторіччя" [3, с. 26].



На підґрунті статистичної фізики наприкінці ХХ століття як її далекосяжне узагальнення сформувалась нова міждисциплінарна галузь науки — синергетика (започаткована Г. Хакеном та І. Пригожиним), що вивчає самоорганізацію складних систем та перетворення хаосу на порядок. Її значення полягає у залученні точного природознавства до теми виникнення та еволюції Всесвіту, обґрунтуванні необоротності нелінійного світу. Основними ідеями синергетики, на основі яких формується тенденція щодо побудови глобального еволюційного синтезу в природознавстві, є рівноправність процесів еволюції та деградації; творча роль хаосу на шляху до порядку незалежно від характеру систем; розвиток через нестійкість системи; нелінійний характер еволюції більшості складних систем та наявність кількох варіантів їх розвитку; закономірність виникнення структур зростаючої складності; включення випадковості у механізм еволюції. До ключових результатів світового рівня тут слід віднести дослідження динамічного хаосу, які бурхливо розвиваються в останні десятиріччя та набувають застосувань у багатьох розділах науки і техніки, зокрема, в теорії хімічних реакцій, радіотехніці, фізиці плазми, теорії прискорювачів заряджених частинок тощо. "Парадокс часу не був осмислений до другої половини ХХ століття, — писав І.Р. Пригожин. — До цього закони динаміки вже давно сприймалися як вираз ідеалу об'єктивного знання. Нині ситуація змінилася. Ми знаємо, що необоротність... відіграє суттєву, конструктивну роль. Ми діти стріли часу, еволюції, але ніяк не її творці" [4, с. 5].

Нам видається цікавим і доречним навести також висловлювання сучасних українських вчених, відомих працями з методів та застосувань статистичної фізики.

Так, розмірковуючи про місце статистичної фізики в системі наук, академік НАН України С.В. Пелетмінський зазначає: "Ця галузь науки стосується всіх наук — фізики твердого тіла, фізики плазми, теорії фазових переходів тощо. Все це статистична фізика. Тому, якщо треба пояснити фізичні явища, то без статистичної фізики тут не обійтись, її методи та ідеї відіграють ключову, визначальну роль для розуміння практично всіх явищ природи, вона дає також філософські узагальнення. Сьогодні деякі питання вже вирішені, проте років тридцять тому проблеми необоротності були багато в чому філософськими проблемами. Наприклад, проблеми, пов'язані з Великим вибухом, також мають загальнофілософський зміст — чи був він взагалі, що під ним розуміти, що було до нього? Серед ключових результатів, які визначають сьогодні формування ймовірного стилю мислення в природознавстві, слід назвати вивчення бозе-конденсації в ідеальних газах, дослідження надплинності у критичному стані (super-solid), коли кристал переходить у стан, дуже близький до стану надплинної рідини. Ці праці зараз цікавлять як теоретиків, так і експериментаторів, оскільки такі надплинні квантові кристали ще не знайдені. Але фізики вірять, що цей стан має існувати, і дослідження стимулюють розвиток теоретичних уявлень про таку фазу речовини.

Останнім часом між собою межують статистична фізика і квантова теорія поля, розвивається теорія фазових переходів у статистичній фізиці, реля-

тивістська статистична фізика. Методи статистичної фізики застосовують у космології, теорії Великого вибуху, моделях елементарних частинок. Широко використовуються такі нові поняття, як струни та брани, до яких застосовують теорію фазових переходів, які відбувалися протягом тисячних часток секунди від початку виникнення Всесвіту. Експериментального матеріалу, на жаль, обмаль, є тільки непрямі підтвердження, пов'язані з мікрохвильовим випромінюванням. Ці дослідження значно дискусійні, але є сучасними, цікавими та стимулюють розвиток більш "земних проблем" \*.

Говорячи про місце статистичної фізики в сучасній науковій картині світу та про її роль на сучасному етапі побудови фізичних уявлень, академік НАН України В.Г. Бар'яхтар підкреслював, що її застосовують при вирішенні різних проблем фізичної науки: "Ефекти, які ми досліджували у магнетизмі, збагатили конкретно, нетривіально фізику взаємодії багатьох частинок. Результати зі зростання ентропії мають загально філософське значення у фізиці. Сьогодні проблема переходу від упорядкованого руху до хаосу є однією з центральних, викликає надзвичайну зацікавленість бозе-ейнштейнівська конденсація. Зростання ентропії — це шлях, за яким можна прослідкувати, як з механіки, здавалося б, оборотної, виникають необоротні явища, як виникає стріла часу" \*.

В останні роки коло застосувань статистичної фізики суттєво розширилось. За словами члена-кореспондента НАН України І.М. Мриглода, нині вона охоплює практично все, що традиційно відносили до хімічних та біологічних наук. Бурхливо розвиваються такі напрями, як фізика складних систем, економічна фізика, фізика комплексних мереж тощо, де слово "фізика" часто використовується лише для позначення підходу, притаманного саме статистичній фізиці. Серед екзотичних задач статистичної фізики — це проблеми руху транспорту, великих груп птахів чи риб, особливостей формування громадської думки \*.

Член-кореспондент НАН України М.Ф. Головка так вказує на фундаментальне значення статистичної фізики для нового міждисциплінарного синтезу у природознавстві: "Статистична фізика встановлює зв'язок між мікроскопічними та макроскопічними властивостями, дає відповідь на питання про причини еволюції та деградації систем. Методи, розвинуті у статистичній фізиці, використовуються при моделюванні також економічних та суспільних процесів. Розвиток статистичної фізики зараз відбувається бурхливо, але я б зазначив тенденцію до поєднання комп'ютерних та аналітичних методів на різних ділянках статистичної фізики, використання методів, що поєднують властивості системи в різних масштабах часу і простору" \*.

Член-кореспондент НАН України Ю.В. Слюсаренко пише, що "статистичну фізику часто називають "царицею наук", зазначаючи її роль у формуванні наукового світогляду та методології наукових досліджень. Методи статистичної фізики застосовні (а часто і необхідні чи є єдино можливими) для

---

\* Тут і далі: особисті повідомлення вчених авторці.



опису не тільки різноманітних фізичних систем, які складаються з великого числа складових. Завдяки своїй універсальності вони використовуються у хімії, біології, матеріалознавстві, зараз виникла нова галузь їх застосування — економічна фізика" \*.

Професор В.В. Красильников вважає, що "статистична фізика є одним з фундаментальних наріжних каменів у науковій картині світу. Але її не можна уявляти собі як дещо закінчене та непорушне. Вона постійно розвивається, поглиблює та уточнює наше уявлення про світ. Людство пізнає світ саме за методами статистичної фізики", — підкреслює він \*. "Методи статистичної фізики є невід'ємною складовою частиною методологічного апарату теоретичної фізики, який спрямований на розкриття і розуміння основних законів і явищ навколишньої природи (як неживої, так і живої)", — зазначає відомий спеціаліст у галузі статистичної теорії рідин О.В. Пацаган \*.

Таким чином, сьогодні статистична фізика є фундаментальною теорією сучасного природознавства, а ймовірнісна ідея, яка лежить у її основі — фундаментальною ідеєю, що виступає суттєвим чинником побудови сучасної наукової картини світу. Цьому великою мірою сприяли праці фізика-теоретика і математика, академіка Національної академії наук України Миколи Миколайовича Боголюбова — одного з визначних учених, які формували сучасні наукові уявлення, де відображені фундаментальні дослідження та результати світового рівня в галузі математики, механіки і фізики. Він зробив вагомий внесок у варіаційне числення, функціональний аналіз, теорію диференціальних рівнянь, теорію ймовірності і теорію майже періодичних функцій; розробив асимптотичні методи теорії нелінійних коливань; запропонував новий підхід до статистичної фізики, де запровадив ключову ідею про ієрархію часів релаксації в нерівноважних процесах та метод одержання кінетичних рівнянь на основі механіки сукупності частинок; створив у квантовій статистичній механіці мікроскопічні теорії надплинності та надпровідності. Завдяки працям вченого розроблено новий аксіоматичний підхід до квантової теорії поля, побудовано теорію матриці розсіяння, вперше строго доведено дисперсійні співвідношення, що стало основою створення нового напрямку в теорії сильних взаємодій. В теорії елементарних частинок він незалежно від інших запровадив нове квантове число, що в подальшому дістало назву "колір" та побудував схему сильних взаємодій, засновану на трьох триплетах кварків з цілочисловими зарядами. Це стало важливим кроком на шляху створення квантової хромодинаміки.

Хоч про М.М. Боголюбова чимало написано як про вченого, вчителя і людину в різноманітних ювілейних, а зараз, на жаль, і меморіальних статтях, проте на цей час не існує узагальнюючого дослідження, присвяченого вивченню впливу, здійсненого науковою та педагогічною діяльністю М.М. Боголюбова на розвиток статистичної фізики в Україні. Пропонована монографія має на меті заповнити цю прогалину.

Відправною точкою досліджень М.М. Боголюбовим з 1945 р. проблем статистичної фізики стали результати в галузі нелінійної механіки та загальної те-

орії динамічних систем, одержані ним наприкінці 30-х років ХХ століття. На момент, коли Микола Миколайович зацікавився статистичною фізикою, ще не існувало єдиної точки зору на нерівноважні процеси, на відміну від рівноважних. Зокрема, відчувалась необхідність у дослідженні зв'язку між рівняннями типу Больцмана, які описують процеси перенесення, та рівняннями Ліувілля, яким описується еволюція всіх можливих станів класичних систем скінченного числа частинок.

Динамічне обґрунтування статистичної теорії нерівноважних процесів було започатковано працями Ж. Івона (1935 р.), М. Борна та Г. Гріна, Дж. Кірквуда з учнями та М.М. Боголюбова (1946—1947 рр.). У них з рівняння Ліувілля виводились рівняння, що описували зміну частинкових функцій розподілу та утворювали ланцюжок "зачеплених" рівнянь — ланцюжок рівнянь Боголюбова—Борна—Гріна—Кірквуда—Івона (ББГКІ). Суттєвою та оригінальною особливістю праці М.М. Боголюбова "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" було запровадження замість больцманівської гіпотези молекулярного хаосу додаткової умови про послаблення кореляцій при необмеженому зростанні відстані між молекулами, що забезпечує необоротність релаксаційного процесу, а також принципової ідеї про ієрархію часів релаксації в багаточастинковій системі. М.М. Боголюбову вдалося розробити загальний метод побудови кінетичних рівнянь, який ґрунтується лише на основних положеннях статистичної механіки для систем взаємодіючих частинок, а також вперше дати строге математичне обґрунтування граничного переходу до нескінченного числа ступенів вільності в нескінченному об'ємі для класичних систем.

У галузі квантової статистичної термодинаміки, якою в подальшому почав займатися М.М. Боголюбов, особливе значення мають його праці з теорії конденсації неідеального бозе-газу. Існуюча на той час макроскопічна феноменологічна теорія надплинності, яку було розроблено у 1938—1941 рр. Л. Тиссою та Л.Д. Ландау, не змогла пояснити внутрішній механізм цього явища. Складність полягала в необхідності врахування взаємодії між частинками, тому за об'єкт дослідження найдоцільніше було взяти неідеальні бозе-системи. За цією ідеєю й була розроблена в 1947 р. М.М. Боголюбовим мікроскопічна теорія надплинності. У 1958 р. на основі цих уявлень він передбачив новий фундаментальний ефект надплинності ядерної матерії, що є суттєвим для сучасної теорії ядра. Важливим був й подальший розвиток даних розробок, зокрема, побудова М.М. Боголюбовим у 1957 р. математично строгого обґрунтування мікроскопічної теорії надпровідності, яку незадовго до цього запропонували Дж. Бардін, Л. Купер та Дж. Шриффер (теорія БКШ).

Праці М.М. Боголюбова мали значний вплив на формування та розвиток статистичної фізики. Монографія "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" (1946 р.) стала початком широкомасштабних досліджень цієї галузі в Україні, які були пов'язані значною мірою з працями учнів та послідовників М.М. Боголюбова, зокрема у створеному за його ініціативою Інституті теоретичної фізики НАН України.

Слід зазначити також роботи, які проводились у галузі розробки методів статистичної фізики, та їх застосування в інших установах НАН України, а саме: у Харківському фізико-технічному інституті, Інституті фізики, Інституті фізики конденсованих систем, Фізико-технічному інституті низьких температур, Інституті радіофізики та елек-троніки, Інституті напівпровідників, Інституті металофізики, Інституті проблем матеріалознавства, Донецькому фізико-технічному інституті, а також Київському, Харківському, Львівському, Одеському, Донецькому та Сумському університетах. Серед ключових результатів, що були одержані в Україні, треба назвати такі: використання статистичного підходу до опису систем заряджених частинок, зокрема, плазми, розчинів електролітів, фазових переходів II роду, моделей сильно взаємодіючих частинок, узагальнення методу скороченого опису на широкі класи макроскопічних систем.

## РОЗДІЛ 1

---

# М.М. БОГОЛЮБОВ ЯК УЧЕНИЙ ТА ЗАСНОВНИК НАУКОВОЇ ШКОЛИ

---





*М.М. Боголюбов як учений*

*М.М. Боголюбов як людина та педагог*

*Формування М.М. Боголюбовим  
київської теоретичної школи*





### *1.1. М.М. Боголюбов як учений*

Завдяки видатним досягненням, широкому науковому світогляду, постійному розширенню кола інтересів, глибині запропонованих фізичних ідей та методів ім'я М.М.Боголюбова стало в ряд з іменами визначних учених світу. "Наука — головна і єдина мета в моєму житті", — так визначав своє життєве кредо сам Микола Миколайович. Один з перших учнів М.М. Боголюбова академік НАН України Ю.О. Митропольський говорив, що М.М. Боголюбов — це вчений, якого за масштабом наукової думки можна порівняти з такими корифеями, як А. Пуанкаре, О.М. Ляпунов, А.М. Колмогоров \*. Учень Миколи Миколайовича академік НАН України О.С. Парасюк зазначав, що "М.М. Боголюбов був надзвичайно компетентною людиною, яка багато що могла зробити, та тримав руку на пульсі сучасних проблем" \*.

З цими висловлюваннями співзвучні спогади доктора фізико-математичних наук Ю.Л. Ментковського про свого вчителя: "Миколі Миколайовичу були притаманні багатогранність, ерудиція, сміливість, незалежність та оригінальність наукового мислення, математична міць. Практично всі його результати — значущі й безперечні" \*.

Коли М.М. Боголюбова питали, де він вчився, вчений відповідав, що не закінчив жодного університету. Відповідь ця, звичайно, не зовсім коректна, адже університетом для М.М. Боголюбова став постійний науковий пошук, а ранньому розкриттю його таланту сприяла підтримка та чуйне керівництво вчителів, з якими він зустрівся на життєвому шляху.

Народився Микола Миколайович 21 серпня 1909 р. у Нижньому Новгороді. Сім'я Боголюбових до Жовтневої революції жила в Ніжині, де батько, Микола Михайлович Боголюбов, працював професором філософії Ніжинського ліцею. Раніше він викладав психологію та Закон Божий у нижньгородській духовній семінарії. Дід Миколи Миколайовича, як і його батько, був священником. У 1912 р. Боголюбови переїхали до Києва, оскільки батько зайняв кафедру богослов'я в університеті Святого Володимира, став професором та настоятелем університетської церкви. Поблизу університету родина Боголюбових і оселилась.



Академік Микола Миколайович Боголюбов. 40-ві рр. ХХ ст.

Початкову освіту М.М. Боголюбов дістав вдома. Його першим педагогом був батько, який вважав, що з дітьми треба починати заняття в ранньому віці, і приділяв цьому багато уваги. Так, він вчив синів читати з чотирьох з половиною років, у п'ятирічному віці Микола читав вже вільно. Батько дав дітям також перші відомості з арифметики та мов. Миколі подобалися книги з історії, географії, мінералогії, його цікавили питання будови речовини, хімії. У 1914 р., повернувшись з подорожі до Німеччини, батько почав займатися з дітьми німецькою мовою, в 1915 р. — французькою, а в 1916 р. — англійською мовою. Сам він добре володів багатьма мовами, читав в оригіналі Ч. Дікенса.

У 1917 р. Миколу віддали до 1-ї Олександрівської гімназії, де він закінчив підготовчий та перший класи. Як не дивно, але тоді у нього не відмічалися особливі успіхи з математичних наук, з арифметики він мав "4", йому більше подобались географія та історія. Один з викладачів навіть говорив, що з Боголюбова математика ніколи не вийде.

У 1918 р. в університеті було ліквідовано кафедру богослов'я, і батько стає парафіяльним священиком у селі Велика Круча на Полтавщині. Тут Микола почав відвідувати шостий клас семирічної церковно-парафіяльної школи, де зустрівся з висококваліфікованими, цікавими та небайдужими вчителями. Склад викладачів школи був просто унікальним. Згадуючи про це пізніше, Микола Миколайович скаже, що такий педагогічний колектив створив би славу й авторитет будь-якій московській школі. Керував школою та викладав алгебру Олександр Олександрович Корсун, доля якого склалася трагічно. Його було репресовано та страчено у 1937 р. Математику читав Павло Аполлонович Ященко, колишній граф, який дістав освіту в Сорбонні, географію — Павло Григорович Дядюн, суспільні науки — Петро Михайлович Бугай. Всі вони, помітивши здібності Миколи, приділяли багато часу індивідуальним заняттям



зі своїм учнем та розробили спеціально для нього програми з вищої математики, алгебри, геометрії та географії. Так, з П.А. Ященко, який тільки почав викладацьку діяльність у Великій Кручі, вони вдвох розв'язали "Зібрання арифметичних задач" А.Ф. Малініна та К.П. Буренина, а з О.О. Корсуном опрацювали алгебру за курс повної середньої школи. Крім інтенсивних занять з викладачами, М.М. Боголюбов багато працював і сам. Через те, що не було підручника з тригонометрії, йому довелось скласти для себе курс тригонометрії та вивести самостійно всі формули. Таким чином, за 2,5 роки він оволодів курсом математики за повну середню школу. Крім того, у віці 11 років Микола самостійно проробив підручник з математики для другого курсу університету.

У школі багато часу приділялось і гуманітарним дисциплінам. О.М. Боголюбов згадував, що там панував буквально культ Т.Г. Шевченка, з того часу і до кінця життя М.М. Боголюбов знав напам'ять майже половину "Кобзаря" \*. Розвитку здібностей М.М. Боголюбова сприяла й атмосфера сім'ї. В ній високо цінували поетичне слово, музику, мати чудово грала на роялі, в домі влаштовували музичні вечори. Софія Яківна Соколова, тітка поета Ушакова, займалась з Миколою мовами.

У 1922 р., коли М.М. Боголюбову виповнилось 13 років, батько вирішив, що сину потрібні подальші заняття математикою. Вони удвох почали вивчати "Курс диференціального та інтегрального числення" В.Е. Гренвіля та М.М. Лузіна, причому незабаром Микола випередив у навчанні батька. Після закінчення школи М.М. Боголюбов ще до лютого ходив повторно до сьомого класу, щоб не гаяти часу. А коли, наприкінці 1922 р., сім'я повернулася до Києва, батько мав змогу в університетській бібліотеці взяти для Миколи 5 томів фізики О.Д. Хвольсона, які той опрацював за один рік.

Вирішальним для подальшого розвитку математичних здібностей М.М. Боголюбова стало знайомство з видатним математиком, засновником великої алгебраїчної школи Дмитром Олександровичем Граве — першим директором створеного за його ініціативою Інституту математики в Києві. До Д.О. Граве Миколу відвів батько. Дмитро Олександрович порадив юнаку відвідувати лекції в Київському університеті, а також свій семінар. Через півроку після цього М.М. Боголюбов познайомився з академіком за кафедрою математичної фізики Миколою Митрофановичем Криловим, який у 1922 р. приїхав із Сімферополя. М.М. Крилов послухав відповіді М.М. Боголюбова на семінарі і запропонував його батьку, щоб Микола працював з ним, сказавши, між тим, жартома, що алгебраїста із юнака не вийде, і Граве тільки "зіпсує" його. Батько М.М. Боголюбова, Д.О. Граве та М.М. Крилов були добре знайомі, і, порадившись між собою, вони вирішили, що заняття Миколі краще продовжувати у М.М. Крилова. Однак Д.О. Граве ніколи не забував свого учня, стежив за його успіхами та підтримував. Так, М.М. Боголюбову було присуджено ступінь доктора наук *honoris causa* (без захисту дисертації), за поданням Д.О. Граве.

Таким чином, М.М. Боголюбов почав відвідувати семінар М.М. Крилова, зустріч з яким визначила його подальшу долю. Микола Митрофанович став



Академік Микола Митрофанович Крилов — вчитель М.М. Боголюбова

його вчителем, науковим керівником, колегою, дбайливим наставником. Два десятиріччя вони працювали разом та, незважаючи на різницю у віці, звичках і темпераменті, створили міцний науковий моноліт [1, 2].

Академік М.М. Крилов проводив семінар у своїй службовій квартирі, що була розташована на третьому поверсі колишньої Київської Першої гімназії. Окрім занять на семінарі, ним щоденно проводилися індивідуальні заняття. Для розвитку світогляду та вміння вільно користуватися оригінальною літературою вчитель кожного дня розмовляв зі своїм учнем англійською та французькою мовами, давав завдання робити доповіді різними мовами, оскільки вважав, якщо не вмієш читати та писати кількома європейськими мовами, то математиком не станеш. Незважаючи на європейську освіченість та манери, М.М. Крилов був типовим представником

петербурзької математичної школи, засновники якої, починаючи з Л. Ейлера, найважливішим вважали саме практичну користь математики. Своєрідність і яскравість численних талантів, які зосередилися у петербурзькій школі, вже у другій половині XIX століття привернули увагу до неї іноземних учених. Наукові праці петербуржців, можливо, не завжди вирізнялися елегантністю, проте вони часто надовго визначали розвиток науки.

М.М. Крилов також завжди тяжів до практики. Академік А. Данжуа говорив, що він поєднував у собі три категорії вчених: видатного математика, фізика та інженера. Улюблений афоризм М.М. Крилова був: "час іде, стрілка рухається, а нічого ще не зроблено для нащадків". Він вважав, що працювати треба тяжко, каторжно, тоді, може, щось і вийде, і створював для своїх учнів такі умови, в яких можна було б перевірити всі їх творчі здібності: щоб було важко, але цікаво. Тому М.М. Боголюбов пройшов випробування найсуворішої з математичних шкіл. М.М. Крилов був яскравою особистістю із складним характером, проте водночас він чуйно і сердечно ставився до свого учня. Невдовзі після початку занять М.М. Боголюбов переїхав жити до М.М. Крилова. М.М. Боголюбов згадував, що Микола Митрофанович навчив його для підтримки фізичної форми жартівливої вправі — щоденно викручувати 40 разів два мокрі рушники.

У 1924 р., не маючи повних п'ятнадцять років, всього через кілька місяців після початку занять у М.М. Крилова, М.М. Боголюбов пише першу наукову

працю "Про поведінку розв'язків лінійних рівнянь на нескінченності". Коли він доповідав її на семінарі, то хвилювався і дуже швидко говорив. Тому дехто з присутніх подумав, що Микола просто вивчив напам'ять працю М.М. Крилова. Микола Митрофанович заспокоїв свого учня, надав йому впевненості, і після чітких відповідей юнака на питання слухачів всі переконались, хто є справжній автор роботи.

Навчання у М.М. Крилова тривало більше року, і після його наполегливих клопотань 1 липня 1925 р. Президія АН УСРР прийняла спеціальне рішення, затверджене Малою Президією Укрголовнауки Народного комісаріату освіти: "Беручи до уваги феноменальні здібності з математики, вважати Миколу Боголюбова аспірантом науково-дослідної кафедри математики в Києві з 18 червня 1925 р." [3].

На той час ВУАН не мала своєї аспірантури, тому М.М. Боголюбов навчався в аспірантурі при Науково-дослідній кафедрі математики (керівник — професор О.П. Котельников), яка за планами Наркомосвіти УСРР повинна була стати головною математичною організацією Києва для допомоги вищим навчальним закладам у навчальному процесі та підготовці аспірантів. На посаду дійсного члена цієї кафедри О.П. Котельников рекомендував М.М. Крилова, який почав вести при кафедрі семінар "Теорія інтерполяційних формул та механічних квадратур".

У січні 1926 р. М.М. Боголюбов перейшов разом з керівником на кафедру сільськогосподарської механіки. Рішення організувати в Києві цю кафедру, на базі якої у 1929 р. було відкрито Київську філію Науково-дослідного інституту сільськогосподарського машинобудування, було прийнято в 1925 р. Кафедру очолив директор Інституту технічної механіки ВУАН академік К.К. Симінський. З липня 1925 р. М.М. Крилов почав керувати на кафедрі секцією інженерної математики та вести семінар. Після успішного захисту дисертації у 1928 р. М.М. Боголюбова було затверджено науковим співробітником цієї ж кафедри. Слід звернути увагу на високий рівень освіти молодого вченого, оскільки в своїй аспірантській картці вже тоді Микола Миколайович пише, що володіє французькою, німецькою, англійською та італійською мовами [4].

Після двох років навчання в аспірантурі 8 липня 1928 р. на засіданні кафедри сільськогосподарської механіки Інституту технічної механіки М.М. Боголюбов захищає роботу з теми: "Про деякі нові методи у варіаційному численні". Зберігся протокол цього засідання, який дає картину теплого та зацікавленого ставлення наукового товариства до юного колеги [5]. У відгуку на роботу свого учня М.М. Крилов не шкодував позитивних оцінок. Він говорив: "Для нефахівців досить зауважити, що в цій найскладнішій галузі варіаційного числення аспірант, не вважаючи на свої молоді роки, став безпосереднім продовжувачем таких учених, як Гільберт, Каратеодорі, Тонеллі". М.М. Крилов підкреслив, що робота аспіранта заслуговує навіть докторського ступеня. Протокол містить у собі також відгуки відомих учених. Наприклад, С.Н. Бернштейн оцінив роботи М.М. Боголюбова як дуже важливі, про-

фесор Л. Тонеллі (Італія) вказує на виключні математичні здібності М.М. Боголюбова, професор Х. Бор оцінює роботу як блискучу. Академік К.К. Симінський, звертаючись до дисертанта, висловлює думку, що той стане організатором української науки і повинен до цього підготуватися. В зачитаному академіком К.К. Симінським проекті резолюції зазначалося, що "робота аспіранта та її захист є блискучими і аспірант цілком відповідає вимогам, які ставляться до наукових співробітників кафедр. Тому кафедра просить Укрнауку затвердити його науковим співробітником кафедри з відповідним утриманням і навіть клопотати про надання йому в наступному році закордонного відрядження водночас з відрядженням за кордон академіка М.М. Крилова. Закриваючи засідання, голова зборів із задоволенням констатував про доброзичливе та виключне ставлення до юнака М.М. Боголюбова, що мало такі добрі наслідки. Те захоплення, яке виявили старші керівники кафедри, не було безпідставним. Наймолодший з аспірантів кафедри блискуче захистив роботу завдяки природній талановитості та підтримці, яку йому надали Укрнаука і керівник М.М. Крилов. Проте цим не повинна обмежуватися наукова хода особи, оскільки талановитість не можна приховувати, це спільне багатство та накладає на людину певні обов'язки. Тому ми сподіваємося і бажаємо нашому наймолодшому члену кафедри, щоб його науковий стаж розвивався і зростав, і щоб М.М. Боголюбов у майбутньому став не наймолодшим, а першим в Україні у відповідній царині математики" [5, Л. 8].

Однак через затримку в оформленні документів тривалий час у списках наукових співробітників М.М. Боголюбов не значився. Директор Інституту технічної механіки академік К.К. Симінський 4.02.1929 р. пише листа на ім'я зав. Укрнауки Ю.О. Озерського такого змісту: "Боголюбов є непересічний науковий працівник, який в майбутньому стане видатним вченим країни, зараз він перебуває у важкому матеріальному становищі, оскільки будучи неповнолітнім, має допомагати батькам. Я звертаюсь до Вас із щирим проханням про розпорядження надати М. Боголюбову платню наукового співробітника" [6]. Його вчитель М.М. Крилов, намагаючись допомогти своєму учню, пише листа аналогічного змісту уповноваженому Укрнауки в Києві Л.М. Левицькому, якого просить допомогти в оформленні документів, щоб "надати можливість працювати в належних умовах юнаку, який того вартий" [7].

Така підтримка була надзвичайно важливою для подальшого розвитку таланту та формування М.М. Боголюбова як вченого і наукового лідера. Наведемо основні етапи його подальшої наукової біографії. У 1928—1973 рр. М.М. Боголюбов працював в АН України та від 1936 до 1949 рр. був професором, завідуючим кафедрою теорії функцій пізніше — математичної фізики у Київському університеті (у 1946—1949 рр. — деканом механіко-математичного факультету), від 1945 до 1956 р. завідував відділом Інституту математики НАН України, від 1966 р. до 1973 р. очолював Інститут теоретичної фізики АН України. У 1948 р. його було обрано академіком НАН України. В період Великої Вітчизняної війни М.М. Боголюбов перебував в евакуації в Уфі, у 1941—1943 рр. був професором та керував

кафедрою вищої математики Уфимського педагогічного інституту, де також читали курси його учні Й.З. Штокало й С.Ф. Фещенко, спільно з ними він проводив роботу, спрямовану на всебічну допомогу оборонним заводам. Праці М.М. Боголюбова з питань обертальних коливань авіаторів виявились надзвичайно цінними і застосовувалися на авіаконструкторських заводах.

З 1947 р. М.М. Боголюбов завідував відділом у Математичному інституті ім. В.А. Стеклова, від початку 50-х років він був залучений до робіт у галузі атомної енергетики. У 1950—1953 рр. він переїжджає до "Арзамасу-16", де бере участь у розробці основ термоядерного синтезу та створенні ядерної зброї — І.В. Курчатов включив М.М. Боголюбова до групи фізиків, які розробляли магнітний термоядерний реактор. З 1953 р. очолив кафедру теоретичної фізики Московського університету.

У той час за ініціативи І.В. Курчатова на березі Волги було закладено перші будинки Дубни — міста, яке назавжди увійшло в історію атомної науки й техніки. У 1956 р. тут було створено великий науковий центр — Об'єднаний інститут ядерних досліджень (ОІЯД). Перша сесія вченої ради ОІЯД доручила М.М. Боголюбову керівництво Лабораторією теоретичної фізики, а з 1965 до 1989 рр. він був директором інституту.

М.М. Боголюбов ніколи не поривав зв'язків з Україною, постійно підтримуючи контакти з українськими колегами та учнями. І після переїзду до Москви він залишався до 1949 р. професором Київського університету, з 1944 до 1949 рр. працював на кафедрі Київського інституту харчової промисловості, яку очолював Й.З. Штокало. У 1957 р. за пропозицією М.М. Боголюбова в Інституті фізики АН України було створено лабораторію атомного ядра та елементарних частинок, керівником якої став він сам. У 1966—1973 рр. М.М. Боголюбов керував організованим ним Інститутом теоретичної фізики НАН України.

Творча манера М.М. Боголюбова визначалась глибиною та всебічним охопленням явищ. Проникаючи в нову для себе галузь, вчений ґрунтовно "піднімав цілину" невіршених проблем та вказував шлях їх роз'язку. Так, говорячи про одне з його досліджень — побудову теорії дисперсійних співвідношень — відомий фізик-теоретик А. Салам сказав, що М.М. Боголюбов наче пройшовся по проблемі "бульдозером".



М.М.Боголюбов за робочим столом у своїй московській квартирі. 50-ті рр. ХХ ст.



Академік Микола Миколайович  
Боголюбов. 80-ті рр. XX ст.

Праці Миколи Миколайовича, до якої б галузі математики чи фізики вони не належали, вирізняє глибина розуміння явищ. Як підкреслював учень М.М. Боголюбова академік А.О. Логунов, його науковій творчості притаманна "надзвичайна єдність теоретичного підходу до природи, багатогранної у виявах, але єдиної за своєю суттю" [8]. Це виявляється в тому, що в працях М.М. Боголюбова гармонійно поєднуються методи математики та фізики. При розв'язанні фізичних задач він пропонував нові математичні методи, які згодом розвивались у самостійні розділи математики. Досить згадати відкритий ним при доведенні дисперсійних співвідношень новий принцип голоморфного продовження — теорему "про вістря клину" та канонічні перетворення операторів народження та

знищення, вперше застосовані ним при діагоналізації гамільтоніана теорії надплинності. Своєрідний стиль мислення Миколи Миколайовича виявлявся також в тому, що він завжди розглядав проблему в цілому, а не окремі її сторони. І саме це не раз приводило його до нових відкриттів. Наприклад, в ході досліджень квантових систем М.М. Боголюбов відкрив метод розв'язання задачі багатьох тіл, в теорії ядра — новий принцип, що дістав назву варіаційного принципу Хартрі—Фока—Боголюбова.

Академік Ю.О. Митропольський вбачає поєднання математики та фізики в науковій творчості свого вчителя у величезній науковій інтуїції М.М. Боголюбова.

Надзвичайна здатність вченого відчувати та схоплювати суть механічних та фізичних процесів у поєднанні з виключним знанням математики дозволяла йому розробляти найефективніші методи конкретних розрахунків, які характеризувалися високою математичною досконалістю і фізичною глибиною [9].

Учень М.М. Боголюбова академік Г.С. Писаренко підтверджує це: "Коли М.М. Боголюбов говорив про наукові питання, він передусім мав на увазі фізичну суть проблеми, і навіть ворушив пальцями руки, немов би відчував у руці цю задачу. Незважаючи на те, що Микола Миколайович був "чистим" теоретиком, він дуже цінував добрий експеримент та підтримував експериментальні дослідження, що проводяться теоретиками. За моїми спостереженнями, здавалося, він більше думає, ніж пише" \*.

Зі спогадів учнів та колег Миколи Миколайовича та аналізу його наукових праць можна сказати, що йому дійсно був притаманний індивідуальний стиль роботи, який він прагнув передати своїм учням. У статті В.С. Володимирова,

А.О. Логунова та С.П. Новикова зазначено: "Основна риса наукового стилю М.М. Боголюбова полягає в умінні оцінити ключовий характер проблеми та водночас можливість її принципового розв'язання і тоді, не зупиняючись перед труднощами, створити адекватний математичний апарат для її розв'язання (ось де виявляється гільбертовське — "wir müssen wissen, wir werden wissen!" ("ми повинні знати — ми будемо знати!")). Органічне злиття математики та фізики в творчості М.М. Боголюбова кожному, хто вивчав його роботи, нагадує про ті часи, коли представників точних наук називали просто натурфілософами. Завдяки цьому М.М. Боголюбов зміг зробити вирішальний внесок у розвиток теоретичної фізики за останні 50 років і фактично започаткувати нову математичну фізику" [10, с. 11].

"Після того, як М.М. Боголюбовим було продумано шлях розв'язання задачі, жодні труднощі розрахункового характеру не могли його зупинити", — згадував один з учнів Миколи Миколайовича Б.В. Струминський \*. "Він працював, захлинаючись роботою, в час знахідок та натхнення — без відпусток та перерв", — продовжує цю думку Ю.Л. Ментковський \*. Про те, що у М.М. Боголюбова був особливий метод наукового пошуку, згадують також його учні Ю.О. Митропольський та С.В. Тябликов. Вони підкреслюють, що він був фахівцем з таких задач, для розв'язку яких недостатньо загальновідомих способів та методів, необхідний принципово новий підхід. Микола Миколайович ніколи не "розмінювався" на наукові "дрібниці", навіть красиві, а вмів у кожному момент знайти найбільш важливу й актуальну задачу, розв'язок якої, з одного боку, вже назрів, а з іншого — був необхідний як з точки зору внутрішньої логіки розвитку самої науки, так і з точки зору застосувань [11].

Задачі сучасної теоретичної фізики вирізняються, як правило, виключною математичною складністю. Внаслідок цього, навіть якщо в основах теорії і немає помилок, розрахункові труднощі у ряді випадків настільки значні, що можуть перерости в принципові. Тому надзвичайно важливо забезпечити ступінь строгості, необхідний для коректного розв'язання задач. Наприклад, у 1956 р. М.М. Боголюбовим було побудовано строге доведення дисперсійних співвідношень, що встановлюють зв'язок між дійсною та уявною частинами амплітуди розсіяння. Це було фундаментальне досягнення, оскільки на той час дисперсійні співвідношення становили єдиний відомий результат, не пов'язаний з розкладанням у ряди. Тому було надзвичайно важливо показати, з яких саме фізичних принципів вони випливають. Таке творче, близьке до мистецтва вміння, засноване на блискучій фізичній та математичній інтуїції, характерне для всієї наукової творчості М.М. Боголюбова.

Особливий спосіб мислення, який був притаманний вченому, його вміння знаходити спільні елементи у віддалених одна від одної, на перший погляд, галузях фізики, робили можливим плідне взаємоперенесення ідей та методів. Так, він один з перших до кінця зрозумів глибоку математичну та фізичну спорідненість (яка здається зараз цілком природною та очевидною) нерелятивістської задачі багатьох тіл та квантової теорії поля.





Академік Микола Миколайович  
Боголюбов. 90-ті рр. XX ст.

Не можна не дивуватися надзвичайній різносторонності, обізнаності М.М. Боголюбова. Учні жартували, що в нього "кишені повні тем для наукової роботи". З однаковим успіхом він керував як абстрактними математичними дослідженнями, так і роботами з конкретних питань, наприклад, у теорії твердого тіла. Феноменальні здібності до мов і блискуче знання історії здобули йому славу поліглота, який може розповісти, наприклад, про особливості орфографії стародавніх написів, або пояснити питання іранського впливу на південь Росії. Брат Миколи Миколайовича член-кореспондент НАН України Олексій Миколайович Боголюбов згадував, що взагалі всю літературу Микола Миколайович читав уважно і дуже критично. Він цікавився історією науки та добре знав її.

Коли О.М. Боголюбов писав книгу з історії обчислювальної техніки, Микола Миколайович радив йому, де подивитися матеріал з цієї теми \*. Відмічаючи широту наукових інтересів М.М. Боголюбова, Ю.Л. Ментковський пише: "Своєю творчістю він довів ефективність періодичного оновлення наукових інтересів: всебічно, досконало опрацьовуючи одну галузь, отримуючи там суттєву ерудицію та результати, переходити до іншої. Це дає нові стимули, запобігає "зациклованню", оновлює розум. Поступово розширюється сфера творчих інтересів, оскільки періодичне повернення до старих тем також неминуче" \*.

Розповідають, що професор Р. Оппенгеймер свого часу був дуже здивований, коли вперше почув про роботи М.М. Боголюбова з дисперсійних співвідношень, оскільки знав праці вченого з нелінійних коливань, тобто зовсім з іншої сфери. До середини 50-х років через існування "залізної завіси" вчені-атомники майже не спілкувались. Особисті контакти почались лише після поїздки І.В. Курчатова до Великої Британії та його виступу в 1956 р. у Харуеллі. Іноземні вчені знали М.М. Боголюбова як чистого математика, тому його роботи з дисперсійних співвідношень здивували їх. З'явилась версія, яка існувала деякий час, що Боголюбов — це збірне ім'я, псевдонім, за яким стоять кілька математиків та фізиків, на зразок Нікола Бурбакі. Ситуація з'ясувалась тільки в 1956 р. у Сіетлі, після триумфальної доповіді М.М. Боголюбова, присвяченої доведенню дисперсійних співвідношень. Тоді міжнародне наукове товариство переконалось, що М.М. Боголюбов — це один науковець. У той день кореспонденти намагалися з'ясувати у Миколи Миколайовича, як йому вдалося в наш час поєднати дослідження в галузі стількох наук та домогтися таких значних успіхів. На що вчений відповідав, що спочатку ціка-

вився чистою математикою, потім механікою, потім фізикою елементарних частинок. Але об'єднувальною ланкою завжди була математика, оскільки його підхід до проблем механіки чи фізики — виключно математичний. Дійсно, у М.М. Боголюбова найскладніші фізичні теорії доведені строго математично, передусім він був великим математиком, і цей визначний талант вміло використовував при розв'язанні актуальних наукових задач сучасності. Мимоволі згадуються відомі слова великого Давіда Гільберта: "Не розумію, як це фізики можуть займатися фізикою, вона безумовно є занадто складною для них!" У сучасній науці необхідна відточена логіка математика, поєднана з інтуїцією фізика. Проте сам М.М. Боголюбов бачив у більшості своїх робіт багато спільного. Якось виступаючи на урочистих зборах, він з притаманним йому м'яким гумором сказав, що його даремно хвалять за таку велику кількість робіт у таких різноманітних напрямках. Насправді він все життя займався "однією темою, так званим малим параметром".

Ось уривок з листа відомого швейцарського теоретика Р. Йоста: "Як я дізнався з газет, Вам, Микола Миколайович, присуджено премію Хейнемана з математичної фізики за 1966 рік. Це для мене надзвичайно радісна звістка, і я хотів би сердечно поздоровити Вас, а також Комітет з премій. Я згадую конгрес у Сіетлі 10 років тому, коли я мав задоволення зустріти Вас. Ви справили на мене незабутнє враження. Більшість активних теоретиків у той час зневажливо ставилася до математики. Логічну дедукцію "розтоптували ногами". Значення міг мати тільки романтичний вплив генія. І тоді з'явилися ВИ, людина, що володіє як математикою, так і фізикою, готова взятися за складні проблеми, які вимагають логічного поєднання одна з одною. Мені здається, що в цьому є відображення національного характеру вашого великого народу, наполегливість у досягненні поставленої мети".

Започатковані М.М. Боголюбовим та його школою ідеї та методи не старіють і знаходять все більш широке застосування в сучасній теоретичній фізиці. Так, ідеї ренормалізації широко використовуються в теорії калібрувальних полів, теорії суперсиметрії та теорії фазових переходів, ідея канонічного перетворення — в квантовій теорії гравітації. Коло ідей, введених в фізику при доведенні дисперсійних співвідношень, стало основою нової мови в теорії сильних взаємодій. Про це пишуть В.С. Володимиров, А.О. Логунов і С.П. Новиков: "Головне в роботах з обґрунтування дисперсійних співвідношень — їх вплив на подальший розвиток теорії поля. Тут вперше було побудовано аксіоматичну фізичну теорію, що привело до зміни самого стилю фізичного мислення" [10].

Науковий авторитет М.М. Боголюбова був дуже високим в усьому світі. Його праці видано багатьма мовами. Він обраний членом Академій наук Болгарії, Німеччини, Польщі і США, та почесним доктором університетів в Аллахабаді (Індія), Берліні та Чикаго, членом багатьох наукових товариств, нагороджений іменними преміями та медалями, зокрема, золотою медаллю ім. М.В. Ломоносова, премією М.М. Крилова НАН України (1949, 1964 рр.), медалями М. Планка (1973 р.), Б. Франкліна (1974 р.) та ін.

Один з учнів М.М. Боголюбова О.А. Логунов говорив про внесок робіт свого вчителя до "золотого фонду" сучасної теоретичної фізики: "Фізика розвивається і з'являються нові ідеї та теорії. Але наукові досягнення справжнього майстра не старіють: у міру нагромадження обсягу знань його результати входять складовою частиною в більш повні і загальні теорії та не втрачають своєї цінності. Як правило, виявляється, що галузь застосування цих результатів набагато ширша, ніж це здавалось у перший момент. Це прослідкується в усій діяльності одного з творців сучасної квантової теорії матерії — Миколи Миколайовича Боголюбова" [8].

### *1.2. М.М. Боголюбов як людина та педагог*

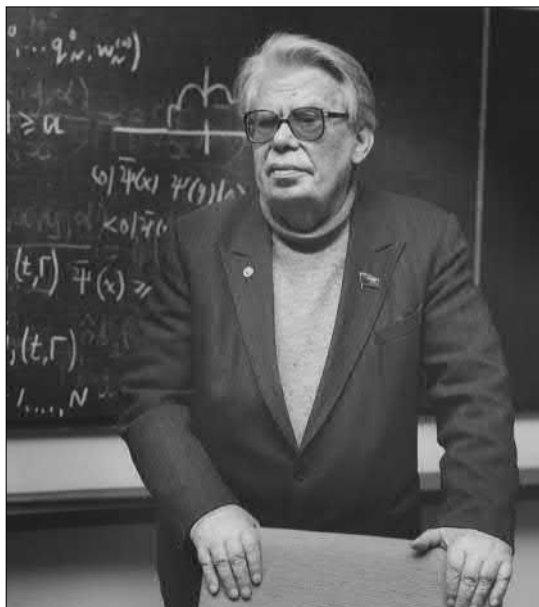
Займаючись інтенсивною науковою діяльністю, М.М. Боголюбов водночас приділяв велику увагу підготовці молодих кадрів. Він виховав багатьох учених, які нині очолюють дочірні наукові школи. Його приваблива сила як наукового лідера та людини пояснювалась поєднанням дослідницького таланту, педагогічного хисту та високих особистих якостей.

Обдарованість, значні власні наукові результати, любов до науки та відданість їй, моральний авторитет, уміння організувати роботу, особиста доброзичливість, інтерес до людей — ось риси, завдяки яким М.М. Боголюбов став засновником і керівником наукових шкіл. Учень М.М. Боголюбова Г.С. Писаренко зазначає, що особливість школи Миколи Миколайовича полягає в тому, що вона дійсно "не формальна, її підґрунтям є реалізація ідей цього талановитого вченого, який глибоко відчував фізичну суть поставленої задачі, а також висловлювання ним підходів до розв'язку в цілому" \*.

Г.М. Зинов'єв зазначав, що "М.М. Боголюбов був, перш за все, надзвичайно делікатним. Він дуже жалкував, коли не в змозі був приділяти учням достатньої уваги, оскільки був дуже зайнятий, очолював численні ради, комісії і комітети. Коли він був молодший, працював навіть у машині" \*. А.М. Федорченко пише про такі риси Миколи Миколайовича: "Висока інтелігентність та справжній демократизм, а також зразкова наукова сумлінність. Якщо праця ґрунтувалася на його ідеї, а сам він не брав участі в ній, то заперечував своє співавторство" \*. Хоча, як підкреслювали його учні, в спільних працях генератором ідей завжди був він.

У зв'язку з цим цікаві спогади члена-кореспондента НАН України В.П. Шелеста, якого М.М. Боголюбов вважав одним з кращих своїх учнів: "До людей він придивлявся, не одразу пускаючи у своє оточення, туди, де він міг розмовляти не тільки на наукові, а й на інші теми. З ним було завжди цікаво, він зовсім не був науковим "сухарем". Проте панібратства не допускав, хоч і був дуже делікатною та толерантною людиною" \*.

Надзвичайна обдарованість Миколи Миколайовича поєднувалась з такою ж щедрістю: для нього ділитися знаннями та ідеями було так само природно, як і здобувати їх. Все це створювало надзвичайно сприятливі умови для



М. М. Боголюбов — вчений та організатор науки

виникнення та швидкого зростання наукової школи. Так, за словами учня М.М. Боголюбова В.Г. Соловйова, одного з відомих спеціалістів у теорії атомного ядра, створенню наукової школи вчителя "сприяла не тільки ерудиція вченого, а й його творча щедрість, доброта та доброзичливість. М.М. Боголюбов надзвичайно охоче роздавав свої фізичні ідеї та математичні методи розв'язання задач" [12]. Ю.О. Митропольський та В.П. Шелест пишуть: "Душевна щедрість, людяність, невтомність та вируюча енергія, невгамовний характер, глибина та енциклопедичність наукової думки, тонкий аналіз, відданість справі — ось ті риси, які поєднує в собі наш земляк" [13, с. 83].

В.П. Шелест доповнює також: "Я пройшов під керівництвом М.М. Боголюбова велику школу не тільки в науці, а й у взаєминах з людьми, дипломатії спілкування. Микола Миколайович мав дві основні риси характеру: він був людиною мудрою і людиною щедрою. Мав такий природжений життєвий розум, був настільки обдарований природою, настільки освічений, що не жалкував ідей для учнів та колег; не боявся конкуренції, розуміючи, що її все одно не уникнути, вважав за краще допомогти людині, ніж залишити її без уваги, адже життя потім розсудить, чи достойною виявиться людина" \*.

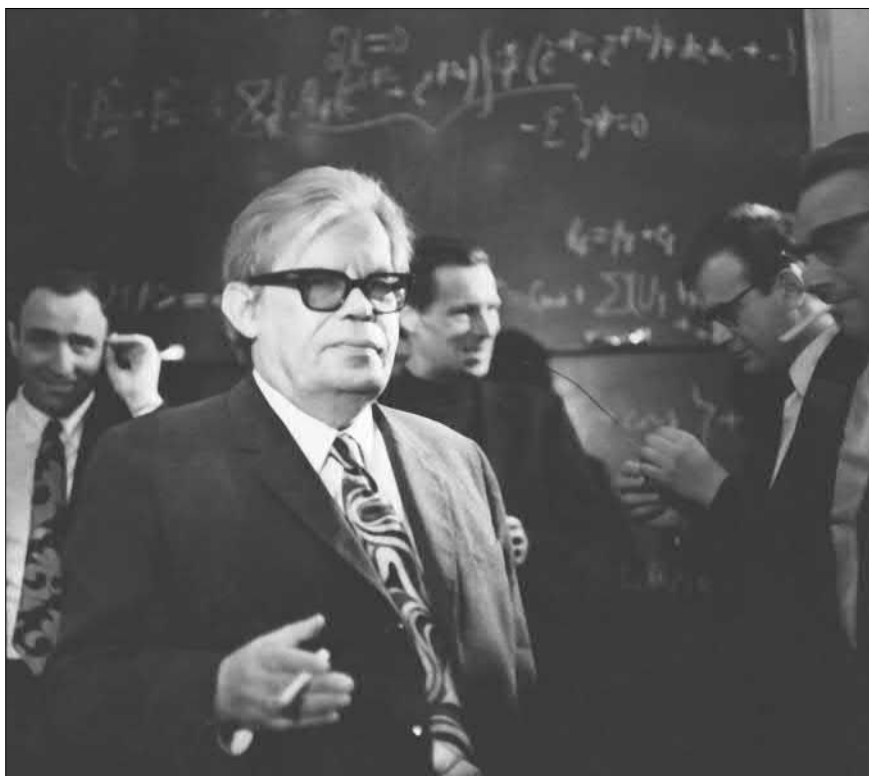
В.А. Амбарцумян, Г.А. Вартапетян и Г.М. Гарибян відмічають, що "М.М. Боголюбов був безмежно доброю людиною, щедрим душею та постійно готовий прийти на допомогу. Водночас його характеризують твердість і надзвичайна працездатність, що виявлялися при розв'язанні як наукових завдань, так і великих науково-організаційних проблем" [14]. В.Г. Соловйов пише, що Микола Миколайович був спроможний займатися нау-

ковою роботою навіть в коротких перервах між важкими адміністративними засіданнями \*. Б.В. Струминський згадує: "Я спілкувався з М.М. Боголюбовим найчастіше у 1964—1971 рр. У той час він був директором, академіком-секретарем Відділення математики, депутатом Верховної ради СРСР. І, не зважаючи на таку зайнятість, він активно займався науковою роботою ввечері у себе вдома, і під час "занудних" засідань" \*.

М.М. Боголюбов, коментуючи стиль своєї роботи, говорив, що у нього не буває відкриттів, зроблених несподівано, тобто осянянь. Просто він працює для досягнення мети дуже багато та інтенсивно над якимсь питанням, і тільки тоді народжується нове знання. Вчений зберігав цю інтенсивність наукового пошуку протягом усього життя, і навіть у свої останні дні працював над науковою доповіддю.

Наукову та педагогічну діяльність М.М. Боголюбова найточніше характеризує відоме висловлювання П.Л.Капіци: "Історія науки свідчить, що видатний вчений — це не обов'язково велика людина, проте видатний вчитель не може бути не великою людиною" [15, с. 28]. Учень М.М. Боголюбова А.О. Логунов підкреслює: "Мені як одному з його учнів пощастило спостерігати за народженням багатьох його теорій, і хотілося б сказати про моральне значення творчості Боголюбова. Початок його наукової діяльності збігається зі створенням нашої держави. Немає необхідності зайвий раз говорити про те, як бурхливо розвилася в цей час наука. Зараз відомі також її трагічні сторінки. Можна тільки сказати: якщо створення матеріально-технічної бази науки було величезним подвигом народу, то заслуги у розвитку кращих традицій російської науки, утвердження своєрідності науки сучасної, і, мабуть, найголовніше, збереження честі науки належить, на жаль, порівняно невеликій групі вчених. Вони, зазвичай, не були ані "мужами ради", ані красномовцями на галасливих зібраннях. Сам факт їх творчості слугував науці охоронною грамотою. Досить згадати імена Павлова та Вернадського. Боголюбов, без сумніву, належить до цієї когорти. Звичайно, об'єднує їх як виключна обдарованість, так і надзвичайно високі моральні якості. Немає жодного сумніву, якщо наше наукове співтовариство втратить переданий йому моральний капітал, то ця втрата не компенсується жодним наймудрішим плануванням досліджень" [16].

Увібравши у себе глибокі культурні традиції своєї родини, М.М. Боголюбов не тільки оволодів знаннями з історії, літератури та мов, а й одержав у спадщину ті традиції російської інтелігенції, моральна чистота яких дивує світ. Саме відданість ним сформуvala і визначила майбутню роль М.М. Боголюбова як засновника наукових шкіл. А.О. Логунов пише, що за довгі роки спілкування з М.М. Боголюбовим він чув від свого вчителя тільки вдячні відгуки про його вчителя та колегу — М.М. Крилова. Дійсно, М.М. Крилов був яскравою та непересічною особистістю, проте складною людиною. "І коли я чую, — пише далі А.О. Логунов, — що дехто з молодих науковців, які подають великі надії, свій перший виступ з високої трибуни присвячує суворому викриттю видатного вченого, я щасливий, що уроки наукової етики отримав від М.М. Боголюбова" [16].



М. М. Боголюбов у колі учнів та колег

Наукові досягнення вченого неможливо відокремити від його поведінки. Уважний, спокійний погляд М.М. Боголюбова крізь скло масивних окулярів, бездоганний костюм, повільна мова, вміння вести доброзичливу і цікаву бесіду, скромність, але разом з тим твердість і принциповість приваблювали в ньому людей. Як багатьом великим, йому була притаманна простота. Спілкуючись з людьми, далекими від науки, Микола Миколайович не демонстрував підкреслено своєї ерудиції, хоч і не приховував свого імені. Співрозмовник почувався з ним вільно, але без фамільярності, як з близькою і разом з тим шанованою людиною. Учень М.М. Боголюбова Г.С. Писаренко згадує: "З ним було приємно спілкуватись, бо від цього спілкування його співрозмовник збагачувався. В наукових бесідах він завжди відхилявся на сторонні теми, навіть на анекдоти. Полюбляв розповідати пікантні ситуації. Любив жарт поміж ділом" \*.

Як депутату Київської міської ради, а потім Верховної Ради колишнього СРСР Миколі Миколайовичу доводилося багато спілкуватися з різними людьми, які згадували, що він завжди виявляв увагу до найголовніших та найбільочіших питань, заглиблювався в їх суть, а потім намагався зробити все можливе, щоб допомогти у їх вирішенні.

Постійна готовність прийти на допомогу була характерною для М.М. Боголюбова не лише під час наукового спілкування, а й у повсякденному житті. У 1959 р. на Рочестерській конференції з фізики високих енергій, що проходила в Києві, з А.О. Логуновим трапилось нещастя. (Він отримав травму, після якої тривалий час мав лежати в гіпсі.) Микола Миколайович цю звістку взяв близько до серця, клопотав за свого учня.

Особливо тягнулася до М.М. Боголюбова молодь. Але, як справедливо і точно зазначає А.О. Логунов, "молодь тягнеться до М.М.Боголюбова не тільки і не стільки за навичками "ремесла". Передусім її приваблює можливість стати свідками і в міру своєї праці (дуже швидко виявиться, що серйозна робота стане справою усього життя) співучасниками процесу пізнання" [16]. Адже ніякі підручники та друковані праці не зможуть замінити живе слово та особистий приклад вчителя. Взаємні контакти, наукове спілкування з учителем перетворює молодого вченого на справжнього дослідника. М.М. Боголюбова неможливо було уявити без гомінливого оточення колег та учнів, без гарячих дискусій, в яких перемагав той, хто доведе свою думку найбільш чітко і строго, як завжди робив учитель.

У спілкуванні зі своїми учнями М.М. Боголюбов менше за все нагадував метра, оточеного шанобливими учнями, які будь-що затверджують доктрини вчителя. Ю.Л. Ментковський підкреслював, що йому були притаманні "доброта і демократичність, простота, повага до особистості, відсутність гордівливості" \*. Б.В. Струминський зазначав, що для Миколи Миколайовича було характерним "доброзичливе та уважне ставлення до учнів, причому з боку було навіть важко побачити, що М.М. Боголюбов стежив за вашою діяльністю" \*.

О.М. Боголюбов згадував, що Микола Миколайович любив всіх своїх учнів, учні постійно приходили до нього, і в інститут, і додому. І хоч, як говорив академік О.С. Парасюк, "М.М. Боголюбов ніколи не сперечався про пріоритет особисто своїх праць, вважаючи це не вартим гідності вченого, але за пріоритет праць учнів боровся" \*. "У колективі було цікаво, — розповідав О.С. Парасюк. — М.М. Боголюбова можна було б порівняти з ядром атома, а учнів — з електронами. І подібно до електронів, що знаходяться в атомі кожний на своїй орбіті, також було тут. М.М. Боголюбов дивився, хто на що здатний, кому і яка потрібна допомога та консультація" \*.

Вчені, які працювали в Дубні, полюбили збиратися в кофейній кімнаті теоретичної лабораторії. Тут, за чашкою кави дискутувались наукові проблеми, обговорювались новинки літератури та мистецтва. Іноземні вчені, залишаючи Дубну, ще довго згадували дружню творчу роботу в цьому науковому центрі.

М.М. Боголюбов постійно піклувався про підвищення професійного рівня своїх учнів. Ю.Л. Ментковський так говорив про стиль педагогічної діяльності М.М. Боголюбова: "Він пропагував завжди "роботу паралельно з навчанням", тобто починати "штурм" теми, якщо навіть не освоєні цілком попередні досягнення, інакше можна перетворитися у "вічного студента". Вва-





Виступ М. М. Боголюбова на науковому семінарі

жав, що здобуття знань в міру необхідності в роботі сприяє оригінальності мислення" \*. Учень М.М. Боголюбова В.О. Мещеряков згадує: "Коли ми з Е.Р. Велибековим були дипломниками М.М. Боголюбова, то "замучили" його безліччю питань. Одного разу ми побачили об'яву про лекції М.М. Боголюбова. Він прочитав чотири лекції, на які ходила вся кафедра та багато сторонніх. Після лекцій всі наші питання були з'ясовані, і мене не залишає відчуття, що вони були адресовані саме нам. Я довго зберігав ті лекції і тільки під час чергового переїзду у 1970 році втратив їх, про що жалкую досі" \*.

М.М. Боголюбова як людину можна охарактеризувати словами Дж. Максвелла, який говорив, що ніколи не заперечує проведення того чи іншого експерименту, оскільки якщо не знайдуть те, що шукали, можливо, відкриють щось інше. А.О. Логунов пише, що основне правило, яке діяло в школах М.М. Боголюбова, полягало в тому, що "повинна бути вислухана будь-яка точка зору". Учні М.М. Боголюбова свідчать, що з ним міг спілкуватися кожний. Розуміючи, що часто потрібна не стільки конкретна допомога, скільки можливість поділитися та обговорити думки, Микола Миколайович міг найдокладніше дискутувати роботу, навіть якщо бачив неточність на першій же сторінці. Аби лише була впевненість в науковій сумлінності співбесідника, а помилки він виправить сам. Адже, як підкреслює А.О. Логунов, "навчитися технічним прийомам можна і без спілкування, за допомогою книг та статей в науковому журналі, а от об'єднати творчу молодь може лише приклад високих людських якостей" [16]. Проте якщо раптом Микола Миколайович починав сумніватися в науковій добросовісності людини, або втрачав до нього інтерес як до професіонала, то він переставав робити йому зауваження та починав

проводити люб'язні бесіди про музику, літературу, театр. Цю особливість М.М. Боголюбова знали і дуже боялися всі його учні. А такі випадки траплялися, адже для спілкування з М.М. Боголюбовим треба було мати дуже високий професійний рівень. Як відмічав Г.С. Писаренко, "без належної підготовки не кожному було дано його розуміти, наукове керівництво він здійснював тільки за великим рахунком, лекції читав не найкращим чином, а тому не кожний міг спілкуватися з ним" \*. Саме за принципом високого професіоналізму та відданості науці підбирав собі учнів М.М. Боголюбов. В.О. Мешеряков згадує, як це було з ним: "Я вчився на фізичному факультеті Московського університету, і в 1954 році звернувся до М.М. Боголюбова з проханням про наукове керівництво дипломною роботою. Мені дали статтю Дж. Чу, реферат якої я доповідав у відділі М.М. Боголюбова в Математичному інституті АН СРСР. Там були присутні М.М. Боголюбов, Б.В. Медведєв, Д.В. Ширков, Д.М. Зубарєв, Б.М. Степанов, М.К. Поліванов та, здається, А.О. Логунов. Після цього М.М. Боголюбов погодився керувати моєю дипломною роботою, а потім взяв мене в аспірантуру фізичного факультету Московського університету. Я писав під його керівництвом дипломну працю, кандидатську дисертацію, він дав добро на захист докторської" \*.

Ю.Л. Ментковський вбачає причину високого професіоналізму боголюбівської школи в тому, що "найкращі свої результати Микола Миколайович отримав сам, і автономність в роботі, очевидно, спричиняла також до захоплення самостійності у своїх учнів". Далі Ю.Л. Ментковський говорить: "Ті, хто близько знали М.М. Боголюбова, любили його" \*.

Можливо, саме завдяки такому вимогливому професійному відбору був настільки високим науковий рівень очолюваних ним шкіл та їх авторитет у науці. Так, завдяки досягненням учнів та послідовників М.М. Боголюбова саме Київ став містом, де у 1958, 1961, 1969, 1982 рр. відбулися Міжнародні симпозиуми та конференції з проблем нелінійних коливань, а в 1959 та 1970 рр. Міжнародні Рочестерські конференції з фізики високих енергій.

Гострота наукового аналізу, прагнення пробуджувати ініціативу учнів та їх самостійність були характерними рисами М.М. Боголюбова. Учасники його семінарів підмічали, що подекуди М.М. Боголюбов міг здаватися цілком заглибленим у свої думки, але жодна деталь наукової дискусії не залишалася поза його увагою. Так, коли пристрасті "закипали", а доповідач починав тушуватися, Микола Миколайович піднімав голову й спокійно зауважував: "У вас же просто неточність у формулі".

Учні М.М. Боголюбова навчалися у нього оптимістичному ставленню до роботи та життя. Суттєвий вплив особистості М.М. Боголюбова, як і любов до нього відчуються навіть у наукових працях його послідовників та колег. Так, А.Г. Дорошкевич, Я.Б. Зельдович та І.Д. Новиков у статті "Кінетична теорія нейтрино в анізотропних моделях" пишуть: "Виконуючи цю роботу, ми намагались дотримуватись принципу, яким Микола Миколайович керувався в дитинстві. Пізніше він згадував, що це було так: "Коли мені розповідали казку про

Бабу Ягу, я погоджувався з її спроможністю робити чаклунства, але вимагав, щоб ця її здатність залишалась інваріантною протягом усієї казки" [17, с. 15].

Учні М.М. Боголюбова Б.В. Медведєв та М.К. Поливанов у праці "До питання про перенормування операторів поля" пишуть: "Весь зміст цієї роботи являє собою застосування ідей, які були розвинуті нашим вчителем М.М. Боголюбовим до однієї стаціонарної задачі. Тому, перефразуючи відому цитату, ми хотіли б сказати, що всім добрим, що в ній є, ми зобов'язані йому, погане ж лежить на нашій совісті" [18, с. 138].

Наукове спілкування "учень — вчитель" є невід'ємним та інтенсивним чинником виховного процесу. Не менш важливим воно є для творчості вчителя, якому учні не дають відставати від життя, сприяючи тому, щоб він завжди залишався молодим. Приклад М.М. Боголюбова як вихователя молодих вчених надзвичайно важливий і вартий наслідування. А.О. Логунов писав, що для його творчості характерна величезна внутрішня свобода, і кожний вихователь повинен намагатися передати свободу творчості, потребу творити своїм учням, як це робив М.М. Боголюбов [16].

### *1.3. Формування М.М. Боголюбовим київської теоретичної школи*

Якщо в цілому розглядати таке комплексне явище, як наукова школа, слід зазначити, що вивчення діяльності вчених — організаторів науки та наукових колективів, закономірностей колективної роботи, форм її організації та процесу формування наукових шкіл традиційно привертає увагу істориків науки, наукознавців, соціологів, психологів. Показ закономірностей розвитку науки крізь призму таких неформальних формувань дозволяє більш глибоко простежити генезис та еволюцію багатьох наукових понять, ідей та концепцій, повніше усвідомити динаміку розвитку науки.

Наукова школа являє собою яскравий вияв колективної форми творчості під безпосереднім практичним та ідейним керівництвом видатного вченого, який надає цьому неформальному колективу ідеї та визначає методи і зміст досліджень, що проводяться в школі. Це не просто колектив науковців, а творча співдружність учених різних поколінь, об'єднаних спільним підходом до вирішення тієї чи іншої проблеми, стилем роботи та мислення, поглядом на розвиток досліджень у вибраному науковому напрямі та оригінальною стержневою ідеєю. Доведення цієї ідеї, що лежить в основі роботи, є стимулом у розвитку досліджень та чинником, який об'єднує виконавців, незважаючи на різницю їх характерів та світогляду. Отже, наукова школа — це колектив дослідників-одномудців, найвища форма взаємодії у процесі наукового пошуку.

Різноманітні проблеми, пов'язані з науковими школами, вивчали як вчені-професіонали: О.О. Богомолець [19], М. Борн [20], С.І. Вавилов [21], П.Л. Капіца [22], П.М. Лебедєв [23], В. Оствальд [24], М.М. Семенов [25], Д.Д. Зербіно [26] та ін., так й історики науки та наукознавці: Т. Кун [27], Дж. Агассі,

І. Лакатос [28], Б.М. Кедров, Ф. Гернек, С.Р. Мікулинський, М.Г. Ярошевський [29], К.О. Ланге [30], Н.І. Родний [31], Г.М. Добров [32], С.Г. Кара-Мурза [33] В.П. Карцев [34], Ю.О. Храмов [35—40], Е.С. Бойко [41], О.З. Мирська [42] та ін.

З їх праць випливає, що феномен наукової школи є історичним та неодноточним, але характеризується рядом параметрів. Складність проблеми обумовила численність тлумачень поняття "наукова школа". Під ним розуміють науково-освітню школу, дослідницький колектив, напрям в науці (М.Г. Ярошевський), розрізняють також класичні та сучасні наукові школи (К.О. Ланге), дисциплінарні та проблемні (С.Д. Хайтун) тощо. Ю.О. Храмов вперше на основі аналізу історико-наукового матеріалу, пов'язаного з діяльністю видатних учених-фізиків та вихователів творчої молоді, висловлювань відомих учених розробив робочу модель сучасної наукової школи, виділив її характерні ознаки та риси наукового лідера-керівника школи, розкрив комплекс умов, що за певних обставин приводять до виникнення наукової школи, встановив структури, в яких з'являється та функціонує наукова школа, показав значення в цих процесах науково-дослідних програм, узагальнив досвід їх виконання, зміни парадигм, реалізації фізичними школами через свої програми соціального замовлення науки. Водночас модель, що відображає історію науки у взаємозв'язку з історією ідей та людей, дає можливість глибше проникнути у "кухню" сучасної науки, показуючи логіку її розвитку у взаємозв'язку із становленням вченого та наукового колективу (наукової школи).

Згідно з цією моделлю сучасна наукова школа визначається як неформальна творча співдружність учених різних поколінь високої кваліфікації на чолі з науковим лідером, об'єднаних спільністю підходів до вирішення проблеми, стилем роботи та мислення, оригінальністю ідей та методів їх реалізації, яка дістала значні результати та завоювала авторитет і суспільне визнання в даній галузі знання. Основні ознаки наукової школи, що найповніше відображають специфіку таких творчих об'єднань та є критеріями для пошуку в історії науки співтовариств подібного типу, такі:

- наявність наукового лідера — видатного вченого, який вміє відбирати творчу молодь, виховувати з неї вчених;
- певний стиль досліджень, наукова ідеологія;
- наявність науково-дослідної програми;
- особлива наукова атмосфера, що панує в школі;
- висока кваліфікація дослідників, значущість одержаних ними наукових результатів, високий авторитет у даній галузі.

Школи є не тільки охоронцями традицій, а й осередками найбільш інтенсивної концентрації творчої енергії, вони забезпечують розширене поповнення наступних поколінь дослідників, серед яких окремі її вихованці самі стають науковими лідерами, керівниками нових "дочірніх" шкіл чи груп учених. У цьому є життєва сила шкіл, оскільки наукові "діти", "онуки" й "правнуки" зумовлюють тривалість активного життя школи.



Інститут теоретичної фізики НАН України, організований у Києві за ініціативи М.М. Боголюбова у 1966 р.

Розглядаючи наукову школу академіка М.М. Боголюбова, нагадаємо, що раніше нами вже було реконструйовано творчий та людський портрет Миколи Миколайовича, висвітлено притаманні йому риси як наукового лідера, вченого із світовим ім'ям, видатного педагога та організатора наукових досліджень, які дали йому можливість очолити науковий колектив і створити наукову школу. Цьому безпосередньо сприяли, по-перше, його активна робота на вістрі науки, на відповідальних посадах в таких наукових центрах, як Інститут математики НАН України, Інститут фізики НАН України, Київський та Московський університети, Математичний інститут ім. В.О. Стеклова, Об'єднаний інститут ядерних досліджень в Дубні, Інститут теоретичної фізики НАН України; по-друге, одержані ним фундаментальні результати, що заклали нові наукові напрями в теорії нелінійних коливань, математичній та статистичній фізиці, квантовій теорії поля та теорії елементарних частинок; по-третє, високий авторитет серед вчених, який, однак, не при-гнічуючи творчого пошуку учнів, стимулював їх та надавав приклад роботи. Разом з тим йому допомагала викладацька робота, читання лекцій, живе спілкування з творчою молоддю й можливість виявляти та відбирати найбільш талановитих та відданих науці молодих людей, залучати їх до роботи на семінарах, а кращих — до навчання в аспірантурі Київського університету, де у 1936—1949 рр. він викладав та очолював кафедру теорії функцій (з 1944 р. перейменована у кафедру



М.М. Боголюбов (в центрі) з учнями  
В.П. Шелестом (зліва) та Д.В. Ширковим

математичної фізики) у 1946—1949 рр. був деканом механіко-математичного факультету; в Інституті фізики НАН України, де керував групою теоретиків та вів семінари; в Московському університеті, де з 1953 р. завідував кафедрою теоретичної фізики та вів відомі семінари кожного четверга; притаманне вченому бажання творити в колективі, ділитися ідеями та думками, а також надання молодим колегам свободи наукової творчості, копітка індивідуальна робота, колективна розробка запропонованих ним ідей та дослідницьких програм, що знаходила своє відображення в спільних публікаціях.

Зазначені чинники сприяли тому, що навколо М.М. Боголюбова вже у 40-х — 50-х роках спочатку в Києві, а потім у Москві та Дубні почав консолідуватися колектив учнів, який сформувався згодом у ядро наукової школи. Таким чином, вже на початку 40-х років, а так було і в подальшому, склались сприятливі умови і структури для формування наукової школи: "на-

уковий лідер — вищий учбовий заклад (кафедра) — інститут — семінар". Саме в такій структурі найбільш плідно функціонує колектив дослідників на чолі з науковим лідером. Сприяння залученню студентів до науки, а потім допомога їм ставати вченими, — така система спілкування є свого роду системою відбору, підготовки та виховання фізиків-дослідників, ефективною формою інтеграції освіти та науки. Всюди, де працював М.М. Боголюбов, діяла ця система, сприяючи виробленню в учнів певного стилю роботи та мислення. Відбираючи найбільш талановиту молодь, М.М. Боголюбов продовжував її навчання на семінарах під своїм безпосереднім керівництвом.

Розвиток теоретичної школи М.М. Боголюбова у Києві чітко ділиться на три періоди, пов'язані зі зміщенням акцентів в його науковій діяльності. У першому періоді (кінець 30-х—початок 40-х років) сфера інтересів М.М. Боголюбова зосереджена в галузі математичної фізики та теорії нелінійних коливань, у другому — (40-ві роки — приблизно до 1965 р.) для нього було характерним прагнення до математично строгого розв'язання різноманітних задач статистичної фізики та квантової теорії поля, третій період (з 1966 р.) — це



Представники школи М.М. Боголюбова з автором теорії струн, професором Стенфордського університету Леонардом Сасскайндоном (перший зліва), який працював за запрошенням в Інституті теоретичної фізики влітку 1972 р. (Зліва направо: доктори фізико-математичних наук, професори В.А. Миранський, О.П. Кобушкін, Г.М. Зинов'єв — завідувач відділу фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики). Київ, Інститут теоретичної фізики, липень 1972 р.

дослідження найбільш актуальних питань фізики високих енергій, організаційно пов'язані зі створенням у 1966 р. за його ініціативи Інституту теоретичної фізики НАН України. Діяльність у цій галузі, на думку М.М. Боголюбова, вимагала розвиненої наукової фантазії, широти інтересів, вміння швидко та гостро реагувати на одержані експериментальні дані. Ці риси, що були притаманні самому М.М. Боголюбову, він намагався виховувати і у своїх учнів. До Інституту теоретичної фізики, задуманого ним як міжнародний центр об'єднання творчої молоді та зростання нового покоління фізиків, М.М. Боголюбов привніс властиві йому творчі традиції, науковий демократизм та свободу у науковій творчості, які і сьогодні віддзеркалюються у працях численних вихованих ним учнів та послідовників.

Саме вироблення методу і стилю досліджень, підходу до розуміння явищ, наукової ідеології сприяє перетворенню колективу дослідників у колектив одностудців, тісної співдружності, свого роду наукове та ідейне братство. Водночас ці особливі риси відрізняють одну школу від іншої. Особливості шкіл

М.М. Боголюбова — це фундаментальність та широта охоплення актуальних проблем теоретичної й математичної фізики. При цьому ідейна ясність та глибина у постановці задач завжди поєднується з математичною строгістю в їх розв'язанні. Саме висока математична культура, характерна для лідера — М.М. Боголюбова —, що прищеплена ним учням, чіткість в оформленні ними праць та подання результатів — одна з відмітних рис його школи. Учень М.М. Боголюбова В.О. Мещеряков пише, що "чернетки праць та розрахунків самого Миколи Миколайовича виглядали дуже красиво і були виконані просто з любов'ю" \*. В.П. Шелест додає: "Микола Миколайович жартував, що він працює, немовби "займаючись рукоділлям", акуратним почерком списуючи та нумеруючи сторінки" \*. Тому не дивно, що М.М. Боголюбов був вимогливий до оформлення праць учнів.

Проте висока математична культура, прийнята в школі, не виключала однаково глибокого відношення як до розробки загальних, глобальних задач, так і до побудови й аналізу модельних підходів, що містили у собі найбільш характерні риси явища. Ю.Л. Ментковський підкреслював у зв'язку з цим: "Характерними рисами школи М.М. Боголюбова є прагнення до роботи тільки в найактуальніших для даного періоду напрямках, вибір фундаментальних тем, що мають основоположне значення та застосування найпотужнішого математичного апарату" \*.

Науковій школі М.М. Боголюбова була притаманна певна творча атмосфера, обстановка безперервного наукового спілкування, доброзичливості, відданості науці та наукового ентузіазму. В ній також панувала особлива духовна атмосфера. В.О. Мещеряков, у своїх спогадах про М.М. Боголюбова, пише, що "до учнів його ставлення було просте та відкрите, він легко міг сказати, що чогось не знає, хоч останнє і траплялось дуже рідко" \*. Оскільки він був діловою людиною, то ніколи не заважав учням працювати й ніколи не нав'язував своїєї думки. Був інтелігентною, доброзичливою людиною, і така ж атмосфера встановилась у керованому ним відділі.

У школі М.М. Боголюбова було правило: якщо ти аспірант, не чекай, що тобі хтось буде приділяти особливу увагу, ти сам повинен навчитися плавати в "морі Дірака". О.С. Парасюк жартома говорив, що аспіранти в школі М.М. Боголюбова — це штрафний батальйон, який висилають уперед на штурм наукових вершин \*. Ю.Л. Ментковський згадував, що у М.М. Боголюбова була така методика: "якщо ти бажаєш стати науковцем, то повинен сам зуміти вибрати та сформулювати тему. Зумів — молодець, не зумів — тобі її дасть Микола Миколайович. Це також "проходить", але дещо принизливо" \*.

В.П. Шелест говорив про свого вчителя, що "він не сидів над учнем, а давав людині можливість самій здійснити стартовий ривок, а далі періодично спрямовував. Та коли траплялось, що учні не могли розробити ідеї, та не через неспроможність, що він вибачав, а через лінощі чи недбайливість, то дуже гнівався. Не любив легковажного підходу до наукових проблем, і в таких випадках міг бути немилосердним, доводячи доказ помилки до повного абсурду" \*.





Семинар відділу фізики високих густин енергії Інституту теоретичної фізики НАН України (зліва направо: с.н.с., канд.ф.-м.н. Д.В. Анчишкін, гол.н.с., д.ф.-м.н., проф. М.І. Горенштейн, с.н.с., канд.ф.-м.н. О.А. Могилевський, пров.н.с., д.ф.-м.н., проф. О.П. Кобушкін, пров.н.с., д.ф.-м.н. В.К. Петров, завідувач відділу, д.ф.-м.н., проф. Г.М. Зинов'єв, н.с., к.ф.-м.н. С.І. Липських). Київ, Інститут теоретичної фізики, 1985 р.

Слід зазначити, що творчість М.М. Боголюбова прийшлася приблизно на той самий час, що й творчість Л.Д. Ландау, який також увійшов у історію фізики як видатний вчений, талановитий педагог, організатор великої й авторитетної школи теоретиків.

М.М. Боголюбов та Л.Д. Ландау були геніальні особистості, які підтверджували свій величезний творчий потенціал протягом усього життя. Вони обидва — дуже значущі фігури, але різного складу, і тому їх школи працювали за різними стилями. Л.Д. Ландау мав блискучий розум та широкі знання. У нього все "варилося в одному котлі", в основному на семінарах. Йому були дуже потрібні учні. Вони доповідали на семінарах нові праці і статті, а Ландау одразу ж генерував ідеї, які розроблялись далі його учнями.

М.М. Боголюбов був людиною іншого складу — трохи замкненою та, незважаючи на свою товариську, зосереджену. Це була людина, яка сама багато читала, сама все продумувала і сама все прописувала до літери. Щоб творити, йому не потрібна була велика аудиторія. Він працював один, ночами, під тиху музику транзисторного приймача. І все найкраще було створено ним одним. Ось чому спілкування з учнями у нього проходило більш індивідуально, ніж у Л.Д. Ландау, в бесіді не серед широкої публіки, а сам на сам. З цього приводу навіть був поширений в наукових колах жарт: коли задавали питання представникам школи Ландау, що таке школа Боголюбова, вони відповідали:

"Так, Боголюбов — це великий вчений". А коли запитували боголюбівців, яким є керівник школи Ландау, ті говорили: "Так, ландавісти — це сильна група".

М.М. Боголюбов привніс у теоретичну фізику гостроту міркувань математика. Як зазначав учень М.М. Боголюбова Г.М. Зинов'єв, "Ландау — яскравий вчений, блискучий полеміст, який знав всю фізику в цілому. Боголюбов знав в цілому всю математику, але багато й доводив сам. У статистичній фізиці він — ас, геній" \*. В.П. Шелест відмічав, що "в цьому полягає принципова розбіжність шкіл Боголюбова та Ландау. Ландау — геній, фізик від бога, у нього багато яскравих осяянь. Проте, якщо у Боголюбова стиль досліджень — це "фронтальний наступ піхоти," що займає та окупує весь простір, то у Ландау це — "артилерійський наліт" \*.

Ю.Л. Ментковський говорить: "Як великі люди, Ландау та Боголюбов цінували один одного. Між собою в них були добрі стосунки, взаємно поважні, вони завжди посилались на праці один одного, хоч і взаємно критикували методи роботи шкіл. Ландау був дещо ексцентричною людиною, але дуже симпатичною. Незважаючи на те, що, як говорив сам Ландау, в нього було не "телосложение", а "теловычитание", він, завдяки натхненності свого обличчя та абсолютно приголомшуючим очам, справляв на людей незабутнє враження. Обидва лідери цінували гумор. Так, виступаючи на Рочестерській конференції в Києві у 1959 р., де М.М. Боголюбов сидів у першому ряду, Ландау, трохи кокетно, говорив: "Я застосовую методи проєктивної геометрії, яких, звісно, тут ніхто не знає... прошу вибачення, крім Миколи Миколайовича!" Микола Миколайович, в свою чергу, у відповідь на це церемонно кивав своєю сивою головою. І такі "реверанси" вони один одному робили часто" \*.

Коли йшлося про друкування праці М.М. Боголюбова щодо неідеального бозе-газу у журналі ЖЕТФ, то Микола Миколайович вирішив переговорити з Л.Д. Ландау особисто. Той зрозумів, що праця М.М. Боголюбова є не тільки правильною, а й блискучою, і статтю було надруковано. У "Кінетиці", що входить у багатотомний курс теоретичної фізики Л.Д. Ландау та Є.М. Ліфшиця, яка вийшла вже після смерті Л.Д. Ландау, є параграф, присвячений працям М.М. Боголюбова.

Проте відносини між ними не завжди були рівними. Між обома лідерами існували особисті професійні протиріччя, які інколи набували різкого характеру. В 40-х—на початку 50-х років Л.Д. Ландау був вже загально визнаним лідером серед теоретиків свого часу. Тому, коли в теорії надплинності з'явився підхід М.М. Боголюбова, Л.Д. Ландау спочатку не сприйняв його, сказавши, що це все математика, і треба робити інакше.

З цього приводу В.П. Шелест розповідав: "Був тривалий семінар у Москві у Ландау, де Боголюбов, незважаючи на вкрай несприятливу атмосферу (вигук з місць, знизування плечима, виходи з залу, хлопання дверима), вистояв. Це був найнапруженіший момент у їх стосунках, згодом вони потеплішали, і 50-ті роки пройшли під знаком суперництва, а не неприязні" \*. Г.М. Зинов'єв також підкреслював, що "Боголюбов, як людина науки, розумів велич Ландау

та прислуховувався до його думки. Хоча на семінарі у Ландау, де Боголюбов докладав свою працю, Ландау поведився вкрай різко, але у Боголюбова була християнська терпимість, яка допомогла йому побудувати свій науковий "простір", незважаючи на те, що всі ключові пости на початку цього шляху були зайняті учнями Ландау. Слід зазначити, що конкуренція шкіл Боголюбова та Ландау надзвичайно сильно стимулювала розвиток теоретичної фізики в ті роки" \*.

Аналізуючи взаємовідносини лідерів двох наукових шкіл, а також їх послідовників, один з учнів Л.Д. Ландау академік О.І. Ахієзер пише: "У Миколи Миколайовича та Льва Давидовича були, природно, у кожного свої прихильники, які поводили себе не завжди пристойно та благородно. Часто-густо в запалі вірнопідданських почуттів люди з цих оточень інтригували та усіма силами намагались посварити двох великих людей. Я хотів би очистити зерна від плевели і сказати, що насправді обидва вчені дуже цінували та поважали один одного. Зараз мені це здається безглуздом і нагадує скоріше мишачу метушню, ніж, наприклад, суперництво мушкетерів з гвардійцями короля з відомого роману Дюма. Історія вже все розставила на свої місця. І зараз ми можемо чітко говорити про внесок кожного з цих великих вчених у теоретичну фізику. І ці внески не змагаються, вони об'єдналися в золотому фонді теоретичної фізики" \*. Дійсно, якщо розглядати іменні результати Л.Д. Ландау та М.М. Боголюбова, виявиться, що їх кількість приблизно однакова. Це — U-V-канонічні перетворення Боголюбова, варіаційний принцип Хартрі—Фока—Боголюбова, ланцюжок рівнянь для багаточастинкових функцій розподілу Боголюбова—Борна—Гріна—Кірквуда—Івона, метод квазісередніх Боголюбова, умова мікропричинності Боголюбова, а також теорія фазових переходів II роду Ландау, феноменологічна теорія надпровідності Гінзбурга—Ландау—Абрикосова—Горькова, теорія надплинності рідкого гелію Ландау, діаманетизм Ландау, рівняння руху магнітного моменту Ландау—Ліфшиця, ефект згасання хвиль у плазмі без зіткнень (згасання Ландау).

Спогадам О.І. Ахієзера співзвучні висловлювання його найближчого учня академіка НАН України С.В. Пелетмінського, який вважає себе також і учнем М.М. Боголюбова: "Стосунки між Боголюбовим та Ландау підігрівались їх учнями. Наприклад, у "Журналі експериментальної та теоретичної фізики" не друкувалися праці учнів Боголюбова, і тоді він заснував свій журнал "Теоретична та математична фізика" \*.

Однак, незважаючи на протиріччя і складні взаємовідносини лідерів і деяких представників їх шкіл, не можна зупинятися лише на конкуренції та змаганні між цими двома теоретичними школами. Існували також певні позитивні робочі контакти та взаємодія. Так, О.І. Ахієзер часто зустрічався з М.М. Боголюбовим у Москві, Києві та Дубні, дискутував з ним робочі проблеми, ділився ідеями. Наприклад, коли О.І. Ахієзеру запропонували посаду заступника директора Харківського фізико-технічного інституту з ядерної фізики, він поїхав радитись про це з І.Я. Померанчуком та М.М. Боголюбовим. Вони обидва вважали, що треба погодитися на цю пропозицію. М.М. Бо-

голюбов обіцяв допомагати, і О.І. Ахієзер навіть виступив на засіданні Ради Об'єднаного інституту ядерних досліджень у Дубні, де вказав на те, що необхідно для розвитку робіт з фізики високих енергій в ХФТІ. Після цього з Дубни було організовано поїздку ряду співробітників до ХФТІ.

Про свої враження від зустрічей з М.М. Боголюбовим, а також про враження І.Я. Померанчука, також одного з перших учнів Л.Д.Ландау, О.І. Ахієзер пише: "Надалі на кожній сесії Академії наук України ми завжди зустрічались з Миколою Миколайовичем і довго розмовляли з ним. Теми були різні: наукові, історичні, і навіть релігійні. Мене завжди вражали його енциклопедичні знання, тонкі міркування та висловлювання. І завжди, залишаючи його, я відчував, що одержав важливий духовний заряд, мені навіть якось на душі ставало легше. І я згадую, що те саме відчував після бесід та зустрічей з Миколою Миколайовичем і мій найближчий друг Ісаак Якович Померанчук. Не було випадку, щоб під час наших зустрічей ми не захоплювались розумом і талантом Боголюбова" \*.

О.І. Ахієзеру доводилось не тільки спілкуватись з М.М. Боголюбовим, а й застосовувати методи, розроблені ним. Згодом він скаже про це так: "...Наум Ілліч Ахієзер дав мені книгу М.М. Крилова та М.М. Боголюбова з нелінійної механіки. Докладно я в той час не мав можливості вивчати її і залишив все до кращих часів. Вони наступили набагато пізніше, після війни, коли я, будучи професором Військово-радіолокаційної академії, читав там курс фізичних основ радіотехніки. Тут я вже розійшовся, і, використовуючи чудову книгу М.М. Боголюбова та Ю.О. Митропольського "Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань", докладно викладав теорію і генератора, і приймача. Я відчував велике задоволення від своїх лекцій, і, мені здається, що мої студенти-офіцери також, бо матеріал був істинно божественний" \*.

Методи, розроблені М.М. Боголюбовим в галузі статистичної фізики, розвивалися інтенсивно також у працях одного з перших і талановитих учнів О.І. Ахієзера С.В. Пелетмінського. О.І. Ахієзер писав з цього приводу: "Наукова спадщина М.М. Боголюбова величезна. Вона стосується багатьох галузей теоретичної фізики. І я можу гордитися тим, що розвиток досліджень в галузі статистичної фізики, пов'язаних з ім'ям Миколи Миколайовича Боголюбова, з великим успіхом продовжує в нашому інституті надзвичайно талановитий вчений, академік Національної академії наук України Сергій Володимирович Пелетмінський, мій найстарший учень і найближчий співробітник. Ми разом з С.В. Пелетмінським написали книгу "Методи статистичної фізики". У ній ми відмічаємо значення видатних праць М.М. Боголюбова з одержання кінетичних рівнянь та основ статистичної фізики" \*.

У 1960—1970-х рр. С.В. Пелетмінський зі своїми учнями виконав дослідження, присвячені розвитку загального методу скороченого опису для широкого класу макроскопічних систем. Цей метод виходить з праць М.М. Боголюбова, в його основу покладено такі загальні принципи статистичної механіки, як принцип просторового послаблення кореляцій та ергодичні співвідношення

[43]. В його працях та працях інших дослідників було розвинуто також підхід що до побудови гідродинаміки надплинної рідини з урахуванням дисипативних процесів [44, 45].

У С.В. Пелетмінського були робочі контакти також і з учнем М.М. Боголюбова С.В. Тябликовим, який одного разу в Дубні у кабінеті М.М. Боголюбова познайомив його та В.Г. Бар'яхтара, також учня О.І. Ахієзера та однокурсника С.В. Пелетмінського, з Миколою Миколайовичем. Відтоді між ними встановилося плідне професійне спілкування. С.В. Пелетмінський не тільки значно розвинув ідеї М.М. Боголюбова в статистичній фізиці, а й знайомив харківських теоретиків з цими ідеями. Він говорив, що монографія М.М. Боголюбова "Динамічна теорія в статистичній фізиці" захопила його, як художня література, і, ще навчаючись в аспірантурі, він організував семінар за цією книгою \*.

Напрямок С.В. Пелетмінського розвивав його аспірант у ХФТІ — член-кореспондент НАН України Е.Г. Петров, якому доводилось виступати на семінарах, якими керував М.М. Боголюбов \*. Як учень С.В. Пелетмінського, він з 1967 р. займався кінетичними явищами в феро- та антиферомагнетиках і розвивав напрямок нерівноважної матриці густини [46]. Тепер ці дослідження у вигляді кінетичних рівнянь у стохастичних полях застосовуються ним для задач молекулярної і біомолекулярної електроніки (протяжних молекул) [47].

З харківських теоретиків, які активно розвивали ідеї М.М. Боголюбова, необхідно згадати учня О.І. Ахієзера В.О. Попова, учня І.М. Ліфшиця В.П. Галайко та А.В. Свідзинського з Фізико-технічного інституту низьких температур НАН України. В.О. Попов під керівництвом О.І. Ахієзера займався магнетизмом, самостійно вивчав методи Боголюбова, співпрацював з В.Г. Бар'яхтаром, С.В. Пелетмінським. У 1963 р. директор Фізико-технічного інституту низьких температур академік НАН України В.В. Єременко, займаючись оптикою в магнетиках, запропонував В.О. Попову теоретично обґрунтувати цю проблему. В.О. Попов використав методи М.М. Боголюбова полярної моделі металу, а саме побудову гамільтоніанів і операторну форму теорії збурень для опису екситонів, поширивши на  $p$ -електрон результати М.М. Боголюбова і С.В. Тябликова, які розглядали чисто спінові хвилі та  $s$ -електрон [48]. Надалі зі своїм учнем О.О. Логіновим він узагальнив метод на випадок довільних  $l$ -електронів, де враховуються довільні пари збуджень [49]. В.О. Попов використав також метод запізнювальних функцій Гріна для аналізу симетрії енергетичного спектра екситон-магнетонних взаємодій, розробив квантову теорію сегнетоелектрики. Ці дослідження підтримував учень М.М. Боголюбова С.В. Тябликов, до якого В.О. Попов регулярно їздив консультуватися \*.

На початку 70-х років під впливом С.В. Пелетмінського В.П. Галайко застосував метод кінетичних рівнянь Боголюбова до проблеми надпровідності, та розробив електродинаміку надпровідників [50—52].

А.В. Свідзинський — аспірант М.М. Боголюбова — є представником харківської школи, розробляв і продовжує розробляти методи теорії над-

провідності, дослідив кінетику електронів у металах, струмові стани в просторово-неоднорідних надпровідникових системах, побудував послідовну мікроскопічну теорію на основі методу функціонального інтегрування [53, 54].

Коли у 1966 р. за ініціативою Миколи Миколайовича в Києві було створено Інститут теоретичної фізики НАН України, М.М. Боголюбов залучив до роботи в інституті О.І. Ахієзера. Деякий час Микола Миколайович хотів, щоб О.І. Ахієзер та його найближчі співробітники переїхали до Києва, але цього не трапилося, і вони тісно співпрацювали, перебуваючи у різних містах. В.П. Шелест підкреслював, що О.І. Ахієзер завжди дружньо ставився до інституту, хоч і не переїхав \*. Тоді переїхав тільки учень О.І. Ахієзера член-кореспондент НАН України П.І. Фомін.

Згадуючи про цю співпрацю, О.І. Ахієзер писав: "Я щасливий, що нині "дітищем" Миколи Миколайовича, Інститутом теоретичної фізики, керує відомий вчений, академік Національної академії наук України Олексій Григорович Ситенко, мій учень та близький співробітник" \*. У використанні О.Г. Ситенком та його школою методів, розроблених М.М. Боголюбовим, для побудови теорії плазми, також відчувається взаємний вплив шкіл М.М. Боголюбова та Л.Д. Ландау вже на прикладі учнів наступних поколінь.

Сучасна теорія плазми базується на широкому використанні методів статистичної фізики, а її найбільш повний опис можна одержати в рамках загального динамічного підходу статистичної теорії, запропонованого М.М. Боголюбовим. На базі цього підходу успішний розвиток теорії статистичних та електродинамічних властивостей плазми було продовжено в Інституті теоретичної фізики працями академіка О.Г. Ситенка та його школи. Проведені О.Г. Ситенком та його школою дослідження дозволили більш глибоко зрозуміти фундаментальні закономірності поведінки систем багатьох заряджених частинок, а також природу аномальних явищ у плазмі в умовах її магнітного утримання.

О.Г. Ситенком було розроблено ймовірнісний підхід до теорії плазми, на основі якого досліджено хвилі, випромінювання, флуктуації та процеси перенесення в обмежених системах заряджених частинок, що знаходяться в стаціонарних нерівноважних станах. Установлено також узагальнене кінетичне рівняння для хвиль у плазмі, яке враховує нелінійну взаємодію хвиль між собою та з флуктуаційними полями, на основі якого досліджено процеси розсіяння, трансформації та випромінювання хвиль в нерівноважній плазмі, розроблено теорію електромагнітних флуктуацій в плазмі, теорію поляризаційної взаємодії заряджених частинок з плазмою. Передбачено явище комбінаційного розсіяння хвиль у плазмі, вивчено властивості запорошеної плазми та колоїдних систем, розроблено нелінійну електродинаміку плазми та кінетичну теорію відлуння в плазмі [54–57]. Сьогодні дослідження з теорії плазми продовжуються в роботах нинішнього директора Інституту теоретичної фізики НАН України академіка НАН України А.Г. Загороднього.

Підсумовуючи, зазначаємо, що коли в Москві створювався Інститут теоретичної фізики імені Л.Д. Ландау, то ініціатора цього Ісаака Марковича Халатникова дуже підтримував Микола Миколайович Боголюбов. Існування двох інститутів теоретичної фізики — в Москві ім. Л.Д. Ландау і в Києві — ім. М.М. Боголюбова є дуже символічним та підкреслює ту значну роль, яку відіграли обидва лідери у розвитку теоретичної фізики та створенні шкіл теоретиків.

Результатом відбору у школу Боголюбова, який, звичайно, витримували не всі претенденти, було становлення великої групи талановитих і висококваліфікованих молодих дослідників — учнів М.М. Боголюбова спочатку в Києві, а потім в Москві та Дубні, здатних самостійно вирішувати наукові проблеми. Учні М.М. Боголюбова зробили ґрунтовний внесок у математичну фізику, статистичну фізику, квантову теорію поля, теоретичну фізику та теорію елементарних частинок. У Києві ними були одержані результати світового рівня: в математичній фізиці та теорії нелінійних коливань — розвиток асимптотичних методів інтегрування нелінійних диференціальних рівнянь, розробка одночастотного методу, побудова строгої теорії інтегральних багатovidів, теорії нестационарних коливань для систем з розподіленими параметрами та теорії методу усереднення (Ю.О. Митропольський та його учні, В.О. Кононенко, Г.С. Писаренко); в галузі статистичної фізики — обґрунтування нерівноважної статистичної механіки нескінченних систем (Д.Я. Петрина), створення методу зміщень та колективних змінних (І.Р. Юхновський); у галузі квантової теорії поля та фізики високих енергій — обґрунтування процедури перенормування та запровадження R-операції (О.С. Парасюк), побудова дуальних амплітуд з мандельштамівською аналітичністю, розробка статистичного підходу до вивчення сильновзаємодіючих частинок при високих енергіях на основі даної дуальної резонансної моделі (В.П. Шелест, Г.М. Зинов'єв, Б.В. Струминський), введення нового квантового числа, згодом названого "колір", і побудова схеми сильних взаємодій, що базуються на трьох триплетах кварків з цілочисловими зарядами (М.М. Боголюбов, Б.В. Струминський, А.Н. Тавхелідзе). У Москві і Дубні його учнями було одержано такі результати: зі статистичної фізики — побудова молекулярної теорії надплинності та полярної моделі металу, мікроскопічної теорії феромагнетизму, створення методу двочасових функцій Гріна (С.В. Тябликов, В.В. Толмачов, В.Л. Бонч-Бруєвич, Ю.А. Церковников), розробка строго математично обґрунтованої мікроскопічної теорії надпровідності (В.В. Толмачов, Д.Н. Зубарев, Ю.А. Церковников, Д.В. Ширков); побудова надплинної теорії ядра (В.Г. Соловйов). У галузі квантової теорії поля та теорії елементарних частинок — нова аксіоматична побудова квантової теорії поля (М.М. Боголюбов, Б.В. Медведєв, М.К. Поливанов, А.О. Логунов, І.Т. Тодоров), побудова теорії матриці розсіювання та послідовної математичної теорії ренормалізаційної групи (М.М. Боголюбов, Д.В. Ширков), доведення і широке використання методу дисперсійних співвідношень (М.М. Боголюбов, В.С. Владимиров, А.О. Логунов, Д.В. Ширков), введення нерелятивістського кваркового рівняння, що описує адрони як

складові частинки (М.М. Боголюбов, Б.В. Струминський, А.Н. Тавхелідзе, Д. Стоянов, В.П. Шелест, Нгуєн Ван Х'єу), встановлення на основі принципу автотермонуклеосинтезу правил кваркового підрахунку (В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелідзе) тощо.

Таким чином, на основі викладеного вище, можна ідентифікувати неформальні творчі колективи, очолювані М.М. Боголюбовим у Києві, в Дубні та Москві, із теоретичними школами в галузі математичної та теоретичної фізики. Ядро української теоретичної школи М.М. Боголюбова представляють:

- академіки НАН України В.О. Кононенко, Ю.О. Митропольський, О.С. Парасюк, С.В. Пелетмінський, Д.Я. Петрина, Г.С. Писаренко, А.М. Самойленко, Й.З. Штокало, І.Р. Юхновський;
- члени-кореспонденти НАН України Й.І. Гіхман, В.І. Фушич, О.М. Шарковський, В.П. Шелест;
- доктори наук В.П. Гачок, М.С. Гончар, І.П. Дзюб, Г.М. Зинов'єв, Ю.Л. Ментковський, В.Г. Писаренко, Б.В. Струминський, А.В. Свідзинський, А.М. Федорченко, С.Ф. Фещенко, та інші.

Московсько-дубненську школу представляють:

- М.М. Боголюбов (молодший), П.Н. Боголюбов, В.Л. Бонч-Бруєвич, В.С. Володимиров, В.Г. Кадишевський, А.О. Логунов, Б.В. Медведєв, В.О. Мещеряков, В.А. Москаленко, М.К. Поливанов, А.Н. Тавхелідзе, В.Г. Соловійов, Л.Д. Соловійов, В.В. Толмачов, С.В. Тябликов, Д.В. Ширков, та інші.

Серед учнів М.М. Боголюбова є також зарубіжні вчені — Іван Улехла (Чехія), Нгуєн Ван Х'єу (В'єтнам), Ф. Шиклош (Угорщина), З. Галясевич, В. Рибарська (Польща), А. Ульман, В. Цоллнер, Ф. Кошлун та Д. Робашик (Німеччина), Е. Михул (Румунія), І. Златнев, І. Тодоров (Болгарія) та інші.

Таким чином, М.М. Боголюбовим було створено велику інтернаціональну школу математичної та теоретичної фізики з центрами у Києві, Москві та Дубні, представників якої об'єднують наукові та дружні взаємини. Контакти між Києвом та Дубною збереглися і досі. І київська школа теоретичної та математичної фізики М.М. Боголюбова стала своєрідною гілкою його єдиної теоретичної школи.



РОЗДІЛ 2

---

**М.М. БОГОЛЮБОВ  
ТА  
МАТЕМАТИЧНА  
ФІЗИКА**

---





*Розробка М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим  
асимптотичного підходу в теорії нелінійних  
коливань, створення нелінійної механіки  
(1932—1937)*

*Внесок М.М. Боголюбова та його перших учнів  
у математичну фізику*





## *2.1. Розробка М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим асимптотичного підходу в теорії нелінійних коливань, створення нелінійної механіки (1932—1937)*

Початок наукової творчості М.М. Боголюбова пов'язаний з розробкою методів теорії нелінійних коливань. Якщо повернутися до розгляду генезису даного наукового напрямку, то слід зазначити, що перші проблеми, обумовлені коливаннями, в механіці постали давно. За Л. Ейлером і Ж. Лагранжем багато математиків, механіків й астрономів XIX століття (С. Пуассон, М.В. Остроградський, І. Гюльден, А. Ліндстедт, А. Пуанкаре та інші) розв'язували окремі нелінійні задачі теорії коливань. У другій половині XIX століття внаслідок бурхливого розвитку техніки, зокрема, зростання потужності парових машин і турбін, проблеми нелінійних коливань почали привертати пильну увагу багатьох учених. Це було обумовлене тим, що збільшення потужності агрегатів призводило до збільшення маси їх регуляторів, яке спричиняло "шкідливі" коливання та саморозхитування під час роботи.

Увага до нелінійних коливань зросла після винаходу в 1906 р. Л. Форестом триелектродної лампи (тріода) та подальшого стрімкого розвитку радіотехніки, де необхідно було вже не долати "шкідливі" коливання, а навпаки, використовувати їх для генерації незгасаючих електромагнітних коливань. Згодом у різних галузях фізики і техніки кількість проблем з нелінійних коливань, які вимагали швидкого вирішення, значно збільшилась. На перший план ці проблеми постали в акустиці, радіофізиці, фізиці твердого тіла, статистичній фізиці, де розглядалися вже не просто як математична задача, це був пошук методів розв'язання більшості актуальних задач.

Проте теорія лінійних диференціальних рівнянь, яка на той час була достатньо розроблена, не могла описувати принципово нелінійні процеси, оскільки в них істотну роль відігравала нелінійність, абстрагуватись від якої було неможливо. Спроби підійти до нелінійних процесів з "лінійними мірками" приводили до того, що, за словами Л.І. Мандельштама, "така "лінеаризація" була завжди штучною, і рідко коли корисною, нічому не навчала, а іноді й шкодила" [1, с. 10].

Однак спочатку при тлумаченні цих нових, хоч і явно нелінійних проблем, намагались не дуже відхилятися від звичної лінійної термінології та лінійних математичних методів, враховуючи нові обставини і корегуючи розв'язки. А якщо й вважали систему нелінійною, то тільки у кожному конкретному випадку індивідуально, не підводячи при розгляді нелінійних явищ загальну математичну базу. Застосовували метод, що найкраще відповідав саме даній динамічній системі або був розроблений спеціально для неї. Так намагались працювати Ж. Д'Аламбер, Ж. Лагранж, Дж. Максвелл, І.А. Вишнеградський, М.Є. Жуковський.

Найбільш значні результати при розгляді нелінійних процесів з лінійної точки зору дістали Г. Баркгаузен та Г. Мьоллер у Німеччині. В 1907 р. Г. Баркгаузен своєю докторською дисертацією "Проблеми генерації коливань" зробив важливий внесок у теорію нелінійних перемикачів, а у 1920 р. побудував електронну трубку для створення височастотних коливань та сформулював рівняння, що пов'язують коефіцієнти трубки. Ці рівняння використовуються і нині. У 1921 р. Г. Мьоллер розглянув випадок, коли період сили збурення дорівнює власному періоду коливань системи [2].

Г. Баркгаузен та Г. Мьоллер проводили лінеаризацію нелінійних задач, відкидаючи нелінійні члени в диференціальних рівняннях та вводили замість них лінійні. Вони припустили, що частиною розв'язку задачі про ламповий генератор є синусоїда  $\alpha \sin(\omega t)$ , де  $\omega$  — власна частота контуру, а амплітуда визначається з рівняння

$$\frac{\omega_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(M\omega \cos(\omega t) \cos(\omega t)) dt = 2\delta.$$

Такі "квазілінійні методи" добре описують задачі, що близькі до синусоїдальних. Пізніше, у 1933 р., для розв'язання задач радіотехніки А.І. Берг та Ю.Б. Кобзарев розробили свій "квазілінійний метод".

Серед представників іншого напрямку, що полягав у розгляді кожної нелінійної проблеми індивідуально, насамперед, необхідно назвати відомого голландського радіофізика Б. Ван дер Поля, праці якого з'явилися у 1922—1929 рр. [3]. У той час він працював в Інституті Тейлора в Гарлемі під керівництвом Х. Лоренца. З 1922 до 1949 рр. вчений також керував дослідженнями в Лабораторії Філіпса в Ейндховені, а з 1949 до 1956 рр. очолював Міжнародний консультативний комітет із радіозв'язку в Женеві.

Б. Ван дер Поль був першим, хто довів неможливість описувати нелінійні системи лінійною теорією. Коливання, що збуджуються ламповим генератором, як правило, мають обмежену, але велику амплітуду і не залежать від початкових умов. Лінійні ж неконсервативні системи породжують тільки згасаючі або зростаючі коливання. На цей факт й звернув увагу Б. Ван дер Поль. Його метод "повільно змінюваних коефіцієнтів", за допомогою якого він у 20-х роках ХХ століття побудував теорію генератора квазігармонічних радіоколивань на триелектродній лампі, був значним кроком вперед у розробці теорії

нелінійних коливань шляхом "удосконалення" принципу суперпозиції у такий спосіб, коли дія нелінійності враховується завдяки повільній зміні лінійного в своїй основі розв'язку. Метод не було строго обґрунтовано, але він знайшов ряд застосувань. Б. Ван дер Поль розглядав таке рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right),$$

яке для частинного випадку має вигляд

$$\frac{d^2x}{dt^2} + x = \varepsilon(1-x^2) \frac{dx}{dt}.$$

За допомогою такої підстановки:

$$\begin{aligned} x &= u \sin t - v \cos t, \\ \frac{dx}{dt} &= u \cos t + v \sin t \end{aligned}$$

після перетворень і нехтування деякими членами ( $v_t''$ ,  $\varepsilon v_t'$ ,  $u_t''$ ,  $\varepsilon u_t'$  — відкидаються, через те, що  $u$  та  $v$  припускаються повільно змінюваними) рівняння перетворюється у систему так званих скорочених рівнянь Ван дер Поля:

$$\frac{du}{dt} = \varepsilon f_1(u, v),$$

$$\frac{dv}{dt} = \varepsilon f_2(u, v).$$

А вже потім можна розділяти змінні.

На жаль, метод Ван дер Поля адекватно описував лише системи, близькі до лінійних консервативних, та не дозволяв знаходити вищі наближення, надаючи тільки перше. У 1934 році даний метод було строго математично обґрунтовано Л.І. Мандельштамом та М.Д. Папалексі, які запропонували однозначний спосіб його використання й показали, що цей метод в окремому випадку є різновидом методу малого параметра. Пізніше незалежне обґрунтування методу Ван дер Поля дали також М.М. Крилов та М.М. Боголюбов, які показали, що розв'язок, одержаний за його допомогою, збігається з першим наближенням, знайденим на основі методу усереднення [4].

Природно, що обидва розглянутих підходи не були придатними для широкого використання, хоч і виявилися корисними при розробці теорії нелінійних коливань. Перший з них — метод зведення нелінійних задач до лінійних — був і залишається застосовним у простих випадках, коли нелінійність не значно суттєва, і нею можна знехтувати або зменшити шляхом реконструкції розглядуваного об'єкта.

Метод розгляду кожної конкретної задачі індивідуально також правомірний, оскільки не потребує нехтування особливостями окремої задачі, а

дає можливість розглядати їх об'єктивно. Інколи цей шлях виявляється найдоцільнішим. І навіть нині важливе значення має саме розгляд кожної практичної задачі індивідуально з відображенням умов конкретної ситуації.

Однак при деяких перевагах кожний з розглянутих підходів не міг бути використаний для побудови загальної теорії нелінійних коливань через свою обмеженість. Таким чином, розробка теорії, яка б всебічно описувала нелінійні коливання, ставала конче необхідною.

З перших значних праць, в яких вивчались нелінійні проблеми, можна також відзначити праці Е. Еплтона (Англія) з дослідження поширення, затування та відбиття радіохвиль; Коґи (Японія), який спостерігав, що за певного настроювання період самозбуджувальної автоколивальної системи стає кратним періоду діючої сили [5], А. Л'єнара і А. Картана та Е. Картана (Франція) [6], а також Р. Пайерлса [7—9]. Останнім було створено квантову теорію теплопровідності кристалічних тіл, яка враховує ангармонізм атомів у кристалічній ґратці за рахунок малих поправок лінійного в своїй основі розв'язку.

При використанні якісного підходу до вивчення зв'язку фізичних властивостей динамічної системи з диференціальним рівнянням, що описує її, А. Л'єнаром та А. і Е. Картанами було започатковано розробку перших строгих математичних методів дослідження нелінійних систем. Вони підтвердили наявність знайденої Б. Ван дер Полем кривої у фазовій площині, що відповідає періодичному розв'язку рівняння. А. Л'єнар запропонував також простий графічний метод розв'язання нелінійного рівняння (рівняння Л'єнара):

$$x'' + \phi(x') + x = 0.$$

На початку ХХ століття при розв'язанні окремих нелінійних задач також почали використовувати метод припасовування. Ним користувався М.Д. Папалексі, застосовуючи його до розв'язання задачі про випрямляч. Метод полягав у тому, що нелінійна частина рівняння замінювалася функцією, що зображається ламаною лінією, а замість нелінійного рівняння розглядалася система лінійних. У точках сполучення сталі інтегрування припасовувались, виходячи з вимог неперервності розв'язку, а часто також його похідної.

Підсумовуючи, слід зазначити, що центрами досліджень нелінійних задач у 1907—1921 рр. були колективи на чолі з Г. Баркгаузенем та Г. Мьоллером у Німеччині, у 1922—1929 рр. — школа Б. Ван дер Поля у Голландії. Активна розробка теорії нелінійних коливань починається з 1925 р. колективом фізиків, очолюваним Л.І. Мандельштамом у Москві, та з 1927 р. — М.М. Криловим і М.М. Боголюбовим у Києві. З того часу в колишньому СРСР випереджувальними темпами почались дослідження в галузі нелінійних коливань, що визнавались у світі.

Основою для створення загальної теорії нелінійних коливань стали деякі роботи французького вченого А. Пуанкаре та російського математика і механіка, академіка О.М. Ляпунова. В працях 1892—1899 рр. А. Пуанкаре розглядав ряди, названі ним асимптотичними, він узагальнив метод малого пара-

метра, що з початку XIX століття застосовувався для розв'язання задач небесної механіки [10]. Кількома роками раніше ним же було започатковано основу якісної теорії диференціальних рівнянь [11].

Важливий внесок в основи теорії нелінійних коливань також зробив О.М. Ляпунов, який поставив і розв'язав задачу про стійкість руху. Одним з основних результатів вченого було ефективне розв'язання певного класу систем нелінійних рівнянь та з'ясування поведінки інтегральних кривих рівнянь руху поблизу положення рівноваги [12].

Узагальнення того, що було напрацьовано, але систематично не використовувалось, належить колективу вчених на чолі з Л.І. Мандельштамом. Це, перш за все, апарат теорії збурень, локальна теорія періодичних розв'язків А. Пуанкаре та теорія лінійних диференціальних рівнянь з періодичними коефіцієнтами О.М. Ляпунова. Л.І. Мандельштам з учнями усвідомили,

що "ситуації, коли ми не спостерігаємо адитивного відгуку на адитивні дії, тобто коли лінійний підхід незастосовний, не тільки не є виключеннями, а навпаки, зустрічаються на кожному кроці. Стало ясно, що нелінійні проблеми з різних галузей фізики, і не тільки фізики, вимагають єдиного підходу та опису" [13, с. 220]. При цьому найбільш важливим виявилось те, що всі ці явища вимагають опису "у великому", тобто знання всього процесу переходу з одного рівноважного стану в інший, не обмежуючись аналізом поведінки нелінійної системи поблизу окремих її станів, оскільки через нестійкість системи "у великому" відбувається зникнення інформації про її минуле — початкові умови.

Основою нової дослідницької програми, яку почала впроваджувати в життя наукова школа Л.І. Мандельштама, було глибоке проникнення в фізику коливань, якісне їх вивчення, "коливальний" підхід до явищ різної природи, дослідження усієї сукупності явищ, можливих у динамічній системі при будь-яких початкових умовах, геометризація цього уявлення, вивчення перетворень, що спостерігаються у фазовому просторі при зміні параметрів динамічної системи. Теорія нелінійних коливань для представників цього напрямку є, за словами Л.І. Мандельштама, "інтернаціональною мовою", що базується на ізоморфізмі коливальних закономірностей. "Спільність коливальних процесів, їх різноманітність і водночас специфічна своєрідність відіграють суттєву роль у встановленні внутрішніх зв'язків між різнорідними, на перший погляд, явищами", — писав вчений [1, с. 9].



Академік Леонід Ісаакович Мандельштам — засновник геометричного підходу в теорії нелінійних коливань

Розробляючи цю теорію, Л.І. Мандельштаму та його школі вдалося охопити коливальні процеси в радіотехніці, автоматиці, акустиці, аеродинаміці, відкрити нові види резонансу, зокрема, резонанс  $n$ -го роду, та створити його теорію, побудувати теорію стаціонарних коливань при резонансі  $n$ -го роду, відкрити явище асинхронного збудження, розробити новий метод генерації електромагнітної енергії за допомогою параметричних генераторів [14–17].

Особливо необхідно відмітити внесок учня Л.І. Мандельштама — О.О. Андронова. За словами іншого учня Л.І. Мандельштама Г.С. Гореліка, у О.О. Андронова було бажання створити нову теоретичну культуру. Він писав: "Існують фізики-теоретики, а також інженери-теоретики, які застосовують існуючу ідейну зброю до розв'язання задач, які знаходяться в радіусі дії цієї зброї. Їх цікавлять, головним чином, конкретні задачі. Але існує інший тип теоретика, якого цікавить насамперед вироблення нових загальних точок зору та створення нових методів, окремі ж задачі його цікавлять передусім як ілюстрація до загальних методів. Саме таким теоретиком і був О.О. Андронов" [18, с. 54]. Він фактично відкрив знову в працях А. Пуанкаре придатний для теорії нелінійних коливань образний математичний апарат, який не використовувався в задачах земної механіки протягом сорока років. Необхідні дослідження зі стійкості руху О.О. Андронов знайшов у згадуваній докторській дисертації О.М. Ляпунова "Загальна задача стійкості руху" (1892 р.). У 1927 році О.О. Андронов захистив дисертацію "Граничні цикли Пуанкаре та теорія збурень", де йшлося про те, що граничні цикли Пуанкаре — це автоколивання. Її не було надруковано повністю, але стислий зміст містили дві замітки. Одна вийшла у 1928 році [19], а інша в 1929 р. у доповідях Паризької Академії наук [20].

Так було започатковано нову програму досліджень, яка базувалась на якісній теорії та методі точкових відображень Пуанкаре і на роботах зі стійкості руху Ляпунова. Основи математичного апарату, запозичені з праць А. Пуанкаре, виявились добре застосовними до коливальних процесів. Їх особливість полягала в надзвичайній наочності, геометричному зображенні будь-якого стану динамічної системи. Певній поведінці та руху системи в новій теорії відповідав цілком конкретний геометричний образ. Л.І. Мандельштам підкреслював цю перевагу нового підходу: "В теорії коливань математичний образ, наприклад, граничний цикл, має надзвичайно наочний не тільки геометричний, а й фізичний зміст. Інакше кажучи, в доповнення до аналізу ви тут маєте не тільки геометричну, а й фізичну наочність, не тільки геометричну, а й фізичну інтуїцію. Причому ця фізична наочність та інтуїція може бути досить розгалуженою і багатою та спиратися на радіотехнічний, електротехнічний, оптичний й тому подібний матеріал. Тут ми маємо справді адекватний нашим нелінійним задачам математичний апарат, що не має "лінійних спогадів", і неважливо, що він недостатньо розроблений. Спираючись на цей апарат, можна буде створити нові поняття, специфічні для нелінійних систем, виробити нові керівні точки зору, які дозволять мислити нелінійно" [21, с. 106, 114].



Л.І. Мандельштаму, М.Д. Папалексі, О.О. Андронову, О.О. Вігту, С.Е. Хайкіну та їх послідовникам належать такі основоположні поняття теорії нелінійних коливань, як напівтраєкторія, граничний цикл, якісний підхід, стійкість у великому й малому, груба динамічна система тощо. Запроваджений ними термін "фазовий портрет", який був спочатку майже жаргонним, згодом увійшов у життя як яскраве визначення усєї сукупності фазових траєкторій.

Внаслідок прийняття нового якісного, геометричного підходу до коливальних процесів школою Л.І. Мандельштама було фактично започатковано нову фізичну дисципліну на межі фізики та математики, зі своїм математичним апаратом, поняттями, положеннями, термінологією, методами оцінки процесів, які протікають у динамічній системі. В цих працях почалося оформлення науки, що описує поведінку нелінійних систем різної природи — теорії нелінійних коливань, яка надалі, з розширенням сфер застосування, переросла в нову галузь фізики — фізику нелінійних явищ.

Особливість даного напрямку та його зв'язок з практикою підкреслював Л.І. Мандельштам, звертаючи увагу на те, що теорія нелінійних коливань — не чисто математична теорія. "В сфері коливань особливо чітко простежується взаємодія між фізикою і математикою, вплив потреб фізики на розвиток математичних методів та зворотний вплив математики на фізичні знання" [1, с. 9]. "Звичайно, — говорив він, — оскільки ви маєте справу з рівняннями, головним чином, диференціальними, то з певної точки зору все це — математика. Проте головне не в цьому, а в тому, що фізика навчає нас, як "допитувати" диференціальні рівняння" [21, с. 106].

Передусім виникає задача за допомогою геометричної побудови так званих інтегральних кривих, що визначаються диференціальними рівняннями, одержати найбільш характерні, якісні риси функцій, які характеризують стани і зміни цих станів. У монографії "Теорія коливань" О.О. Андронов, О.О. Вігт та С.Е. Хайкін писали, що "якісне інтегрування істотно полегшить кількісне інтегрування, або точніше, полегшить кількісне розв'язання тих задач, які виникають у фізиці коливань" [16, с. 84].

Однак у практичних розрахунках якісного, хоча й наочного, опису вже недостатньо, необхідно враховувати також кількісний розгляд. Л.І. Мандельштам добре бачив як переваги, так і недоліки якісної теорії. "Недолік теорії Пуанкаре не в тому, що вона дає якісні відповіді на запитання, саме ці якісні відповіді дуже часто й потрібні техніці, її недолік у тому, що вона скоріше говорить, що може бути у диференціальних рівняннях певного класу, ніж навчає досліджувати конкретні рівняння", — відзначав Л.І. Мандельштам [21, с. 114].

О.О. Андронов, вивчаючи праці А. Пуанкаре, знайшов у них ("Про проблему трьох тіл та рівняння динаміки" (1890 р.) та "Нові методи небесної механіки" (1892—1899 рр.)) посилання на попередні праці Ж. Лагранжа, П. Лапласа, А. Лінстедта з методу розкладання в ряд за степенями малого параметра. А. Пуанкаре вказував, що всі тригонометричні ряди, які одержують внаслідок використання цього методу, є розбіжними. Але сума перших членів цих рядів

дає величину, похибка якої тим менша, чим менше значення параметра, в цьому сенсі він назвав такі ряди асимптотичними. Хоч метод малого параметра Пуанкаре було використано вже у 1923 р. для знаходження більш високих наближень при розв'язанні рівняння Ван дер Поля, проте уваги дослідників він тоді не привернув.

У 1930 р. О.О. Андронову і О.О. Вітту вдалося, розробивши належну рецептуру, за допомогою методу малого параметра довести ряд відомих результатів, застосувавши його до розв'язання нелінійних задач радіотехніки, та водночас з'ясувати суперечливе питання про існування "порогу" для амплітуди зовнішньої електрорушійної сили, нижче якого вона не може викликати примусову синхронізацію або захоплення.

О.О. Андронов вказував, що важливим було "виявлення методом малого параметра значної евристичної сили та можливості передбачати нові явища. Це чітко виявилось у праці Л.І. Мандельштама і М.Д. Папалексі щодо явищ резонансу другого роду... Теорія встановила не тільки існування режимів, близьких до відповідних періодичних розв'язків другого роду, а й вказала на наявність нових явищ, зовсім несподіваних і незрозумілих з точки зору звичайного лінійного підходу. Зокрема, теоретично було встановлено, що недозбуджений генератор може збуджуватися під впливом електрорушійної сили, частота якої дорівнює його подвоєній частоті; якщо ж частота зовнішньої сили суттєво відрізняється від подвоєної частоти системи, то система майже не відхиляється, поводить себе як звичайна лінійна" [21, с.116—117]. Ці праці Л.І. Мандельштама і М.Д. Папалексі 1931—1932 рр. [22, 23], а також доповідь про їх дослідження поблизу резонансу  $n$ -го роду, яка була прочитана М.Д. Папалексі на I Всесоюзному з'їзді фізиків в Одесі у серпні 1930 р., привернули увагу вчених до методу малого параметра. Починаючи з 1931 р. з'являються дослідження, присвячені цьому методу.

Подальше розширення застосування методу малого параметра та новий підхід до нього знайшли своє втілення в фундаментальних працях М.М. Крилова та М.М. Боголюбова, з яких у 1932 р. починається формування нового напрямку в теорії нелінійних коливань, що розвивався незалежно від розглянутого вище. М.М. Крилов і М.М. Боголюбов застосували підхід до розгляду нелінійних коливань, який було засновано на побудові асимптотичних розкладань за степенями малого параметра. Їх напрям являє собою передусім розробку математичних методів теорії нелінійних коливань, і спрямований на створення заснованого на асимптотичних методах математичного апарату, за допомогою якого можна однаково описати будь-які явища коливальної природи.

У 1931 р. відбулась I Всесоюзна конференція з коливань, де вказувалося на надзвичайно важливе значення для промисловості розвитку теорії коливань. Відмічалось також, що періодичні режими більш-менш розроблено, а квазіперіодичні та майже періодичні потребують якнайшвидшої розробки.

Дослідження коливальних процесів, у тому числі нелінійних, давно цікавило М.М. Крилова та М.М. Боголюбова. Проблемою коливань, особливо



М.М. Крилов та М.М. Боголюбов (зліва). Київ, 1932 р.

нелінійних рівнянь, М.М. Крилов зацікавився ще в 1908 р. Відвідуючи лекції А.Пікара в Сорбонні, він звернув увагу на нелінійні рівняння та познайомився з ідеями нового методу Рітца. В 1909 р. М.М. Крилов надрукував першу працю з теорії коливань "Про проблему поперечних коливань пружного стержня" [24], а потім у 1910 р. — "Про розкладання за фундаментальними функціями, що зустрічаються в проблемі поперечних коливань пружних неоднорідних стержнів" [25].

Це дослідження вчений завершив у 1911 р. працею "Про розкладання у ряди за фундаментальними функціями, що зустрічаються при інтегруванні одного диференціального рівняння з частинними похідними 4-го порядку, та про розкладання за поліномами Якобі" [26], де, застосовуючи інтегральне рівняння другого роду, М.М. Крилов шукає математичну відповідь на складне інженерне питання. В праці "Застосування методу Рітца до систем диференціальних рівнянь" [27] для спрощення своїх міркувань він виходить з системи рівнянь, запропонованої американським фізиком М. Месоном, поширюючи потім результати також на ті системи, в яких кількість залежних змінних більше за три.

Доказом зацікавленості М.М. Крилова цими проблемами слугує також його лист до Ц. Хаяші "Про інтегрування в деяких випадках нелінійних диференціальних рівнянь математичної фізики" [28]. У тому ж 1927 р. виходить праця М.М. Боголюбова "Про обчислення вимушених хитань, що справджують певні нелінійні диференціальні рівняння" [29].

Про значення досліджень, що проводились, красномовно свідчить листування заступника голови Фізичного комітету Наркомату освіти РРФР з М.М. Криловим щодо проведення Всесоюзної конференції з коливачів. Так, у листі від 10 жовтня 1931 р. йшлося: "З проспекту, який було додано, Ви побачите, що на конференції пропонується також і математична секція. Організаційний комітет конференції звертається до Вас з проханням взяти на себе керівництво цією секцією, бо ми маємо відомості про важливі результати, які Ви дістали в цій галузі" [30].

Асимптотичні методи, запропоновані М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим, поширювали на неконсервативні динамічні системи асимптотичні методи, відомі в астрономії, зокрема метод малого параметра. Ідея їх нових асимптотичних методів полягала в наступному. Розглянемо, наприклад, рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = \varepsilon f\left(x, \frac{dx}{dt}\right).$$

При  $\varepsilon = 0$  воно описує чисто гармонічні коливання, а при  $\varepsilon \neq 0$  — близькі до них у системі з одним ступенем вільності. При  $\varepsilon = 0$  розв'язок має вигляд  $x = a \cos \theta$ ,  $a = \text{const}$ , тобто  $\frac{d\theta}{dt} = \omega$ , фаза обертається рівномірно:  $\frac{da}{dt} = 0$ .

При  $\varepsilon \neq 0$  можна вважати, що і частота, і амплітуда змінюватимуться, хоча і повільно. З цих міркувань намагаємося знайти розв'язок рівняння у вигляді

$$x = a \cos \theta + \varepsilon u_1(a, \theta) + \varepsilon^2 u_2(a, \theta) + \dots,$$

де  $u_1(a, \theta)$ ,  $u_2(a, \theta)$  ... — періодичні за  $\theta$ .

Далі припустимо, що  $a$  і  $\theta$  задовольняють рівнянням, які також є розкладаннями за степенями  $\varepsilon$ :

$$\frac{da}{dt} = A_1(a) + \varepsilon^2 A_2(a) + \dots$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega + \varepsilon B_1(a) + \varepsilon^2 B_2(a) + \dots$$

Залишається знайти:  $u_1, u_2, \dots A_1, A_2, \dots B_1, B_2, \dots$  таким чином, щоб розв'язок формально задовольняв рівняння, що можна зробити.

У 1932 р. М.М. Крилов і М.М. Боголюбов надіслали до Паризької академії наук три повідомлення, які було надруковано. В них містилися знайдені методи опису квазіперіодичних режимів в електронному генераторі, на який періодично впливає зовнішня сила, було вперше викладено метод одержання наближеного розв'язку нелінійного рівняння, що зустрічаються в радіотехніці [31—33]. М.М. Крилов та М.М. Боголюбов дослідили складні явища резонансу в нелінійному випадку, причому, крім головного резонансу, який один можливий в лінійній теорії, розглянуто було також резонанси, що характеризують

ються, як і головний резонанс, зниканням диференціальних тонів (*battements*) у середині окремих зон, визначено ширину та місце їх розміщення. Ці дослідження, як зазначали автори, "покладені в основу нелінійної механіки... нової галузі математичної фізики, яка одразу знайде застосування у всіх тих галузях науки, де досліджуватимуться нелінійні коливання" [34, с. 7].

Цікаво зауважити, що між М.М. Криловим та Б. Ван дер Полем існували дружні стосунки. Вони обмінювалися науковими працями, листувалися, ділились інформацією в галузі операційного числення та теорії нелінійних коливань. На конференції, присвяченій вивченню нелінійних коливань, що відбулася в Парижі наприкінці січня 1933 р., Б. Ван дер Поль високо оцінив праці українських вчених в новій галузі математичної фізики.

Вперше нові асимптотичні методи було надруковано в 1932 р. у монографії М.М. Крилова та М.М. Боголюбова "Дослідження поздовжньої стійкості аероплану" [35]. Незабаром вийшла монографія "Про коливання синхронних машин. Про стійкість паралельної роботи  $n$  синхронних машин", яка містила у собі один з перших розв'язків нелінійних задач з теорії регулювання [36]. Ці результати доповідались у тому ж 1932 р. на Першому електротехнічному конгресі в Парижі. Сам М.М. Крилов не міг бути присутнім там, але він представив спільну з М.М. Боголюбовим доповідь "Статична та динамічна стійкість синхронних машин", яка викликала велике зацікавлення та жваве обговорення. Невдовзі побачила світ їх наступна спільна монографія "Застосування методів нелінійної механіки до теорії стаціонарних коливань" [37], де було розглянуто автоколивальні системи та стаціонарні квазіперіодичні коливання, знайдено квазіперіодичні розв'язки і встановлено, що властивості квазіперіодичності перших наближень аналогічні таким самим властивостям точних розв'язків. У тому році вийшло 8 праць М.М. Крилова та М.М. Боголюбова.

Подальшого розвитку дістали також символічні методи, в яких М.М. Крилов і М.М. Боголюбов запровадили оператор  $f$ , що повертає на 90 градусів в додатному напрямі повну фазу гармонічної функції  $\omega t + \phi$ . У цьому випадку діють алгебраїчні закони, коли перетворення лінійні відносно гармонічних функцій і не залежать від часу. Після ряду дій з даним оператором дійшли висновку, що при різних операціях гармонічні функції можна замінити комплексними числами. Особливо зручно виявилось застосовувати символічні методи до систем, де є лише одна нелінійність, одна частота, і багато ступенів вільності. Наприклад, коливання в колінчастих валах, резонанс в електронних генераторах, різноманітні схеми зв'язаних контурів.

Особливе місце в працях М.М. Крилова і М.М. Боголюбова займає монографія "Вступ до нелінійної механіки" (1937 р.) [4], в якій вони продовжили поширення асимптотичних методів на випадок неконсервативних систем. У ній значну увагу було приділено питанням практичної обчислювальної реалізації асимптотичних методів, для цього було розроблено метод еквівалентної лінеаризації, за допомогою якого можна було за даними задачі одержати рівняння першого наближення для амплітуди і фази, не складаючи точні

рівняння руху. Потім вчені запропонували більш широкий принцип узагальненої віртуальної роботи.

Таким чином, внаслідок інтенсивного розвитку ряду ідей математичної фізики М.М. Крилов і М.М. Боголюбов у 1932 р. започаткували новий підхід до проблем нелінійних коливань, нову гілку в теорії нелінійних коливань, яку назвали механікою нелінійних коливань, або, скорочено, нелінійною механікою. Розроблені асимптотичні методи виявились застосовними до тих багатьох явищ фізики, де зустрічаються коливальні процеси, як ті, що допускають лінійну ідеалізацію, так і суттєво нелінійні. За допомогою асимптотичних розкладань стало можливим побудувати не тільки перше, а й вищі наближення; крім того, досить прості формули для їх обчислення дозволили швидко досягти практичних результатів. Так, вже у 1932 р. за допомогою цього математичного апарата на замовлення Харківського авіаційного інституту було досліджено поздовжню стійкість літака. На заводах і у дослідних інститутах вивчались стійкість паралельної роботи електричних машин, коливання будівельних конструкцій, коливання і стійкість стрижнів, у 1935 р. було проведено розрахунок коливань рамних конструкцій. Знайдені формули другого наближення для визначення частоти стаціонарних коливань в електронних генераторах дозволили визначити вплив обертонів на стабільність частоти, дослідити резонанси поділу частоти, внутрішні резонанси в системах з багатьма ступенями вільності, розробити питання використання нелінійних елементів для боротьби з резонансом у машинобудуванні.

Водночас з розробкою та використанням у практичних цілях нових асимптотичних методів М.М. Крилов і М.М. Боголюбов приділяли велику увагу їх строгому обґрунтуванню. На цьому шляху було розроблено апроксимаційний метод усереднення, встановлено його точність та дано оцінку похибки.

Принципом усереднення, запозиченим з небесної механіки, в механіці користувались давно. Інтуїтивно в різних формах його використовували К. Гаусс, Ш. Делоне, Дж. Хілл, Б. Ван дер Поль. Спроби застосувати даний принцип для досліджень нелінійних коливань були успішними лише при коливаннях з одним ступенем вільності. Перше обґрунтування принципу усереднення дали Л.І. Мандельштам і М.Д. Папалексі. В 1934 р. М.М. Криловим і М.М. Боголюбовим було також показано, що перше наближення, одержане за принципом усереднення, збігається з наближеним розв'язком за методом Ван дер Поля.

Методи асимптотичних розкладань в подальшому широко використовувалися в багатьох працях М.М. Крилова і М.М. Боголюбова, а також в працях представників та послідовників теоретичної школи М.М. Боголюбова. З перших застосувань даних теоретичних результатів можна відмітити дослідження з впливу внутрішнього тертя при коливаннях стрижнів та лопаток турбін (Г.С. Писаренко), нелінійних муфт на обертальні коливання колінчастих валів (В.Я. Натанзон), взаємного впливу релаксаційних і слабо нелінійних коливань (В.О. Кононенко), автоколивальних процесів й питань стійкості в системах регулювання вищого порядку (Е.П. Чопов) тощо.

Таким чином, працями й зусиллями вчених — представників напряму, фундаторами якого були Л.І. Мандельштам і Н.Д. Папалексі, які розробляли якісний підхід до проблеми нелінійних коливань, і працями М.М. Крилова та М.М. Боголюбова в галузі асимптотичних розкладань, а також їх послідовників, було започатковано формування теорії нелінійних коливань як цілісного, єдиного вчення, важливого для побудови загальної теорії динамічних систем. Кожний з напрямів, хоч і розвивався незалежно від іншого та мав у своїй основі різні методи, підходи і математичний апарат, фактично вирішував спільну задачу, робив свій внесок у розробку вчення про нелінійні коливання і його застосування до розв'язання конкретних задач практики.

## 2.2. Внесок М.М. Боголюбова та його перших учнів у математичну фізику

У ряді вже згадуваних праць 1932—1937 рр., серед яких особливе місце належить монографії "Вступ до нелінійної механіки" (1937 р.) [4], М.М. Боголюбов спільно з М.М. Криловим розробив асимптотичний підхід до теорії нелінійних коливань. Він запропонував методи асимптотичного інтегрування нелінійних рівнянь, що описують численні коливальні процеси, а також дав їх математичне обґрунтування.

Асимптотичне інтегрування диференціальних рівнянь з малим параметром розглядалось в небесній механіці, проте тільки для випадку консервативних систем. М.М. Боголюбову вдалося розробити методи теорії збурень для загального випадку неконсервативних систем, а також ряд нових методів для строгого вивчення питань існування та стійкості квазіперіодичних розв'язків. При цьому особлива увага приділялась побудові простих та ефективних прийомів, які дозволяли, виходячи з елементарних міркувань, одержати наближені формули. Так, запропонований принцип еквівалентної лінеаризації давав можливість будувати рівняння, що характеризують закон зміни фази та амплітуди без складання точних рівнянь руху, тільки на основі фізичних даних системи. Цей метод зводить задачу до дослідження еквівалентної лінійної системи, яку одержують шляхом заміни нелінійних елементів лінійними, параметри яких визначаються за допомогою принципу гармонічного балансу.

М.М. Крилов і М.М. Боголюбов одержали формули другого наближення для визначення частоти стаціонарних коливань в електронному генераторі, що дало змогу визначити вплив обертонів на стабільність частоти, дослідити резонанси поділу частоти, внутрішні резонанси в системах з багатьма ступенями вільності. Особливу увагу було приділено теорії резонансу в зв'язку з питанням про використання нелінійних елементів для усунення резонансу в машинобудуванні. Результати цих досліджень мали важливе значення в теорії коливань, а також у радіотехніці, теорії статичної та динамічної стійкості роботи синхронних машин, поздовжньої стійкості літальних апаратів. Вони майже "з-під пера" починали впроваджуватись у практику різними інститутами, заводськими лабораторіями та іншими організаціями.

У подальших працях М.М. Боголюбов дав строге обґрунтування асимптотичних методів нелінійної механіки. Йому належить також ряд теорем нелінійної механіки, що стосуються абстрактної теорії динамічних систем. Досліджуючи нормальні структури точних розв'язків рівнянь, та застосовуючи при цьому деякі топологічні методи, зокрема, дослідження А. Пуанкаре і А. Данжуа відносно відображення тора на себе, М.М. Крилов та М.М. Боголюбов дійшли висновку про те, що майже періодичність є скоріше винятком, ніж правилом. При цьому виникла потреба вивчення різних середніх значень динамічних змінних, що розглядаються як функції часу [38,39]. Таким чином, М.М. Крилов і М.М. Боголюбов підійшли до ергодичної теорії. У вересні 1935 р. на Першій міжнародній конференції у Москві вони зробили доповідь "Загальна теорія міри та її застосування до вивчення динамічних систем нелінійної механіки." Результати цих досліджень було викладено в 1937 р. у праці "Загальна теорія міри в нелінійній механіці", де автори встановили існування інваріантної міри, ввели важливе поняття ергодичної множини та довели ряд теорем щодо розбиття інваріантної міри на міри, локалізовані в ергодичних множинах [40]. Дана праця започаткувала серію досліджень М.М. Крилова та М.М. Боголюбова з питань топологічної динаміки. Зокрема, в циклі праць 1937—1939 рр., присвячених вивченню динамічних систем, що перебувають під впливом випадкових збурень, досліджувались ергодичні властивості процесу Маркова та вперше розглядалися диференціальні рівняння з "білими шумами", які становлять основу сучасної теорії стохастичних диференціальних рівнянь [41—45].

Цей напрям надалі розроблявся учнем М.М. Боголюбова членом-кореспондентом НАН України Й.І. Гіхманом, який у 1950 р. дав загальне визначення динамічної системи, що перебуває під впливом випадкового процесу з незалежними приростами, встановив, що така система є процесом Маркова, вивів за певних умов рівняння Колмогорова для цього процесу та обґрунтував принцип усереднення Боголюбова. Запровадивши визначення загального стохастичного диференціального рівняння, для строгого обґрунтування граничного переходу Й.І. Гіхман побудував теорію таких рівнянь. Ця теорія стала ефективним апаратом для опису різних класів випадкових процесів, які відіграють важливу роль у дослідженнях прикладного характеру [46—48].

У напрямі застосування асимптотичних методів для вивчення впливу випадкових сил на нелінійні системи в подальшому дослідження проводили також послідовники учня М.М. Боголюбова академіка НАН України Ю.О. Митропольського. Так, Д.Г. Кореневський займався теорією стійкості розв'язків лінійних стохастичних диференціальних рівнянь вищої розмірності з випадковими параметрами, він розробив конструктивний метод аналізу стійкості зазначених рівнянь в середньому квадратичному. В.Г. Коломієць спільно з Д.Г. Кореневським досліджували коливання в системах із запізнюванням, які являють собою стаціонарний випадковий процес, що на границі перетворюється на "білий шум" [49, 50]. Академік НАН України О.М. Шарковський



досліджував питання теорії динамічних систем. Ним було започатковано теорію одновимірних динамічних систем, відкрито універсальний порядок, що керує перебудовами автоколивань різноманітної природи при переході від упорядкованого руху до хаотичного, одержано критерії простоти та складності динамічних систем, основані на асимптотичних властивостях траєкторій, розроблено метод глобального якісного дослідження диференціально-різницевих рівнянь [51—54].

У 1934 р. М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим було запропоновано метод послідовних замінів, який став ефективним апаратом для розв'язання багатьох задач нелінійної механіки [55]. Зокрема, цим методом було розв'язано задачу про існування квазіперіодичного режиму в нелінійних коливальних системах. Проте одержані

наближені розв'язки в загальному випадку містили у собі розбіжні ряди. В 1963 р. М.М. Боголюбов, поєднуючи цю ідею зі своїм методом інтегральних багатовидів, дослідив неконсервативну систему та побудував для неї збіжні ряди. Разом з цим він довів існування тороїдного багатовиду квазіперіодичних розв'язків та дослідив їх залежність від параметрів [56]. На цій основі у працях академіка Ю.О. Митропольського та його учнів було створено метод пришвидшеної збіжності в задачах нелінійної механіки [57—58].

Із зростанням кількості ступенів вільності коливальної системи аналітичні та обчислювальні труднощі різко зростають. Проте у реальних системах через наявність внутрішнього та зовнішнього тертя вільні коливання швидко згасають, а вплив зовнішніх збуджень часто приводить до встановлення коливань основного тону, або коливань іншої, але певної, частоти. Тому велике значення має розробка методів, що дозволяють визначити для складної коливальної системи такий одночастотний режим. У 1949 р. М.М. Боголюбовим було розроблено одночастотний метод дослідження систем з багатьма ступенями вільності [59]. Цей метод набув істотного розвитку в 1949—1960 рр. у циклі праць Ю.О. Митропольського, який побудував алгоритми, зручні для дослідження коливальних систем з багатьма ступенями вільності. При використанні одночастотного методу в цьому випадку основою була енергетична інтерпретація, оскільки рівняння коливань для таких систем є рівняннями в частинних похідних. Цей спосіб дає можливість одержати формули наближеного розв'язку без попереднього складання рівнянь. У монографії (1949 р.) "Асимптотичні методи в теорії нелінійних коливань" [56] Ю.О. Митропольський



Академік НАН України  
Ю.О. Митропольський

та М.М. Боголюбов за допомогою цього методу дослідили зведену систему колінчастого валу, де між першою та другою масами існує нелінійний зв'язок, а в монографії "Проблеми асимптотичної теорії нестационарних коливань" (1964 р.) — крутильні коливання колінчастого валу авіаційного двигуна при неусталеному режимі та коливання несучого гнучкого валу, з масами на кінцях, змінюваними з часом [60].

Крім того, в цих працях Ю.О. Митропольський одержав ряд теорем, що встановлювали критерії стійкості вивчених двопараметричних сімей частинних розв'язків. У ряді важливих випадків вони мають "сильну стійкість", яка полягає в тому, що будь-який розв'язок вихідної системи з часом прямує до сім'ї наближених розв'язків. Цю властивість інтегрального багатovidу, що притягує до себе всі близькі розв'язки, було розвинуто Ю.О. Митропольським у 1957—1958 рр. у теорію інтегральних багатovidів. Вперше ж поняття інтегрального багатovidу та його строге визначення дали М.М. Крилов і М.М. Боголюбов у монографії "Застосування методів нелінійної механіки до теорії стационарних коливань" (1934 р.) [37]. Цей метод знайшов широке використання в питаннях обґрунтування принципу усереднення, зокрема, М.М. Боголюбовим за його допомогою були доведені основні теореми методу усереднення.

Ю.О. Митропольському належить також ряд теорем про існування та властивості інтегральних багатovidів для нелінійних диференціальних рівнянь зі змінними коефіцієнтами у скінченно- та нескінченновимірних випадках. Для останнього випадку було сформульовано теорему, що обґрунтувала застосування одночастотного методу до систем з розподіленими параметрами [61, 62].

Метод інтегральних багатovidів інтенсивно розроблявся в працях Ю.О. Митропольського та його учнів, за його допомогою було проведено теоретико-якісні дослідження диференціальних рівнянь, що містять у собі малий параметр. Так, ідеї інтегральних багатovidів щодо нелінійних диференціальних рівнянь, близьких до інтегрованих, для систем з нескінченною кількістю ступенів вільності розроблялися О.Б. Ликовою (1968 — 1973 рр.). Особливо важливим було запровадження нею поняття локального інтегрального багатovidу, формулювання умов, що забезпечують його існування та аналіз поведінки розв'язків на таких багатovidах і в їх околі [63, 64].

К.В. Задиракою в 1956—1966 рр. досліджувались розв'язки систем сингулярно збурених рівнянь на нескінченному інтервалі часу, розв'язки автономних та неавтономних нерегулярно збурених систем в околі стационарних розв'язків відповідних вироджених систем, а також системи диференціальних рівнянь з малим параметром при похідній вищого порядку. Він встановив для них умови існування та стійкості інтегральних багатovidів, близьких до інтегральних багатovidів вироджених систем [65—67].

За допомогою методу гармонічної лінеаризації В.І. Фодчуку (1968 р.) вдалося поширити метод побудови інтегральних багатovidів на рівняння із запізнюванням, та довести їх стійкість [68, 69].

Академік НАН України А.М. Самойленко читає лекцію студентам Київського університету. 1984 р.

У працях академіка НАН України А.М. Самойленка суттєва увага приділялась побудові теорії тороїдних багатovidів. Він розробив теорію збурень компактних інваріантних багатovidів динамічних систем, вивчив траєкторії в околі гладких компактних тороїдних інваріантних багатovidів динамічних систем. Розробляючи асимптотичні методи, А.М. Самойленко знайшов фундаментальні та сильні алгоритми побудови наближених розв'язків диференціальних рівнянь для розривних та імпульсних систем. Завдяки цьому ним було створено теорію інтегральних багатovidів імпульсних систем, яку було роз-



винуту також у працях академіка НАН України М.О. Перестюка (1987 р.) [70—72]. У 1949—1950 рр. на основі розвитку та узагальнення одночастотного методу та розробки систем з повільно змінюваними параметрами Ю.О. Митропольським було одержано загальний метод дослідження нестационарних коливань у системах з розподіленими параметрами [73]. Вивченню нестационарних явищ, що виникають при зміні частот та інших параметрів нелінійної системи, присвячено його численні праці від 1948 р., які узагальнені в монографіях "Нестационарні процеси в нелінійних коливальних системах" (1955 р.) та "Проблеми асимптотичної теорії нестационарних коливань" (1964 р.) [74,60]. У них вивчались нові фізичні явища, характерні для нелінійних коливальних систем. Наприклад, для коливань у гіроскопічних системах при проходженні через резонанс розглядається задача побудови асимптотичних розв'язків при наявності в досліджуваній системі диференціальних рівнянь гіроскопічних членів і кратних власних частот. Для них розробляються також зручні для практичного застосування розрахункові схеми. Аналіз нелінійного вібратора при проходженні через резонанс дозволив виявити затягування амплітуди стрибка, зрив амплітуди, биття тощо. Вдалось проаналізувати й спільну дію звичайного та параметричного резонансів.

Результати досліджень коливань у системах з розподіленими параметрами вперше було викладено в 1961 р. у монографії Ю.О. Митропольського та Б.І. Мо-



Академік НАН України  
В.О. Кононенко



Академік НАН України  
Г.С. Писаренко

сеєнкова [75]. Ці дослідження стали основою для вивчення явищ у різних системах з нестационарними коливаннями в працях багатьох учнів М.М. Боголюбова і Ю.О. Митропольського.

М.М. Крилов і М.М. Боголюбов ще в 1935 р. звернули увагу на ефективність асимптотичних методів при вивченні коливальних явищ для систем з урахуванням розподіленої маси (вали, стрижні). З 1949 р. учнем М.М. Боголюбова академіком НАН України Г.С. Писаренко цим методом з урахуванням розподіленої маси і тертя (лінійного та нелінійного) було детально досліджено пружні коливання гвинтових пружин, валів, ступінчастих стрижнів, лопаток турбін та інших деталей машин. У цих працях Г.С. Писаренко розробив теорію розрахунку коливальних слабконелінійних механічних систем з урахуванням дисипації (розсіяння) енергії в циклічно деформованому матеріалі пружного елемента в нелінійній постановці (відповідно до фізично обґрунтованої гіпотези М.М. Давиденкова про залежність розсіяння енергії від амплітуди циклічної деформації, а не від швидкості, чим започаткував новий науковий напрям [76—80].

У дослідженнях учня М.М. Боголюбова академіка НАН України В.О. Кононенка у 1961—1963 рр. розглядались питання, пов'язані з застосуванням асимптотичних методів до аналізу реальних коливальних систем, зокрема, задача про взаємодію коливальної системи з неідеальним джерелом енергії. Було показано, що джерело енергії, впливаючи на коливальну систему, також

відчуває вплив з її боку, який виявляється особливо активно, коли джерело мало потужне. У монографії "Деякі автономні задачі теорії нелінійних коливань" (1961 р.) він показав, що такі коливальні системи описуються автономними диференціальними рівняннями з слабкою нелінійністю, які можна проінтегрувати за допомогою асимптотичних методів [81,82]. Спільно зі своїм учнем членом-кореспондентом АН Росії Р.Ф. Ганієвим В.О. Кононенко вивчав динамічні явища у колективі твердих частинок, що рухаються під дією вібрації. Вони розробили методи дослідження нелінійних коливань та стійкості руху тіл з рідиною та багатофазних середовищ при періодичних збуреннях [83].

Учень Ю.О. Митропольського Г.П. Хома дослідив нестационарні коливання в механічних системах з розподіленими параметрами, при поширенні хвиль у стратифікаційному середовищі та взаємодії їх у дисперсійному середовищі, розробив конструктивні методи дослідження періодичних розв'язків хвильових рівнянь [84—86].

У працях М.М. Боголюбова було дано строгу теорію методу усереднення. Його обґрунтування при цьому зводиться до вирішення двох проблем: відшукування умов, при яких різниця між розв'язком точної системи рівнянь та розв'язком відповідної їй усередненої системи при досить малих значеннях параметра стає як завгодно малою на скільки завгодно великому, але все ж скінченному, інтервалі часу, а також встановлення відповідності між різними властивостями розв'язків точних і усереднених рівнянь, які залежать від їх поведінки на нескінченному інтервалі часу. Перевага одержаних після усереднення наближених рівнянь над точними полягає в тому, що вони є автономними і здебільшого простішими для дослідження. В 1945 р. М.М. Боголюбов в монографії "Про деякі статистичні методи в математичній фізиці" [87] показав, що для застосування цього принципу немає потреби вимагати квазіперіодичності, а досить існування середнього за часом:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \frac{1}{\tau} \int_0^\tau X_k(t, x_1, \dots, x_n) dt.$$

Оскільки ця умова виконується для будь-якої майже періодичної функції, то одержаний результат став основоположним у теорії майже періодичних розв'язків квазілінійних систем.

Розвитку методу усереднення присвячено численні праці учнів М.М. Боголюбова. Цей метод було обґрунтовано та застосовано Ю.О. Митропольським до систем з повільно- та досить швидко змінюваними параметрами, із розривною правою частиною, із запізним аргументом, з випадковими збуреннями, для рівнянь у частинних похідних, скінченнорізницевих рівнянь та рівнянь у функціональних просторах [88]. Суттєвого розвитку метод усереднення дістав у працях Б.І. Мосеєнкова при дослідженні рівнянь у частинних похідних, що близькі до рівнянь гіперболічного типу [89, 90]. У 1961 р. у праці "Дослідження коливань в системах з розподіленими параметрами (Асимпто-

тичні методи)" він спільно з Ю.О. Митропольським вперше повно виклав результати досліджень коливань в системах з розподіленими параметрами за допомогою асимптотичних методів [75].

Учень Ю.О. Митропольського В.П. Рубаник застосував метод усереднення до систем із запізнюванням. За допомогою обґрунтування методу усереднення він побудував наближені розв'язки квазілінійних систем із запізнюванням, яке входить у малі нелінійні члени, для випадку як вільних коливань системи, так і вимушених, при наявності в системах резонансів [91, 92]. У працях В.П. Рубаника та В.І. Фодчука 1962 р. метод усереднення успішно застосовувався до диференціально-різницевих рівнянь [93].

Академік НАН України А.М. Самойленко та член-кореспондент НАН України М.О. Перестюк розвивали ці дослідження. Вивчаючи асимптотичні методи, А.М. Самойленко розробив потужні алгоритми побудови наближених розв'язків диференціальних рівнянь для розривних та імпульсних систем. Для останніх вперше було доведено фундаментальні теореми М.М. Боголюбова з обґрунтування методу усереднення на скінченному та нескінченному інтервалах часу, встановлено ознаки існування розривних граничних циклів, доведено теореми існування розв'язків, що відповідають коливальним режимам. Праці А.М. Самойленка (1987—1989 рр.) було присвячено питанню обґрунтування методу усереднення для багаточастотних коливальних систем [71, 72, 94, 95]. Ще в 1965 р. він розвинув чисельно-аналітичний метод дослідження періодичних розв'язків нелінійних систем звичайних диференціальних рівнянь, який дозволяє знаходити періодичні розв'язки таких систем у вигляді рівномірно збіжної послідовності періодичних функцій. Обґрунтування можливості застосування цих методів для вивчення сильнонелінійних систем із запізнюванням досліджено учнем Ю.О. Митропольського Д.І. Мартинюком [96—98].

Продовжуючи напрям А.М. Самойленка, М.Й. Ронто розробив чисельно-аналітичні методи розрахунку періодичних розв'язків нелінійних диференціальних рівнянь електричних кіл. Ці результати було викладено в спільній з А.М. Самойленком монографії "Чисельно-аналітичні методи дослідження періодичних розв'язків" [99].

На основі методу доведення і побудови періодичних розв'язків М.М. Боголюбова та А.М. Самойленка, учнем Ю.О. Митропольського Б.П. Ткачом вивчались особливості коливальних систем з розподіленими параметрами, а також розв'язки гіперболічних рівнянь у частинних похідних другого порядку з аргументами нейтрального типу, що відхиляються [100, 101].

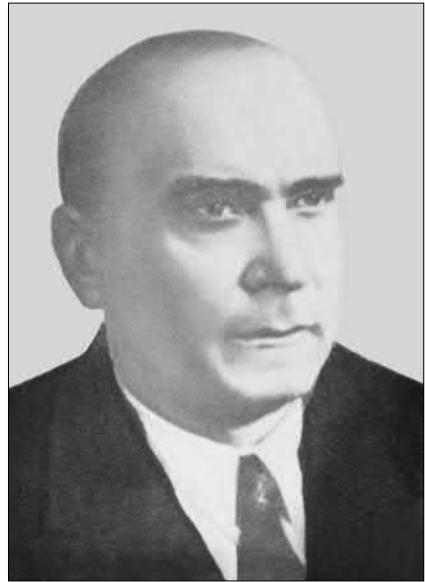
Дослідження теоретико-групового підходу в розвитку методу усереднення проводилися О.К. Лопатіним. Поширюючи аналітичні методи дослідження систем диференціальних рівнянь на основі теорії збурень, він вперше розв'язав задачу збурення на алгебрах Лі та побудував оператор проектування на алгебру централізатора системи нульового наближення, що узагальнює операцію усереднення [102, 103].

Використовуючи ідеї методу усереднення, учень М.М. Боголюбова академік НАН України Й.З. Штокало одержав ефективні критерії стійкості лінійних диференціальних рівнянь з квазіперіодичними коефіцієнтами [104—106].

Праці учня М.М. Боголюбова С.Ф. Фещенка, присвячені розвитку асимптотичних методів, стосуються дослідження лінійних диференціальних рівнянь з повільно змінюваними коефіцієнтами. В монографії "Асимптотичні методи в теорії лінійних диференціальних рівнянь" (1966 р.) він запропонував метод дослідження лінійних диференціальних рівнянь з повільно змінюваними коефіцієнтами, що дало змогу розщепити вихідну систему на кілька незалежних підсистем нижчого порядку [107]. Особливого значення набув його метод асимптотичного розщеплення при дослідженні стійкості складних керованих об'єктів, які описуються системами лінійних диференціальних рівнянь. У подальшому С.Ф. Фещенко з учнями поширив його на системи інтегральних, інтегро-диференціальних і диференціально-різницевих рівнянь [108, 109].

Розробляючи ідеї С.Ф. Фещенка про асимптотичне представлення розв'язків систем лінійних диференціальних рівнянь, його учень М.І. Шкіль дослідив випадок, коли одна з введених функцій (коренів деякого алгебраїчного рівняння) може дорівнювати кореню характеристичного рівняння. Ці методи М.І. Шкіль застосував до задачі знаходження зусиль у пружно-в'язкій нитці змінної довжини з масою на кінці [110].

Отже, ідеї та методи наукової спадщини М.М. Боголюбова в галузі нелінійної механіки розвивались та узагальнювались його учнями і послідовниками, представниками створеної під його керівництвом великої, результативної наукової школи, що користується заслуженим авторитетом в усьому світі. Її представляють: академіки НАН України В.О. Кононенко, Ю.О. Митропольський, Г.С. Писаренко, А.М. Самойленко, М.О. Перестюк, О.М. Шарковський, Й.З. Штокало, член-кореспондент НАН України Й.І. Гіхман, доктори наук К.В. Задирака, Д.Г. Кореневський, В.Л. Кулик, О.Б. Ликова, О.К. Лопатин, Д.І. Мартинюк, Б.І. Мосеєнков, Г.П. Пелюх, О.К. Прикарпатський, М.Й. Ронто, В.П. Рубаник, В.Г. Самойленко, С.Ф. Фещенко, Б.І. Ткач, В.І. Фодчук, Г.П. Хома, М.І. Шкіль, та інші.



Академік НАН України  
Й.З. Штокало





РОЗДІЛ 3

---

ПЕРЕДІСТОРІЯ  
СТАТИСТИЧНОЇ  
ФІЗИКИ  
В УКРАЇНІ

(друга половина ХІХ —  
20-і рр. ХХ ст.)

---





*Предмет, задачі та методологія  
статистичної фізики*

*Історія статистичної фізики в 60-х рр.  
XIX ст. — 1905 р.: світовий контекст*

*Розвиток статистичної фізики  
в 1905—1931 рр.: світовий контекст*

*Передісторія статистичної фізики в Україні  
(друга половина XIX — 20-і рр. XX ст.)*





### *3.1. Предмет, задачі та методологія статистичної фізики*

Статистична фізика є одним з розділів фізичної науки, значний внесок у який було зроблено видатним українським ученим академіком М.М. Боголюбовим. У цьому розділі теоретичної фізики вивчаються специфічні закономірності макроскопічних систем, що складаються з дуже великого, практично незліченного числа однакових частинок (атомів, молекул, електронів, фотонів, квазічастинок), виходячи з властивостей цих частинок та взаємодії між ними. Такими системами, зокрема, є макроскопічні тіла, гази, кристали. Саме величезна кількість частинок обумовлює появу характерних закономірностей їх поведінки — статистичних законів, яким притаманний ймовірнісний характер. Статистичні закони не можуть бути зведені до динамічних законів, оскільки стають незмістовними при переході до систем з малою кількістю частинок. Як критерій кількості частинок можна вибрати число Авогадро  $N_A$  ( $N_A = 6.022 \cdot 10^{23}$ ), тому що саме тоді, коли розглядається система з кількістю частинок, які містяться в одному молі чи частках моля речовини, вже починають виявлятися її макроскопічні властивості, які можна безпосередньо спостерігати та кількісно виміряти. Характерна особливість статистичних закономірностей виявляється в тому, що їх поведінка не залежить від конкретних початкових умов. Зокрема, відомим є такий експериментальний факт: система, в якій відсутні зовнішні впливи, з часом прямує до стану термодинамічної рівноваги.

Головна задача статистичної фізики полягає у визначенні макроскопічних характеристик системи через властивості частинок та взаємодій між ними, тобто за допомогою цієї теорії можна досліджувати співвідношення між мікроскопічним та макроскопічним рівнями опису дійсності. Виявляється, такий зв'язок можливо встановити, оскільки теорія вимагає обчислення у даний момент часу не точних, а середніх значень параметрів. Термодинамічні ж співвідношення зберігаються при цьому як точні, але для даних середніх величин. Саме тому відомий бельгійський фізик Р. Балеску образно назвав ста-

тистичну фізику "механікою перенесення" ("transfer mechanics") за аналогією з "транспортною РНК" ("transfer RNA") у молекулярній біології, роль якої полягає у перенесенні інформації з мікроскопічного на макроскопічний рівень.

Серед всіх розділів теоретичної фізики статистична фізика посідає одне з важливих місць, оскільки вона вивчає макроскопічні тіла, які оточують людину. Проте на відміну від інших розділів фізики, які також вивчають макроскопічні тіла (термодинаміка, механіка, електродинаміка суцільних середовищ), вона є мікроскопічною теорією, яка встановлює зв'язок між спостережуваними термодинамічними характеристиками фізичних тіл та законами руху атомів і молекул. Тому такий великий діапазон має шкала температур і явищ, при описі яких застосовуються закони статистичної фізики — від гелієвих температур до високотемпературної плазми. Методи статистичної фізики використовуються в молекулярній фізиці, фізиці твердого тіла, ядерній фізиці, радіофізиці, астрофізиці, оптиці, біофізиці, техніці при описі агрегатних станів, фазових переходів, плазми, електропровідності, теплоємності, флуктуацій, електронів в металах, електролітів, макромолекул, важких ядер. В останні роки коло застосувань статистичної фізики розширюється, формуючи важливий для сучасної фізичної картини світу синергетичний підхід.

Знайти точний розв'язок рівнянь руху для систем багатьох частинок, взагалі кажучи, неможливо, оскільки всі необхідні для їх розв'язку початкові значення координат та імпульсів атомів невідомі. Статистична фізика вирішує цю проблему, розглядаючи всі можливі стани, у яких може перебувати система, та визначаючи ймовірність реалізації кожного стану. Розраховуючи за цими станами середнє від фізичної величини з деякою ваговою функцією, можна одержати певну макроскопічну картину. "В той час як "звичайна" механіка не може знайти точний розв'язок навіть проблеми трьох тіл, статистична механіка, використовуючи перевагу великого числа  $N$  ступенів вільності, намагається формулювати точні асимптотичні результати при  $N$ , що прямує до нескінченності", — писав Р. Балеску [1, с. 1178].

Для розв'язку задач статистичної фізики як теорії багаточастинкових систем використовуються методи теорії ймовірностей та опис елементів системи в рамках гамільтонова формалізму в  $6N$ -мірному фазовому просторі. Тому важливими поняттями статистичної фізики є ймовірність, фазовий простір, функція розподілу ймовірностей, інтеграл станів, статистична вага. Статистична механіка виходить із припущення, що кожен визначений макроскопічний стан (який характеризується невеликим числом макроскопічних динамічних величин) може бути реалізований надзвичайно великим числом мікроскопічних конфігурацій у фазовому просторі. При цьому макроскопічна величина  $G$ , що є функцією координат  $(x, y, z)$  у тривимірному фізичному просторі  $G(x, y, z)$ , може бути подана як результат усереднення відповідних динамічних функцій координат фазового простору  $g(p, q)$ . Так, Л. Больцман розглядав макроскопічні величини як середнє за нескінченним проміжком

часу від відповідних мікроскопічних величин, аргументуючи це тим, що вимірювання макроскопічної величини завжди вимагає кінцевого інтервалу часу:

$$G = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(p, q) dt.$$

Інша задача — обчислення середнього значення мікроскопічної динамічної величини за траєкторією — обумовила розвиток нового напрямку динаміки — ергодичної теорії, яка вивчає загальну природу і стійкість траєкторій динамічної системи.

У 30-ті роки ХХ століття група математиків, у числі яких були Дж. фон Нейман, Г. Біркгоф і Е. Хопф, вивчаючи різні типи гідродинамічних потоків у фазовому просторі, наштотхнулися на проблему стійкості траєкторій динамічних систем. Використовуючи введене Лебегом поняття скінченної області фазового простору як розширення поняття об'єму  $V$  деякої області фазового простору  $\gamma$ , яке виявилось надзвичайно плідним для подальших досліджень у галузі ергодичної теорії, а також статистичної механіки, вони одержали такий вираз:

$$V(\gamma) = \int_{\gamma} dp_1 \dots dp_N dq_1 \dots dq_N.$$

Міра  $\mu$  скінченної області  $\gamma$  фазового простору  $\Gamma$  визначається за допомогою певної невід'ємної функції  $f(p, q) \geq 0$  у такий спосіб:

$$\mu(\gamma) = \int_{\gamma} d\mu = \int_{\gamma} f(p, q) dp dq$$

за умови, що міра усього фазового  $\Gamma$ -простору  $\mu(\Gamma)$  нормована на одиницю:

$$\mu(\Gamma) = \int_{\Gamma} d\mu = \int_{\Gamma} f(p, q) dp dq = 1.$$

Концепція міри є не менш важливою й у теорії ймовірностей, оскільки динамічну мікроскопічну величину  $g$  можна інтерпретувати як випадкову змінну. Тоді замість однієї мікроскопічної системи розглядається нескінченна множина тотожних копій цієї системи, що розрізняються за конфігураціями і швидкостями. У такий спосіб ураховується кожна уявлювана комбінація конфігурацій і швидкостей, а безліч таких систем називається ансамблем. При цьому кожній точці фазового простору відповідає одна система, що характеризується конкретними значеннями конфігурацій і швидкостей. Щільність розподілу точок, що характеризують  $f(p, q)$  (це збігається зі значенням міри, введеної дещо в іншому контексті) інтерпретується як густина ймовірності знаходження системи в даній точці фазового простору, а міра області у фазовому просторі — як ймовірність перебування системи в даній області.

Згідно з ергодичною теорією, для певного класу динамічних систем усереднення за часом може бути замінене на статистичне усереднення за ансамб-

лем, однорідно розподіленим на енергетичній поверхні. У такому випадку динамічна задача обчислення середнього значення величини  $g$  за траєкторією окремої системи, що практично була нерозв'язною, замінюється набагато простішою задачею обчислення середнього значення цієї ж величини на енергетичній поверхні.

У цьому випадку макроскопічна динамічна величина визначається як середнє значення змінної  $G$ , що відповідає даному розподілу ймовірності:

$$G = \int g d\mu = \int f(p, q) g(p, q) dp dq .$$

Дана формула, що постулює зв'язок між макроскопічними величинами  $G(x, y, z; t)$  і відповідними мікроскопічними величинами  $g(p, q; t)$ , містить у собі немеханічний, статистичний елемент — вибір функції розподілу  $f(p, q)$ . Її вибирають так, щоб якнайповніше врахувати всю доступну інформацію про систему, тобто щоб значення обчислених середніх макроскопічних величин  $G$  збігалися зі значенням відповідних макроскопічних характеристик системи, одержаних в експерименті. Правильно вибрана функція розподілу  $f(p, q)$  повністю визначає стан макроскопічної системи в даний момент часу. Цей стан задається тепер нефіксованою точкою  $(p, q)$  у фазовому просторі, але кожна точка фазового простору в даний момент  $t$  являє собою можливий стан системи з певною "вагою", що відповідає значенню функції розподілу  $f(p, q)$  у цій самій точці. Після того, як вибір функції  $f(p, q)$  зроблено, подальша еволюція розподілу строго визначається законами гамільтонової механіки. Саме у такий спосіб здійснюється контакт між статистичною механікою і реальністю.

Завдяки ергодичній теорії вдалося показати надзвичайно складну поведінку динамічних систем. Виявилось, що окрема динамічна система протягом своєї еволюції виявляє численні особливості, що традиційно розглядалися як виключно статистичні. Разом з цим багато важливих властивостей термодинамічних систем можна пояснити, тільки якщо розглядати їх як властивості дуже великої динамічної системи.

Слід зазначити, що хоч ергодична проблема являє собою класичне питання, яке традиційно зв'язувалось з питанням обґрунтування статистичної механіки від часу її зародження, проте сучасний розвиток ергодичної теорії все більше відокремлює її від статистичної механіки. Сьогодні вважається, що ергодична гіпотеза не є ані необхідною, ані достатньою для обґрунтування статистичної механіки, яке може полягати в тому, щоб розглядати середнє за ансамблем як початкове визначення макроскопічних динамічних функцій, а уявлення про ансамбль — як постулат.

Зв'язок статистичної механіки і термодинаміки можна здійснити шляхом побудови спеціального термодинамічного процесу, що дозволяє обчислювати деяку функцію  $A(T, V, N)$  (яка має формальні властивості термодинамічної вільної енергії) через статистичну суму  $Z = \int dp dq e^{-\beta H(p,q)}$  у вигляді  $A = -k T \ln Z$ .

Вільна енергія  $A(T, V, N)$  є термодинамічним потенціалом, знаючи який, можна обчислити всі інші термодинамічні функції. Очевидно, що статистична сума  $Z$  відіграє найважливішу роль у рівноважній статистичній термодинаміці, оскільки вона містить у собі всю інформацію про термодинамічні властивості рівноважної системи.

Макроскопічне спостереження надає інформацію щодо невеликого числа макроскопічних характеристик системи (таких, як густина, температура тощо), з якими можуть бути сумісні механічні початкові умови величезного числа мікросистем. У цьому полягає реалістичність статистичних ансамблів: задаючи всі дані, відомі про досліджувану макроскопічну систему, можна побудувати ансамбль систем однакової природи, але з різними конфігурацією і швидкостями частинок у нульовий момент часу. При цьому слід враховувати кожен можливу комбінацію конфігурацій і швидкостей, і кожній комбінації має задаватися деяка "вага"  $\mu$ , така, щоб обчислені за формулою

$$G = \int g d\mu = \int g(p, q) f(p, q) dp dq$$

макроскопічні величини  $G$  збігалися зі значеннями, одержаними експериментально. Після цього вивчається еволюція вихідного ансамблю, тобто досліджується, як розподіляється число мікроскопічних систем за різними конфігураціями і швидкостями у будь-який момент часу, відмінний від початкового. Основним рівнянням при цьому є рівняння Ліувілля. Такого роду передбачення надзвичайно точно підтверджуються експериментально, тому саме цей факт слугує обґрунтуванням методів статистичної механіки.

Слід зазначити, якщо на першому етапі побудови статистичної механіки процеси на мікроскопічному рівні описувалися законами класичної механіки, то після створення квантової механіки для цього стали застосовувати її закони. Формалізм статистичної механіки не залежить від прийнятого способу опису на молекулярному рівні — квантового чи класичного. Статистичні методи з точки зору обчислення ймовірностей є однаковими незалежно від прийнятої моделі будови речовини. Так, рівноважні системи мають стабільні середні параметри, тому функції розподілу залежать від інтегралів руху, зокрема від повної енергії системи. У класичній механіці ця енергія визначається функцією Гамільтона, яка є функцією координат та імпульсів, а в квантовій механіці вона є дискретним набором власних значень, що впливають з рівняння Шредінгера для розглядуваної системи.

Такі фундаментальні побудови, як три рівноважні ансамблі статистичної механіки — мікроканонічний (для адіабатних систем частинок), канонічний (для рівноважних термодинамічних підсистем, які входять у більшу загальну систему (термостат), слабо зв'язані з нею і містять у собі сталу кількість складових частинок) і великий канонічний (для змінюваної кількості частинок при взаємодії системи з навколишнім середовищем), а також еквівалентність цих ансамблів сьогодні строго обґрунтовані як для класичної, так і для квантової статистичної механіки, виняток становить тільки область фазових пере-

ходів. Цей факт відображає фундаментальну структурну єдність статистичної механіки: системи, досліджувані статистичною механікою, належать до класу систем, описуваних динамікою Гамільтона.

Створення статистичної механіки у XIX столітті на основі уявлення про те, що існують принаймні два рівні описи природи — макроскопічний і мікроскопічний, призвело до глибоких і всеосяжних змін усієї схеми фізичного пояснення явищ та до суттєвої зміни самого методу наукового мислення. До побудови статистичної механіки фізична картина світу, в основі якої лежала класична механіка, була заснована на понятті причинності, відповідно до якого можна, використовуючи формалізм диференціальних рівнянь, однозначно обчислити стан ізольованої системи в будь-який момент часу, якщо відомі початкові умови (лапласівський детермінізм). У статистичній фізиці поняття причинності одержало інше тлумачення, оскільки явища природи розглядаються в ній як колективний процес — синтез множини елементарних явищ. Крім того, статистична фізика запровадила у фізику розуміння того, що необоротні процеси відіграють фундаментальну і конструктивну роль у фізичному світі.

З часом виявилось, що ймовірнісна концепція, яка виникла при створенні статистичної механіки, є фундаментальною і покладена у саму природу речей. Це стало зрозумілим після створення квантової механіки, закони якої передбачають принципову статистичність у поведінці мікрооб'єктів.

Розглядаючи сучасне трактування та розуміння предмету статистичної фізики, слід зазначити, що було проаналізовано більше ніж 150 енциклопедичних та монографічних видань і знайдено 22 визначення поняття "статистична фізика". Виявилось, що вони суттєво розрізняються як за глибиною тлумачення предмету дослідження, так і за відображенням принципового для цієї галузі взаємозв'язку між мікрорівнем та макрорівнем опису дійсності.

Так, означення Д.М. Зубарева та С.В. Тябликова [2, с. 72] передбачає розгляд у статистичній фізиці систем з величезною кількістю частинок, у визначеннях Л.П. Питаєвського [3, т. 4, с. 665], Ю.Л. Климонтовича [4, с. 18], Л.Д. Ландау і Є.М. Ліфшиця [5, с. 13], Ф. Куні [6, с. 6] предмет статистичної фізики зведено до макроскопічних тіл.

При цьому Л.П. Питаєвський та Ю.Л. Климонтович розглядають як еквівалентні поняття "макроскопічне тіло" та "система, що складається з величезного числа однакових частинок", в той час як друге поняття вочевидь не вичерпується тільки макроскопічними тілами.

Означення Р. Балеску [7, т. 1, с. 13] розширює предмет статистичної фізики до всіх макроскопічних явищ, водночас звужуючи поняття "частинка" лише до атомів і молекул. Таке ж трактування поняття "частинка" дають Т. Хілл [8, с. 9], А. Ісіхара [9, с. 8], К. Хуанг [10, с. 157], К. Хір [11, с. 215], Л.Д. Ландау та Є.М. Ліфшиць [5, с. 13], О.Г Ситенко [12, с. 442].

Детальний опис структури розглядуваної системи в більшості означень взагалі відсутній. Тільки Ю.Л. Климонтович [4, с. 18] та Л.В. Радущкевич [13,



с. 5] вважають число частинок в системі "величезним", якщо за порядком величини воно зрівнюється з числом молекул в одному молі речовини — числом Авогадро. Саме тоді починають виявлятися такі властивості, які піддаються безпосередньому спостереженню та кількісному виміру (це тлумачення макроскопічності явища дається також в означенні Я.І. Френкеля [15]).

У більшості означень (Л.П. Питаєвський [3, т. 4, с. 665], О.Г. Ситенко [12, с. 442], Р. Балеску [1, с. 1178; 7, т. 1., с. 13], Т. Хілл [8, с. 9], М.О. Леонтович [14, с. 163], Я.І. Френкель [15, с. 5], К. Хуанг [10, с. 157], Я.П. Терлецький [16, с. 7], Ю.Б. Румер та М.Ш. Ривкін [17, с. 11], В.Г. Левич [18, с. 12—13]) авторами підкреслюється така глибинна властивість статистичної фізики, як виведення макроскопічних властивостей системи через властивості мікрочастинок та взаємодій між ними. Проте в низці означень, наприклад Д.М. Зубарева та С.В. Тябликова [2, с. 72], Ю.Л. Климонтовича [4, с. 18], Л.В. Радужкевича [13, с. 5] акцент на цьому принциповому моменті не робиться.

Той фундаментальний факт, що статистичний закон є особливим типом законів, які не зводяться до динамічних законів, відображено в не багатьох означеннях, наприклад Л.Д. Ландау і Є.М. Ліфшиць [5, с. 13], К. Хір [11, с. 219], Ф. Куні [6, с. 6], тому ці означення видаються більш загальними.

З нашої точки зору, адекватним за загальним характером введення предмету дослідження статистичної фізики, а також за відображенням специфічної ролі статистичної фізики як теорії, яка здійснює зв'язок між мікроявищами та макроявищами, є, наприклад, означення Р. Балеску: "Статистична механіка — це механіка великих ансамблів, які складаються з відносно простих систем (таких, як молекули в газі, атоми в кристалі, фотони в лазерному пучку, зірки в Галактиці, автомобілі на дорозі, люди в соціальній групі). Головна мета цієї науки полягає в тому, щоб зрозуміти поведінку ансамблю в цілому на основі поведінки систем, які його складають" [7, т. 1, с.13].

При аналізі даних означень нами було з'ясовано, що часто авторами без додаткових обговорень використовуються як синоніми такі терміни: "статистична фізика", "статистична механіка", "кінетична теорія матерії". Проте вказує на це лише М.О. Леонтович [14, с. 163].

Аналіз даних означень показує також, що спроба розділити явища на нерівноважні процеси та рівноважні стани іноді призводить до термінологічних розбіжностей. Так, деякі автори (К. Хуанг [10, с. 157], Дж. Уленбек і Дж. Форд [19, с.13], В.Г. Левич [18, с.12—13]) пропонують називати статистичною механікою (або статистичною термодинамікою) розділ фізики, який вивчає тільки рівноважні властивості динамічних систем і не розглядає процес наближення до стану рівноваги. Теорію процесів в даних системах пропонується називати фізичною кінетикою (М.О. Леонтович [14, с.163]). У той же час інші автори стверджують, що статистична фізика складається з двох розділів — рівноважної та нерівноважної статистичної фізики (Дж. Уленбек і Дж. Форд [19, с. 13], Я.П. Терлецький [16, с.7]). У першому розділі розглядаються ймовірності та середні, які не залежать від часу, а в другому — які зале-

жать від часу. Нам таке тлумачення видається більш прийнятним через єдність підходу до явищ природи.

Структура статистичної фізики залежно від явища, яке розглядається, а також від вибраної моделі будови речовини може бути відображена у спосіб, наведений в табл.1 (Я.П. Терлецький [16, с. 8]):

Таблиця 1

Тип процесів	Класична модель	Квантова модель
Рівноважні стани	Класична статистика рівноважних станів (статистична механіка)	Квантова статистика рівноважних станів (квантова статистика)
Нерівноважні процеси	Класична теорія нерівноважних процесів (класична кінетика)	Квантова теорія нерівноважних процесів (квантова кінетика)

Для нерівноважної статистичної механіки поняття необоротності процесів у природі виявляється ключовим. А саме, елементарна симетрія руху окремих частинок може порушуватись у великих ансамблях частинок, тому властивості ансамблю в цілому можуть якісно повністю відрізнятись від властивостей індивідуальних компонент. Яскравим прикладом цього є порушення інваріантності відносно обернення (інверсії) часу, завдяки чому існує виділений напрям часу (від минулого до майбутнього). Воно виявляється не тільки в русі стрілки годинника, а й також безпосередньо в подіях, таких як синтез і розпад, народження і смерть. Тому відповідь на питання, чому ізольована макроскопічна система поводить себе суттєво необоротним чином, прямуючи до рівноваги, тоді як мікроскопічні рівняння руху є оборотними, досі залишається одним з центральних у статистичній фізиці.

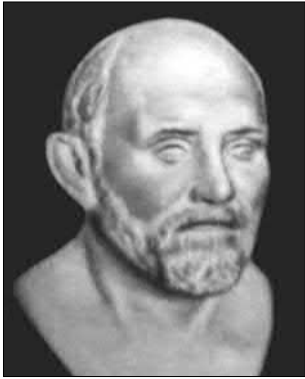
### 3.2. Історія статистичної фізики в 60-х рр. XIX ст. — 1905 р.: світовий контекст

Статистична фізика виникла в середині XIX ст. завдяки перш за все працям з молекулярної фізики, а також спробам вчених пояснити на механічній основі закони термодинаміки (насамперед другий закон). Перші дослідження ґрунтувалися на уявленні про те, що макроскопічні властивості, які спостерігаються в реальному досліді, обумовлені мікроскопічними процесами, що розвиваються на атомно-молекулярному рівні.

У процесі еволюції статистичної фізики можна виділити три періоди:

1. Розвиток на основі атомістичної ідеї молекулярно-кінетичної теорії та її синтез з феноменологічною термодинамікою (Р. Клаузіус, Дж. Максвелл, Л. Больцман, середина XIX— початок XX століття).

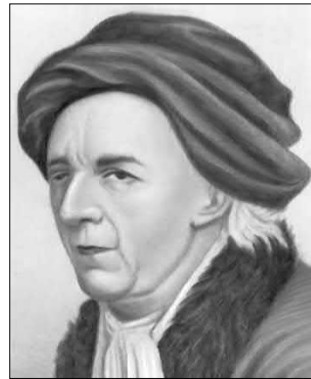
2. Створення загальної статистичної механіки як фізичної теорії, мета якої — пояснити на основі уявлень про молекулярну будову механізм



Демокріт



Д. Бернуллі



Л. Ейлер

взаємодії частинок системи та значення фізичних величин, що спостерігаються на досліді в стані термодинамічної рівноваги (Дж. Гіббс, 1902). Значний внесок у цей період зробив А. Ейнштейн.

3. Формування квантової статистичної фізики. Цей період тісно пов'язаний із запровадженням у термодинаміку і статистичну механіку квантової гіпотези М. Планка 1900 р., та зі створенням у 1924—1925 рр. квантових статистик Ш. Бозе та А. Ейнштейном, а також Е. Фермі та П. Діраком.

Передісторією статистичної фізики була молекулярно-кінетична теорія, в основу якої покладена ідея дискретності матерії або атомізму. Ця ідея, яка проходить через усю історію розвитку природничих наук, є одним з найдавніших уявлень, витоки якого сягають Античності. Існує припущення, що зародження ідеї атомістичної будови речовини започатковано астрономічними спостереженнями античних натурфілософів, їх уявленням про цілісність природи та прагненням віддзеркалити єдність будови та законів макро- і мікрокосмосу. Видатний фізик-теоретик Р. Фейнман вважав атомістичну ідею настільки змістовною, що достатньою для збереження у випадку гіпотетичної втрати всіх накоплених людством знань.

Відомості про припущення щодо перерваної будови матерії ми знаходимо у працях античних авторів Левкіппа, Демокріта, Лукреція Кара. У XVII—XVIII століттях, коли центральне місце в природознавстві посідала механіка, атомізм набув механістичного характеру: мікрочастинки розглядалися як кулі, які рухаються по точних орбітах.

Нове розуміння атомістичної ідеї як наукової гіпотези склалося у період XVII — початку XIX століття завдяки працям П. Гассенді, Р. Декарта, Р. Бойля, Р. Гука, І. Ньютона, Д. Локка, Ф. Бекона, Х. Гюйгенса, І. Бернуллі, Д. Бернуллі, Л. Ейлера, М. Ломоносова, Р. Бошковича, Дж. Дальтона, А. Авогадро, в яких було сформовано молекулярно-кінетичну теорію.

Так, Д. Бернуллі у 1738 р. на основі корпускулярної теорії дав тлумачення закону Бойля—Маріотта, вказавши на його наближений характер та умови виконання [20]. Л. Ейлер у тому ж 1738 р. у своїй "Дисертації про вогонь" розви-

нув загальний методологічний підхід до тепла як до різновиду руху та поширив дію закону збереження кількості руху на теплові явища [21].

Систематичне пояснення корпускулярної гіпотези, починаючи з 1745 р., належить М. Ломоносову. Він обґрунтував на основі молекулярно-кінетичних уявлень такі явища, як плавлення, випаровування, теплопровідність, розширення тіл, необхідність існування абсолютного нуля [22, т. 1].

Надзвичайно важливими для розвитку молекулярно-кінетичної теорії стали роботи Дж. Дальтона у 1801—1803 рр. з вивчення дифузії газів, що були покладені в основу закону незалежності тисків у газових сумішах. "Якщо будь-які два або більше змішані гази досягають рівноваги, то пружна дія кожного з них на стінку посудини чи на деяку рідину дорівнює такій дії, за якої був би присутній тільки цей газ, коли б він займав весь об'єм, за відсутності всіх інших газів", — писав він [23, с. 67]. Даний закон Дж. Дальтон поширив на суміш газу з парою, довівши незалежність тиску водяної пари у повітрі та у пустоті. Він також встановив, що атоми одного й того ж хімічного елемента мають ідентичні властивості, дав визначення атомної ваги елемента як відношення маси одного атома елемента до маси одного атома водоводу.

З розвитком теорії деталізувались властивості і структура атома. Було введено поняття хімічного елемента (Р. Бойль, 1661), іону (С. Арреніус, 1887), атомної ваги (Дж. Дальтон, 1803) та валентності (А. Купер, Е. Франкленд, Ф. Кекуле, 60-ті роки ХІХ століття). Розвиток атомної теорії в хімії було започатковано доведенням у 1808 р. Ж.Гей-Люссаком закону кратних співвідношень для газів, які хімічно взаємодіють (виявилось, що об'єми таких газів можна подати простими співвідношеннями), а також формулюванням А. Авогадро у 1811 р. двох принципів: вся речовина складається з молекул, які утворені з атомів; у рівних об'ємах будь-яких газів при однакових умовах міститься однакова кількість молекул [24]. Зазначені досліди Гей-Люссака і аналогічні виміри Джоуля у 1845 р. підтвердили незалежність внутрішньої енергії ідеальних газів від їх об'ємів. Це доводило, що діючи між молекулами сили надзвичайно малі.

У перші десятиліття ХІХ ст. потреби виробництва зумовили інтерес до інтенсивного вивчення теплових явищ, у зв'язку з чим з'явилася велика кількість досліджень, що мали практичну спрямованість. Вони були пов'язані з вивченням властивостей газів і пари, процесів теплопровідності, теплового випромінювання та взаємозв'язку між теплою та іншими явищами. Так, дослідження в галузі теплового розширення газів стимулювались недосконалістю конструкції барометра та необхідністю визначення об'ємного розширення газів для внесення поправок у його показання залежно від висоти. Вивчення даного питання було розпочато ще у ХVІ столітті К. Дребблем, а потім було продовжено в працях Амонтонна, Мушенбрека, Ла-Гіра, Делюка та Прістлі у 1699—1702 рр. [25, 26].

Значний внесок у цьому напрямі було зроблено у 1802 р. Ж. Гей-Люссаком. Вважаючи, що розширення газу є рівномірним, він одержав коефіцієнт об'ємного розширення повітря, що дорівнював  $1/266 \text{ град}^{-1}$  за шкалою Цельсія, а також аналогічні результати для інших газів (закон Гей-Люссака) [27].



Р. Бойль



М. Ломоносов



Дж. Дальтон

"Розширення газу не залежить від різних фізичних властивостей чи особливої природи цих тіл. Всі гази в цілому, наскільки я можу зробити висновок, при однаковому тиску розширюються від теплоти однаково", — писав він [28, с. 20]. У цьому ж році Дж. Дальтон незалежно від Гей-Люссака також провів серію досліджень, у яких одержав коефіцієнт об'ємного розширення  $0,00373 \text{ град}^{-1}$  та вперше висловив думку про те, що сам процес розширення не є рівномірним. Слід зазначити, що Ж. Шарль дійшов аналогічного висновку раніше, у 1787 р., але його дані не були опубліковані.

Роботи з вивчення теплових властивостей газів та їх теплоємностей продовжували Ж. Гей-Люссак, С. Пуассон, П. Дюлонг, Н. Клеман, Ш. Дезорм та інші вчені. У 1813 р. у дослідях Ф. Делароша та Ж. Берара було одержано перші достовірні дані теплоємностей водяної пари, повітря, кисню та інших газів, що знаходяться під постійним тиском [29]. Проте спроби визначити теплоємності газів при сталому об'ємі успіху не мали. Разом з тим ряд спостережень вказували на те, що теплоємності одного газу при сталих тиску та об'ємі мають бути різними. Так, Е. Дарвін у 1788 р. та М. Пітке в 1799 р. вказували на пониження температури повітря під час його розширення, Молле у 1803 р. відзначав підвищення температури газу при його стисканні [30]. На різницю даних теплоємностей як для газів, так і для твердих і рідких тіл першим вказав Ж. Біо у 1816 р. [31, т.4, с. 275].

У 1807 р. дослід, проведений Ж. Гей-Люссаком, не підтвердив залежність теплоємності газу від об'єму, проте ним було експериментально показано різницю питомих теплоємностей газів при сталих об'ємі та тиску ( $C_p > C_v$ ) [32]. Ці дані наштовхнули С. Пуассона у 1807 р та П. Лапласа у 1816 р. на дослідження зв'язку між явищем поширення звуку в газах і тепловими ефектами, які виникають при зміні його об'єму [33, с. 364; 34]. Оскільки відомі на той час розрахунки 1686 р І. Ньютона значення швидкості звуку не збігались з експериментальними даними, то для їх узгодження Ж. Пуасон та

П. Лаплас запропонували ввести у вираз для швидкості звуку у повітрі коефіцієнт  $\sqrt{\frac{C_p}{C_v}}$ . Це дозволило знайти співвідношення  $C_p/C_v$  з формули  $V_{зв.екс.} = V_{зв.теор.} \sqrt{\frac{C_p}{C_v}}$ . Воно було підтверджено експериментами Клемана і Дезорма у 1819 р., які одержали для повітря значення 1,357 (сучасне значення 1,41) [35], а також П. Дюлонга у 1829 р., який визначив  $C_p/C_v$  для різних газів. Він також одержав, що це співвідношення не є сталим для різних газів та вперше показав, що даний факт не пов'язаний з похибкою експерименту [36].

У 1819 р. Дюлонг та Пті розробили метод визначення різних речовин за часом охолодження тіл, на основі якого було встановлено загальний закон: добуток питомих теплоємностей хімічно простих речовин є сталим [37]. У 1830—1840 роках Ф. Нейман, В. Реньо та Г. Копп підтвердили цей закон та поширили його на хімічні сполуки.

Ключовим моментом для подальшого розвитку всієї фізичної науки стало формулювання у 1850—1851 рр. Р. Клаузіусом та В. Томсоном другого закону термодинаміки. Цей закон був результатом узагальнення численних дослідних фактів і дав поштовх формуванню термодинаміки як нової наукової феноменологічної дисципліни, предметом якої є процеси перетворення тепла в будь-які види руху та взаємодії або, навпаки, їх перетворення у тепло. Причому вже у 80-ті роки ХІХ століття стало зрозуміло, що обидва постулати термодинаміки виходять за рамки вчення про теплоту та є загальними законами природи.

Створення та становлення термодинаміки викликало відродження молекулярно-кінетичних уявлень. Так, на цій основі Дж. Джоуль вперше обрахував швидкість молекули водню, температуру абсолютного нуля та теплоємність деяких газів. У 1856 р. А. Крьонігом була створена наочна модель газу як ідеально пружних куль, що не взаємодіють між собою і хаотично рухаються із сталою швидкістю, поки не зіткнуться одна з одною чи зі стінкою посудини. Ця модель виявилась надзвичайно важливою та дозволила показати, що кінетична енергія поступального руху залежить від температури, а також пояснити явища дифузії, розчинення та теплопровідності [38]. А. Крьоніг також вперше висловив ідею про необхідність застосування ймовірнісних методів розрахунку. "Шлях кожної молекули настільки невпорядкований, що обчислити його неможливо. Проте, використовуючи закони теорії ймовірностей, можна разом з тим замість цілковитого хаосу одержати повний порядок", — писав він [39].

Надзвичайно важливий внесок у створення кінетичної теорії газів зробив Р. Клаузіус. У 1857 р. вийшла його праця "Про природу руху, що ми називаємо теплом", в якій він, на основі моделі "білярдних куль" Крьоніга, доповненій введенням обертального та коливального рухів молекул, дав пояснення теплових процесів, зокрема теплопровідності і внутрішнього тертя, у газах, рідинах, твердих тілах. У ній чітко вказувалося, що теплова енергія є кінетичною



Р. Клаузіус



Дж. Максвелл



Л. Больцман

енергією хаотичного руху молекул та обґрунтовувались закони Дальтона і Гей-Люссака. Р.Клаузіусу належить також заслуга введення поняття довжини вільного пробігу та нової функції стану тіла — дисгрегації як міри ступеня його дисперсії.

Закон збереження імпульсу вимагав, щоб тиск газу був пропорційний середній кінетичній енергії молекул з деяким універсальним коефіцієнтом пропорційності. Разом з тим, із закону Бойля—Маріотта випливало, що ця енергія пропорційна абсолютній температурі. Це положення виявилось фундаментальним, і має виключення у сучасній квантовій теорії тільки при дуже низьких температурах.

Крім того, дані оцінки швидкостей молекул у газах виявились неочікувано високими і на перший погляд були несумісними з фактом повільної взаємної дифузії газів та їх малою теплопровідністю. Прямі експериментальні виміри були здійснені тільки у 1920 р. О. Штерном. Однак у 1858 р. Р. Клаузіус показав, що в цих явищах головну роль відігравала не стільки швидкість молекул, скільки середня довжина вільного пробігу між двома зіткненнями. Числові значення цих середніх шляхів, які пояснили повільність дифузії, одержав у 1860 р. Дж. Максвелл у своїй знаменитій праці про розподіл молекул за швидкостями.

Розглянуті результати в галузі молекулярно-кінетичної теорії стали підґрунтям при подальшому застосуванні ймовірнісних уявлень для опису фізичних процесів і створення рівноважної статистичної механіки в працях Дж. Максвелла, Л. Больцмана та Дж. Гіббса (середина XIX—початок XX століття), у яких було встановлено зв'язок між тепловою та механічною формами руху матерії.

Статистична фізика як самостійний розділ фізики виникла у другій половині XIX століття. Саме тоді у 1860 р. ідеї Р. Клаузіуса було розвинуто Дж. Максвеллом, з праці якого 1860 р. у розвитку кінетичної теорії починається новий етап, пов'язаний з систематичним застосуванням теорії ймовірностей [40].

У цій праці Дж. Максвелл одержав закон розподілу молекул газу за швидкостями (розподіл Максвелла). Тут він також вперше висловлює сумнів з правомірності застосування законів класичної механіки до опису руху атома і зазначає, що розглядає свою модель тільки як математичну аналогію реальності. "Слід бути обережними при перенесенні висновків, одержаних в експериментах з тілами, які складаються з величезної кількості частинок, на більш тонкі спостереження та експерименти, які могли б бути виконані, якщо б можна було сприймати окремі молекули", — писав він [41].

Дж. Максвелл вказував, що зіткнення молекул приводитимуть не просто до вирівнювання швидкостей, а навпаки, будуть сприяти встановленню деякого розподілу їх значень. Таким чином, Дж. Максвелл вперше сформулював статистичний підхід, а саме, необхідність пошуку не швидкості окремої молекули, а кількості молекул із заданою швидкістю в даний момент. Суть запропонованого статистичного підходу полягала в тому, що даний закон неможливо звести до динаміки, він відображає лише статистичну впорядкованість, що виникає у системі з великою кількістю частинок. Термін "статистична механіка" також було введено Дж. Максвеллом, але пізніше, у 1878 р.

Вважаючи, що молекули взаємодіють за законом пружних куль, після зіткнення яких всі напрямки є рівноймовірними, і що компоненти швидкостей кожної молекули — незалежні випадкові змінні, Дж. Максвелл формулює закон розподілу газу за швидкостями:

$$f(v) = n \left( \frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} e^{-\frac{m}{2kT} (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)}.$$

На цій основі він вперше одержав довжину вільного пробігу  $l = 1/447000$  дюйма, число зіткнень в 1 секунду  $n = 8077200000$ , а також розвинув молекулярну теорію дифузії та показав незалежність коефіцієнта в'язкості від густини. Останній результат ним також було підтверджено експериментально. Зазначимо, що на основі висновків Максвелла в 1865 р. І. Лoshмідт вперше обчислив "діаметри молекул" повітря на основі середніх довжин вільного пробігу як  $12 \cdot 10^{-8}$  см, а число молекул у молі — як  $10^{23}$ .

У 1866 р. Дж. Максвелл у праці "Динамічна теорія газів" [42] дав строге доведення свого закону розподілу швидкостей, виключивши попередню умову про незалежність компонент швидкості та розглядаючи молекули не як пружні кулі, а як точкові центри сил. Він також ввів гіпотезу про пропорційність сил відштовхування п'ятому ступеню відстані між центрами, яка, проте, викликала серйозні заперечення.

Поступово почали також розглядатись молекули із внутрішніми ступенями вільності, для яких було встановлено узагальнений закон розподілу та виведено важливий наслідок — закон рівнорозподілу: середня кінетична енергія будь-якого ступеня вільності пропорційна абсолютній температурі, причому коефіцієнт пропорційності є універсальною сталою. Обчислення питомої теплоти багатоатомних газів на основі цього закону дало результати, які повністю відповідали досліді.



Слід зазначити, що кінетична теорія газів привнесла у фізику принципово нову точку зору ймовірнісного розгляду. Оскільки неможливе вивчення шляхів окремих молекул, то суттєвим стало обчислення середніх параметрів: середнього вільного пробігу, середнього числа ударів молекули в одиницю часу, розгляд тиску та температури як середніх значень для великої кількості молекул.

Невдовзі дослідження Дж. Максвелла продовжив Л. Больцман. Завдяки чіткому формулюванню ймовірнісних понять та введенню постулату про молярну та молекулярну неупорядкованість газу, Л. Больцман у 1872 р. вивів формулу, що описує розподіл молекул газу в зовнішньому полі, зокрема, в полі сили тяжіння (розподіл Больцмана). Він також довів теорему про рівномірний розподіл кінетичної енергії за ступенями вільності, з'ясував ймовірнісний зміст ентропії та дав статистичне тлумачення другого закону термодинаміки.

Виявилось, що у випадку розподілу Больцмана густина газу зменшується з висотою, а його температура залишається сталою. Одержане кінетичне рівняння, що дозволило описувати нерівноважні стани газів, стало також одним з важливих досягнень вченого. Це рівняння давало зміну функції розподілу, яка характеризує кількість частинок в околі деякої точки фазового простору. Хоча Л. Больцман не одержав розв'язку свого рівняння в загальному випадку, проте він вивів надзвичайно важливий наслідок, який було названо спочатку мінімум-теоремою, а потім  $H$ -теоремою. На основі цієї теореми у 1877 р. Л. Больцману вдалося встановити кількісний закон, який інтерпретував другий закон термодинаміки в термінах теорії ймовірностей, а також провести аналіз межі застосування поняття ентропії [43].

При цьому виявилось, що знайдена ним величина  $H$  не може зростати під впливом руху атомів, а виявляє необоротний характер, з точністю до знака подібний поведінці термодинамічної ентропії. Мінімум  $H$ , як показав Больцман, відповідає розподілу Максвелла.

Особливість даної теореми полягає в тому, що з оборотного механічного рівняння випливало існування функції  $H$ , яка необоротно змінювалась з часом за рахунок зіткнень молекул, що також розраховувались за законами механіки, інваріантними відносно заміни  $t$  на  $-t$ . На цій основі Больцман показав неможливість повної оборотності молекулярного руху і одержав мікроскопічну інтерпретацію другого закону термодинаміки. "Вершиною життя Больцмана з 1877 р. стало доведення зв'язку між ентропією та ймовірністю стану, який все ясніше усвідомлювався, — однієї з найбільш глибоких думок усієї фізики", — писав М. Лауе [44, с. 117]. Числове значення сталої Больцмана в 1900 р. обчислив М. Планк.

Ідея статистичної закономірності дозволила Л. Больцману показати, що енергія переходить з менш ймовірної форми в більш ймовірну і що якщо початковий розподіл енергії в тілах був менш ймовірним, то надалі ймовірність розподілу буде збільшуватися. Він вважав, що при повній хаотичності рухів молекул немає підстав припускати, що в одній частині тіла швидкості молекул будуть у середньому відрізнятися від швидкості молекул в іншій частині. Як-

що з деякої причини такий стан виникає, то надалі через повну безладність молекулярних переміщень він зміниться на більш ймовірний рівномірний розподіл температури. Тому тепло і переходить від нагрітого тіла до холодного. Ймовірність цього кінцевого стану системи більше, ніж початкового, або, що то ж саме, ентропія системи протягом цього необоротного процесу зростає. Проте, оскільки стан максимальної ймовірності близький до стану з дещо меншою ймовірністю, то завжди будуть зустрічатись невеликі відхилення від нього — флуктуації. Це був принципово новий результат ймовірнісного розгляду явищ природи.

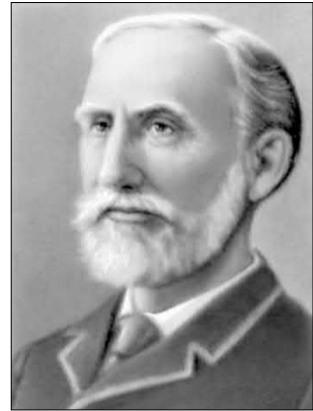
Таким чином, у працях Л. Больцмана було сформовано точку зору, згідно з якою статистичні закономірності є об'єктивними законами, яким підпорядковуються молекулярні процеси на відміну від законів для окремих частинок, та показано, що другий закон термодинаміки має ймовірнісний характер. Таке розуміння суттєво відрізнялось від поглядів Максвелла і Клаузіуса, які розглядали статистику як метод розрахунку середніх величин. Больцман же трактував статистичні закономірності як новий вид об'єктивного причинного зв'язку, при якому розподіл енергії прямує до найбільш ймовірного.

У подальшому це призвело до необхідності пошуку зв'язку статистичних законів з динамічними законами, поставило проблему обґрунтування статистичного детермінізму та направленості часу. Причому важливо, якщо на ранній стадії розвитку молекулярно-кінетичної теорії використання статистики розглядалось лише як засіб подолання обмежених людських можливостей, то після Больцмана така точка зору виявила свою обмеженість. Стало зрозумілим, що статистичні закономірності принципово неможливо звести до динамічних законів і що вони відповідають тим випадкам причинного зв'язку, які обумовлені колективним характером процесів. Ці закономірності охоплюють більш широке коло явищ, а необхідності, які лежать в їх основі, подаються розподілом ймовірностей. Таким чином, до формулювання законів природи було вперше введено об'єктивну випадковість. Тим самим принцип детермінізму не тільки не зазнав поразки, а й суттєво розширився і збагатився новим змістом.

Однак спочатку роботи Больцмана не привернули уваги вчених. У той час ідея про можливість вивести другий закон термодинаміки із законів механіки ще не втратила своїх прихильників, і сучасникам Больцмана здавалася незвичною думка про те, що цей, один з найбільш загальних законів природи, має ймовірнісну природу. Такого погляду дотримувались В. Міхельсон, Г. Гельмгольц.

З часом теорію Больцмана було піддано критиці. Особливо різко проти неї виступали послідовники Е. Маха, які взагалі не погоджувались з існуванням молекул. Тільки у XX столітті, після створення А. Ейнштейном та М. Смолуховським теорії броунівського руху, ідея про статистичний характер другого закону термодинаміки одержала визнання. Експериментальна перевірка закону розподілу Максвелла—Больцмана була здійснена у 1932 р. О. Штерном.

Інший підхід до побудови статистичної фізики розглядався американським фізиком Дж. Гіббсом — сучасником Больцмана. Ще у 1862 р. Р. Клаузіус вперше поставив питання про можливі сфери застосування термодинаміки та запропонував використати її для опису хімічних процесів. Принциповими на цьому шляху стали дослідження Дж. Гіббса, в яких статистична механіка вперше розглядалася як самостійна наука і одержала фундаментальне обґрунтування, застосовне для довільних, а не тільки для газоподібних систем. Сьогодні розподіл Гіббса є принципом, який відіграє таку саму роль у статистичній фізиці, яку відіграють рівняння Ньютона в класичній механіці або рівняння Максвелла в електродинаміці. Тому значення для фізичної науки праці Гіббса "Основні принципи статистичної механіки" [45], що вийшла в 1902 році, часто порівнюють зі значенням "Трактату" Максвелла з електродинаміки.



Дж. Гіббс

У цій роботі Дж. Гіббс розглядав феноменологічний метод термодинаміки як перше наближення при вивченні фізичних і хімічних процесів. "Закони термодинаміки неважко одержати з принципів статистичної механіки, які вони не цілком виражають, а слугують чимось на кшталт сліпого провідника у пошуках цих принципів", — писав Дж. Гіббс [46, т. 2, с. 9].

Він розглядає у  $6N$ -мірному просторі рух консервативної системи з  $N$  частинок, яка описується узагальненими координатами та імпульсами. Далі Гіббс вводить ансамбль однаково розподілених за різними фазами механічних систем, кожен з яких подано точкою у  $6N$ -мірному фазовому просторі, а рух усього ансамблю описується рівнянням неперервності для рідини, що не стискається, згідно з теоремою Ліувілля.

Термодинамічна система, яка розглядається, уявляється таким ансамблем. Для неї ставиться завдання знайти в будь-який момент часу, як поводить-ся повне число систем, розподілене за конфігураціями та швидкостями, якщо в деякий момент їх розподіл відомий. При цьому основним є рівняння, яке описує швидкість зміни числа систем, замкнених усередині певних малих меж координат та швидкостей.

У праці Дж. Гіббса в трьох еквівалентних формулюваннях доводиться теорема 1838 р. Ж. Ліувілля про збереження фазового об'єму при зміні консервативної динамічної системи з часом: як збереження фазового об'єму, фазової густини та ймовірності фази. На цій основі ним виведено основне рівняння статистичної механіки:

$$\left(\frac{dD}{dt}\right)_{p,q} = - \sum \left( \frac{dD}{dp_i} \dot{p}_i + \frac{dD}{dq_i} \dot{q}_i \right),$$

яке в умовах статистичної рівноваги має вигляд:

$$\sum \left( \frac{dD}{dp_i} \dot{p}_i + \frac{dD}{dq_i} \dot{q}_i \right) = 0,$$

де  $D$  — фазова густина. Це рівняння вперше було оприлюднено у 1884 р., а надруковано в 1885 р. [47].

У загальному випадку ця проблема надзвичайно складна, тому Гіббсом було розглянуто тільки випадок статистичної рівноваги. Розподіл систем, які входять в ансамбль, за динамічними станами є реальною системою в тому сенсі, що середнє за ансамблем від деякої функції  $G(p, q)$  динамічного стану системи  $G = \int G(p, q) f(p, q, t) dpdq$  збігається зі значенням відповідної термодинамічної функції  $G_{снотм}$ , яка визначається експериментально. Результат цього спостереження — це середнє за часом  $G(p, q)$ :

$$G_{снотм} = \frac{1}{\tau} \int_{t_0}^{t_0 + \tau} G(p, q) dt.$$

Побудоване рівняння Гіббс назвав принципом збереження фазової густини та сформулював його так: "Для ансамблю механічних систем, тотожних за своєю природою, які перебувають під дією сил, що визначаються тотожними законами, але неперервно розподілені за фазами, фазова густина є сталою у часі для змінних фаз рухомої системи за умови, що сили системи є або функції тільки її координат, або залежать ще й від часу" [45, с. 23].

Залежно від способу фіксації макроскопічного стану систем ансамблю Гіббс розрізняє макроскопічний статистичний ансамбль — ансамбль ізольованих систем, в якому задається енергія системи, її зовнішні параметри (об'єм, зовнішні поля) та кількість частинок в ній; канонічний статистичний ансамбль — ансамбль систем, які перебувають у термостаті з фіксованою кількістю частинок; та великий канонічний статистичний ансамбль — ансамбль систем в загальному термостаті з нефіксованою кількістю частинок.

Дослідження властивостей канонічного ансамблю дозволило Дж.Гіббсу показати аналогію статистичних та відповідних термодинамічних рівнянь. Це стало можливим завдяки збігу середніх за ансамблем значень різних величин з їх значеннями, які одержані з рівнянь феноменологічної термодинаміки. Таким чином, даний результат став підтвердженням адекватності формалізму канонічного розподілу термодинамічним методам дослідження. При цьому було досягнуто більшу порівняно з Максвеллом та Больцманом простоту у формулюванні принципів статистичної механіки. Зокрема, більш загального визначення набуло поняття ентропії. Воно виявилось справедливим для будь-якого числа ступенів вільності, на відміну від больцманівського, яке справедливе лише в нескінченній границі.

Цитуючи Дж. Гіббса, можна сказати, що він точно визначив величини та строго довів "положення, які мають силу для будь-якого числа ступенів віль-

ності і які при достатньо великому числі ступенів вільності будуть сприйматися людиною як однакові з величинами і положеннями емпіричної термодинаміки" [45, с. 168].

Розподіл Гіббса дозволив найбільш загальним чином зв'язати статистику з термодинамікою і тим самим завершити молекулярно-кінетичне обґрунтування цієї феноменологічної науки, розпочате Больцманом. При цьому виявились деякі вади класичної статистичної фізики, наприклад, неможливість створення послідовної теорії теплового випромінювання, пояснення парадокса Гіббса, вирішення питання про значення ентропії (третє начало термодинаміки). Це вдалося подолати лише на наступному етапі розвитку статистичної фізики, пов'язаному з появою квантової механіки.

### *3.3. Розвиток статистичної фізики в 1905—1931 рр.: світовий контекст*

Водночас з розробкою фундаментальних питань кінетичної теорії газів та статистичної фізики розвивались застосування цієї теорії. Це, насамперед, праці Й. Ван дер Ваальса, який в 1873 р. запропонував рівняння стану реальних газів і рідин, а також дослідження його учнів, які визначили поправки до закону ідеальних газів при високих тисках.

Г. Лоренц також використав кінетичну теорію як основу для своєї електронної теорії провідності у металах (1903 р.) і розв'язав кінетичне рівняння Больцмана для спеціального випадку суміші важких і легких частинок. Проста наближена форма його розв'язку широко використовується і нині.

Важливими для розробки математичних методів рівноважної статистичної механіки стали праці Ч. Дарвіна та Р. Фаулера 1922 р., в яких було запропоновано метод обчислення статистичного інтеграла [48—50].

Відкриття Л. Больцманом статистичної природи другого закону термодинаміки вплинуло на розвиток не тільки термодинаміки, а й багатьох розділів фізики. Воно по-новому висвітлило старі проблеми і поставило низку фундаментальних методологічних питань — про співвідношення між динамічними і статистичними закономірностями, про статистичний детермінізм, про напрямок часу.

До досліджень Больцмана в фізиці був відомий тільки один тип закономірностей — динамічні закономірності, що, наприклад, становили фундамент причинно-наслідкових зв'язків у механіці. До кінця XVIII століття математичний апарат механіки було остаточно розроблено. Виходячи з основних диференціальних рівнянь руху, записаних згідно з законами Ньютона, і знаючи діючі на дану систему сили і початкові значення координат і швидкостей тіл, що утворюють цю систему, можна було однозначно визначити траєкторію руху, швидкості і положення тіл, які рухаються у просторі у кожний наперед заданий момент часу. Таким чином, закони динаміки дали змогу вченим передбачати з великим ступенем точності поведінку механічних систем у май-

бутньому. Це, а також розвиток теорії електромагнітного поля Максвелла, стало основою для сприйняття динамічних законів як абсолютно універсальних.

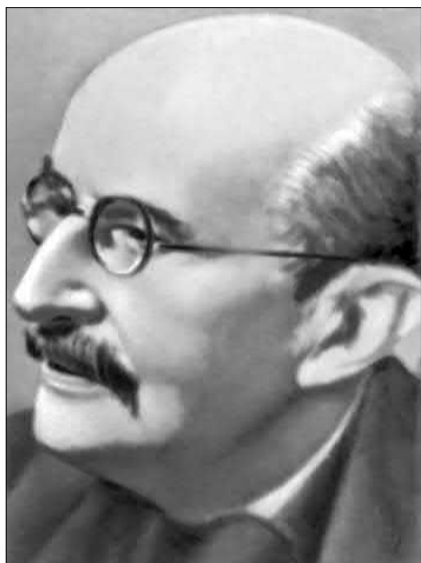
Першим, хто сформулював загальний філософський "принцип механічної причинності" для Всесвіту, став П. Лаплас. "Якби розум у будь-який момент часу знав всі сили, що діють у природі, і відносно розташування її складових частин, якби він, крім того, був такий великий, щоб міг проаналізувати ці дані, то описав би єдиною формулою рухи найбільших тіл у Всесвіті і найлегшого атому; для нього не було б нічого неясного, і майбутнє, як і минуле, було б у нього перед очима... Крива, яку описує молекула повітря або пари, керується настільки ж строго і визначено, як і планетні орбіти: між ними лише та різниця, що ми не уявляємо цього", — писав він [51, с. 364—365].

Така точка зору була названа лапласівським (або механічним) детермінізмом. Узагальнюючи, ми приходимо на основі цього до поняття динамічної закономірності: при заданих зовнішніх впливах початковий стан однозначно визначає майбутню поведінку системи. Завдяки дослідженням Больцмана така точка зору потребувала перегляду. Дійсно, оскільки в цей період механічний детермінізм уявлявся єдиним видом причинного зв'язку, то передбачалося, що якби було можливо простежити за траєкторією кожної молекули, то майбутній стан молекулярної системи можна було б визначити, не використовуючи метод теорії ймовірностей. Вважалося також можливим зведення статистичних закономірностей до динамічних. Одна з причин такого уявлення полягала в тому, що самі статистичні закономірності були вперше отримані на основі динамічних рівнянь механіки, яким і приписувалася первинна роль.

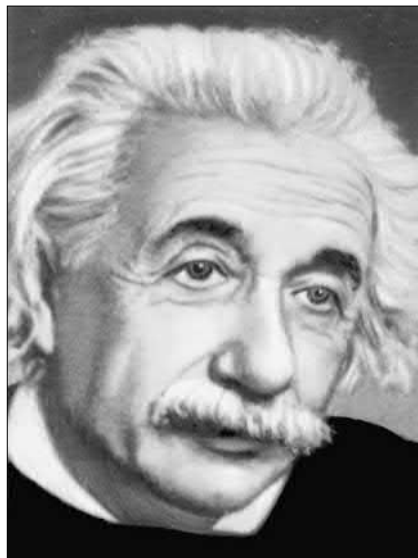
Оскільки відповідно до лапласівського детермінізму будь-яка наступна подія була передбачена попередньою подією, то випадкова подія вважалася такою, що виникає за рахунок недостатності знання початкових умов і тому не має об'єктивного характеру. Сучасна наука розглядає динамічні і статистичні закономірності як невіддільні і водночас такі, що не зводяться одна до одної. Динамічні закономірності відображають ті випадки причинного зв'язку, коли основну роль у поведінці даної системи відіграють початкові умови, а статистичні закономірності — ті випадки, які своїми основними рисами обумовлені масовим характером явищ або процесів. Особливість статистичної закономірності полягає в тому, що, відображаючи об'єктивно існуючі зв'язки великої сукупності випадкових подій, вона начебто відводить на другий план індивідуальні властивості окремих інгредієнтів [52].

Одним з тих вчених, хто стояв біля джерел створення квантової статистичної фізики, був А. Ейнштейн. Він присвятив різним питанням статистичної фізики, термодинаміки та кінетичної теорії газів близько 40 статей, написаних ним від 1900 до 1925 р. Завдяки його виключно плідному інтересу до цих галузей фізики ним було зроблено важливий внесок у розвиток квантової теорії.

Так, у 1905 р. А. Ейнштейн дав повне пояснення винайденому у 1827 р. броунівському руху — одному з найбільш наочних підтверджень уявлень молеку-



М. Планк



А. Ейнштейн

лярно-кінетичної теорії та реального існування атомів [53]. Він показав, що теоретично значущим є тільки відношення середньоквадратичного зміщення до кореня квадратного з часу, що було підтверджено вимірюваннями у 1906 р. Ж. Перрена та Т. Сведберга, на основі яких було експериментально визначено сталу Больцмана та число Авогадро [54—55]. Незалежно теорію броунівського руху на основі своєї теорії флуктуацій у 1906 р. розробив М. Смолюховський [56].

Слід зазначити, що одним з принципів моментів в історії термодинаміки, який зв'язав два різних розділи фізики — термодинаміку та оптику, стала праця Г. Кірхгофа 1859 р., у якій він застосував термодинамічні принципи до оптики та створив термодинаміку теплового випромінювання. Г. Кірхгоф поширив поняття температури на випромінювання, яке перебуває у термодинамічній рівновазі з тілами, встановив пропорційність при однаковій температурі між поглинальною та випромінювальною здатністю тіл та її незалежність від природи тіла.

Першим, хто знайшов правильний вираз для функції Кірхгофа та обґрунтував спектральні закономірності випромінювання абсолютно чорного тіла, був М. Планк. Його фундаментальні результати 1900 р. — гіпотеза кванта, а також виведений ним закон розподілу енергії у спектрі випромінювання абсолютно чорного тіла, стали ключовими моментами у розвитку статистичної фізики та започаткували квантову статистику — теорію поведінки фізичних систем, що складаються з величезної кількості мікрочастинок.

Теорія теплового випромінювання, створена М. Планком, успішно пояснила властивості теплового випромінювання, що спостерігаються експериментально, та усунула принциповий дефект класичної теорії теплового випромінювання — "ультрафіолетову катастрофу".



Ш. Бозе

Проте спробам застосувати до випромінювання, як до фотонного газу, класичні статистичні критерії перешкоджали зміна числа частинок в об'ємі та неможливість існування деяких станів внаслідок квантової гіпотези. Індійський фізик Ш. Бозе, розглядаючи теплове випромінювання як газ фотонів, вважав, що до фотонів не можна застосовувати закони статистики як для звичайних матеріальних частинок та вніс поправку на нерозрізненість фотонів [57]. Він підраховував не самі кванти, а комірки, що містять у собі їх різну кількість. Беручи це за основу, при визначенні найбільш ймовірного стану Ш. Бозе одержав закон Планка.

Німецький переклад статті Бозе потрапив на рецензію до А. Ейнштейна, і він дав їй позитивний відгук. Водночас

А. Ейнштейн одержав дисертацію Л. де Бройля. Зіставляючи результати цих вчених та застосовуючи нові статистичні закони до ідеальних газів, у своїх двох статтях 1924 та 1925 рр. А. Ейнштейн побудував квантову теорію одноатомного газу і дав чисто статистичне обґрунтування фазового переходу, який зараз називають конденсацією Бозе—Ейнштейна [58, т.3, с.481—503]. Коментуючи свою роботу, А. Ейнштейн вказував, що різниця між підрахунком "за Больцманом" та "за Бозе—Ейнштейном" віддзеркалює невідому поки що гіпотезу про взаємний вплив молекул невідомої поки що природи. Таким чином, як зазначав А. Пайс, А. Ейнштейн підійшов дуже близько до створення хвильової механіки систем тотожних частинок [59, с.58]. Так була побудована квантова статистика, що одержала назву статистики Бозе—Ейнштейна.

Створення квантової статистики стало найяскравішим досягненням А. Ейнштейна в галузі статистичної фізики. Як і при одержанні інших результатів у квантовій теорії, він, використовуючи статистичні методи, побудував квантову теорію молекулярного газу, відкрив явище конденсації, на основі теорії флуктуацій ввів поняття корпускулярно-хвильового дуалізму методом, який відрізнявся від запропонованого раніше Л.де Бройлем.

Питаннями причинності А. Ейнштейн почав займатися починаючи з 1916 р. з праці про нове доведення закону Планка "До теорії теплового випромінювання", в якій він вказав на відсутність класичної причинності у процесі спонтанного випромінювання [58, т. 3. с. 44]. Однак побудована у 1923—1928 рр. квантова механіка викликала у нього глибоке занепокоєння принциповою статистичністю тлумачення мікроявищ та відходом від класичного причинного опису явищ природи. Адже, за твердженням О. Штерна, Ейнштейн був гли-



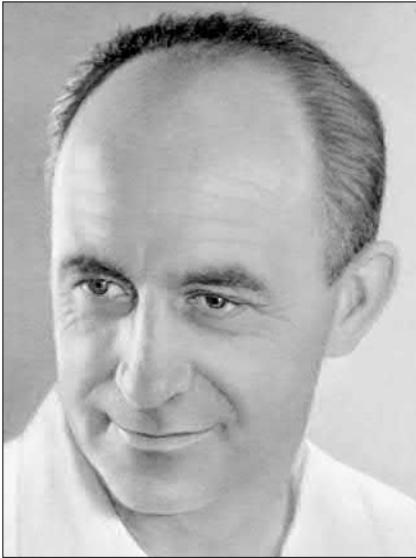
боко переконаний в тому, що термодинаміка, на відміну від інших галузей фізики, не повинна змінюватися. "Я захоплююсь працями фізиків молодого покоління, що об'єднані під назвою квантова механіка, та вірю в правильність цієї теорії. Я тільки вважаю, що обмеження, які приводять до статистичного характеру її законів, повинні бути з часом ліквідовані", — писав А. Ейнштейн [58, т.4, с. 110]. Скептичне ставлення А. Ейнштейна до квантової механіки стало причиною його відмови виступити з доповіддю про квантову статистику на Сольвеевському конгресі 1927 р. "Це пов'язано з тим, що я не міг брати активну участь у сучасному розвитку квантової теорії, а це необхідно для підготовки доповіді. Частково це пояснюється тим, що я не дуже здібний до сприйняття бурхливих змін, які відбуваються, частково тим, що не схвалюю чисто статистичний підхід, на якому базуються нові теорії", — писав він Г. Лоренцу [59, с. 414].

Відстоюючи тезу про те, що статистичний характер квантової механіки пов'язаний з її недостатністю внаслідок неповноти набору величин, які необхідні для її опису, А. Ейнштейн вважав, що подальший розвиток теорії мікроявищ буде відбуватись в напрямі побудови теорії елементарного процесу, заснованої на принципі причинності. За його точкою зору, в майбутній фізиці статистична квантова теорія мала займати приблизно таке ж місце, яке займає статистична механіка в рамках класичної. У 1927 р. А. Ейнштейн зазначав: "Тільки в квантовій механіці диференціальний метод Ньютона перестав відповідати дійсності і строга причинність залишила нас, але останнє слово в цій галузі ще не сказано. Так нехай же дух ньютонівського методу надихне нас для відновлення відповідності між фізичною реальністю та найбільш глибокою рисою вчення Ньютона — строгою причинністю" [58, т. 4, с.94].

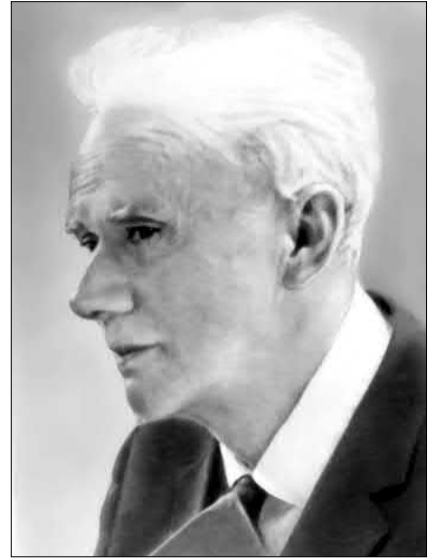
Розв'язанню цієї задачі були присвячені останні роки А. Ейнштейна, коли він шукав шляхи до побудови саме такої фундаментальної теорії — єдиної теорії поля, в якій природнім чином збереглася б класична причинність, а квантова механіка впливала б з неї як конструктивна теорія.

Ще одна квантова статистика була створена в 1926 р. незалежно італійським фізиком Е. Фермі й англійським фізиком П. Діраком (статистика Фермі—Дірака) [60—61]. Статистика Фермі—Дірака застосовується до частинок з напівцілим спіном, зокрема, до електронів. Важливо, що у дослідженнях цих вчених, крім принципу нерозрізненості частинок, враховувався також принцип Паулі.

Слід підкреслити, що такий загальний результат, яким є встановлення нової квантової статистики, Фермі одержав, намагаючись розв'язати часткову задачу виведення формули Сакура—Тетроде. Цікаво, що стаття Фермі вийшла на декілька місяців раніше, ніж праця Дірака. Проте в статті Дірака не згадувалось про результат, одержаний Фермі. Тому Фермі вирішив у листі від 25 жовтня 1926 р. звернути увагу Дірака на свою працю. Як говорив Дірак в інтерв'ю 1963 р., він насправді читав статтю Фермі "Про квантування ідеального одноатомного газу", але забув про це, оскільки його шлях був зовсім іншим: він не намагався розв'язати конкретну проблему, а прагнув в найзагальнішому вигляді сформулювати свою нову квантову механіку [62, с.167].



Е. Фермі



П. Дірак

Перший крок до відкриття статистики Фермі зробив, коли надрукував замітку про теорію Штерна щодо визначення абсолютного значення константи ентропії ідеального газу [63]. У 1924 р. він повернувся до задачі про константу ентропії, розглядаючи в невеликій, але змістовній статті труднощі, на які на-штовхуються при застосуванні правил квантування Зоммерфельда до системи ідентичних частинок. Фермі зазначив, що зазвичай недолік застосування пра-вил Зоммерфельда до складних систем пов'язували з неможливістю розділити змінні, однак на його думку, цей недолік є наслідком неможливості розрахун-ку орбіт для системи, яка містить у собі декілька ідентичних частинок. Ці час-тинки не можна розрізнити, отже, не можна і застосовувати умови Зоммер-фельда, які виникає потреба модифікувати. Як саме змінити правила кванту-вання, Фермі не пропонує. Однак він продовжує обчислювати точне значен-ня константи ентропії ідеального газу та формулює декілька гіпотез щодо її квантування. Він також розглянув різні способи квантування ідеального газу, вказавши, що вони не є еквівалентними і дадуть різні значення ентропії.

Невдовзі Фермі написав статтю італійською мовою, яку розширив у публікації в "Zeitschrift für Physik" (доповідь 7 лютого 1926 р.). Він вказав, що че-рез притягання до центра (області пружного потенціалу) густина газу є функцією відстані, яка обертається на нуль на нескінченно великій відстані. Таким чином, при нескінченно великих  $r$  виродження "знімається" і статистика переходить у класичну. Серед безпосередніх результатів, одержаних Фермі за допомогою но-вої статистики, є визначення константи ентропії для ідеального газу.

Подальший розвиток квантової статистики обумовив появу математичного апарата, що значно відрізняється від того, який застосовувався в класичній ста-

тистиці. Так, зв'язок квантових статистик з математичним апаратом квантової механіки був обґрунтований П. Діраком, а їх зв'язок зі спіном — В. Паулі у 1940 р.

На відміну від Фермі, Дірак в статті "До теорії квантової механіки" поставив задачу дати найбільш узагальнене формулювання квантової механіки. Він записав рівняння Шредінгера у формі, яка придатна не тільки для визначення власних функцій, а й для будь-якого стану. Погоджуючись з точкою зору Гейзенберга щодо ролі спостережуваних величин у фізичній теорії, він вважає  $(m, n)$  та  $(n, m)$  одним станом системи двох електронів. Дійшовши висновку, що власні функції сукупності частинок розділяються на дві категорії (симетричні та антисиметричні відносно координат), Дірак вказав, що антисиметрична функція тотожно обертається на нуль, якщо два електрона містяться на одній орбіті, та, відповідно, мають однакові квантові числа. Звідси робився висновок, що власні стани сукупності частинок, підпорядкованих принципу Паулі, мають бути зображені антисиметричними функціями, інакше на одній орбіті була б довільна кількість електронів. Але це не відповідає досліду.

Даний результат Дірак узагальнив на теорію ідеального газу, яка виявилась ідентичною теорії Фермі. У цьому випадку, якщо розглянути симетричні функції, то ми прийдемо до статистики Бозе—Ейнштейна, а в антисиметричному випадку — до статистики іншого типу, яка справедлива для електронів у атомі.

Квантова статистика відіграла важливу роль у розвитку фізики конденсованих середовищ, і, насамперед, теорії твердого тіла. У подальшому їй було застосовано при створенні електронної теорії металів, загальної теорії електропровідності твердих тіл, включаючи напівпровідники, використано при поясненні природи рідкого стану, вивченні стану речовини при низьких температурах (пояснення третього закону термодинаміки, надпровідності, надплинності), побудові теорії фазових переходів II роду.

Так, квантову теорію у 1907 р. Ейнштейном було застосовано для обчислення теплоємності твердих тіл, а в 1911 р. В. Нернстом — теплоємності газів. У 1928 р. А. Зоммерфельд за допомогою функції розподілу Фермі—Дірака описав процеси перенесення в металах, на засадах цього набула подальшого розвитку квантова теорія електро- і теплопровідності, термоелектричних, гальваномагнітних та інших кінетичних явищ у твердих тілах.

Відкриття в 1911 р. надпровідності Г. Камерлінг-Оннесом і надплинності П. Капіцею у 1938 р. стимулювали розвиток нових методів у квантовій статистиці. Були побудовані феноменологічні теорії надплинності Л. Ландау в 1941 р. і надпровідності Л. Ландау і В. Гінзбургом у 1950 р., розроблені нові методи розрахунку в статистичній квантовій теорії багаточастинкових систем. Одним з найяскравіших досягнень стало створення Дж. Бардінім, Л. Купером і Дж. Шриффером і незалежно М.М. Боголюбовим у 1957 р. мікроскопічної теорії надпровідності [64—65].

Суттєвий внесок у розвиток квантової статистичної фізики зробив Р. Фейнман, який запропонував метод інтегрування за траєкторіями (1948), графічний



Л. Онсагер — засновник нерівноважної термодинаміки

метод зображення амплітуд розсіяння та народження частинок (1949), теорію квантованих вихорів у надплинному гелії та зв'язок спектра елементарних збуджень з кореляційною функцією густини, яка вимірюється методами дифракції нейтронів (1955 р.) [66].

Початок історії нерівноважної термодинаміки можна датувати 1931 р., коли вийшли дві праці норвезького фізико-хіміка Л. Онсагера (Нобелівського лауреата 1968 р.) "Співвідношення взаємності в нерівноважних процесах" [67], у яких він розвинув засади загальної теорії, яка намічала єдиний підхід до розгляду нерівноважних процесів. Дана теорія, названа автором "квазітермодинамікою", будувалась за аналогією з динамікою частинок, де головними були поняття сили та швидкості. Так, при розгляді таких необоротних процесів, як дифузія, теплопровідність та

електропровідність, Л. Онсагер вводить "термодинамічні сили і швидкості." Зокрема, термодинамічна сила є величиною, яка характеризує ступінь відхилення системи від її термодинамічно рівноважного стану. У випадку електропровідності швидкістю є сила току, а термодинамічною силою — ЕРС джерела струму або від'ємний градієнт потенціалу поля. Для теплопровідності швидкістю є вектор потоку енергії, а сила пропорційна градієнту температури. На основі даного підходу Л. Онсагер запропонував лінійні термодинамічні рівняння руху, система яких може описати одночасні потоки енергії та дифузії двох речовин, теплопровідність в анізотропному тілі тощо. Ключовим моментом теорії Онсагера стало виведення умов для коефіцієнтів рівнянь. Виявилось, що справджується умова  $L_{ik}=L_{ki}$ , яка дістала назву співвідношень взаємності та привела до суттєвого спрощення термодинамічних рівнянь руху. Надалі з'ясувалось, що співвідношення взаємності тісно пов'язані з принципами симетрії, зокрема, з принципом Кюрі, в основу якого було покладено твердження про зв'язок симетрії системи з характером процесів у ній. Дані співвідношення відображають на макроскопічному рівні інваріантність мікроскопічних рівнянь руху відносно обернення часу.

Різні властивості співвідношень взаємності та межі їх застосовності пізніше вивчали Х. Казимір, П. Мазур та С. де Гроот, Й. Мейкснер, Л.Д. Ландау та Є.М. Ліфшиць, Кокс. Так, у 1945 р. Х. Казимір [68,69] сформулював співвідношення взаємності таким чином, що вони стали справедливими для більш широкого класу необоротних процесів, ніж це передбачалось Л. Онсагером. Починаючи з 1941 р. Й. Мейкснер, а пізніше І. Пригожин побудували

феноменологічну теорію необоротних процесів, яка містила у собі як теорему взаємності Онсагера, так і безпосереднє обчислення для ряду фізичних випадків джерела ентропії, що відповідає некомпенсованому теплу Клаузіуса [70—72]. У цілому в працях цих вчених було показано, що співвідношення взаємності, хоч і залежать від молекулярної структури системи, проте виражають чисто феноменологічні зв'язки між величинами, які входять у термодинамічні рівняння руху. Отже, вони можуть розглядатися як один з принципів нерівноважної термодинаміки, який внаслідок лінійності рівнянь застосовний до систем, які не дуже сильно відхиляються від положення рівноваги.

Після Л. Онсагера найбільш суттєвий внесок у нерівноважну термодинаміку було зроблено нідерландськими вченими де Донде, І. Пригожиним, С. де Гроотом, К. Денбігом, П. Мазуром. Для подальшого розвитку нерівноважної теорії було необхідно встановити її зв'язок з фундаментальними динамічними принципами механіки. Запропонований у 1946 р. М.М. Боголюбовим динамічний підхід до обґрунтування та узагальнення кінетичного рівняння Больцмана, дозволив виявити загальні принципи побудови скороченого опису макроскопічних систем та побудови рівнянь нерівноважних процесів. Подальше розвинення динамічний підхід одержав у працях Л. Ван Хова та І. Пригожина. Оригінальний метод вивчення нерівноважних систем за їх реакцією на зовнішні механічні збурення без складання керуючих рівнянь запропонував Р. Кубо.

Фундаментальні праці зазначених учених сприяли тому, що бурхливий розвиток у всіх галузях фізики в останні десятиліття XX століття позначився, зокрема, на статистичній фізиці нерівноважних станів, яка виокремилась у самостійний розділ науки і узагальненням якої став такий міждисциплінарний напрям фізичної науки, як синергетика.

### *3.4. Передісторія статистичної фізики в Україні (друга половина XIX — 20-і рр. XX ст.)*

Науково-дослідна діяльність у галузі фізики в Україні в XIX — на початку XX століття була тісно пов'язана з навчальним процесом у вищій школі, передусім у Харківському, Київському, Львівському та Одеському університетах. Хоча вона розвивалась не систематично, а завдяки зусиллям окремих вчених,



Виступ І. Пригожина на Міжнародній Боголюбовській конференції. Москва, 27 вересня 1999 р.

проте їх досягненнями часто ставали роботи високого рівня. Так, питання тлумачення будови матерії вивчалось в Україні вже в XVII—XVIII століттях, перш за все професорами Києво-Могилянської академії, які вважали матерію головним об'єктом фізики і брали її за основу природних речей. І. Гізель, Ф. Прокопович, М. Козачинський, Г. Кониський та Г. Щербацький сформулювали погляд про єдність і однорідність як земної, так і небесної матерії. Ф. Прокопович, крім того, навчав, що вона має властивості протяжності: ширини, довжини, глибини, висоти. Він запропонував принцип кількісного і якісного збереження матерії. Таке розуміння матерії створило передумови для виникнення на теренах України механіко-матеріалістичних концепцій, відповідно до яких матерія сприймалась як сукупність незмінних первинних елементів Всесвіту [73]. Найгрунтовніше таке розуміння матерії розглядав Г. Щербацький, який вважав, що вона є субстанцією, яка може являти собою атоми Демокріта.

На початку XIX століття ідеї атомної будови матерії також підтримували в Україні ряд вчених. Одним з них був вчений-природознавець і філософ-матеріаліст Т.Ф. Осиповський, який розглядав речовину як сукупність частинок, що взаємодіють одна з одною внаслідок сил тяжіння та відштовхування. Народився Т.Ф. Осиповський 22 січня 1765 р. у с. Осиповому (тепер Володимирської обл.), у 1799—1803 рр. був професором фізико—математичних наук в Петербурзькому педагогічному інституті, з 1805 до 1820 р. — професором математики Харківського університету від часу його заснування (1813—1820 рр. — ректор). В актових промовах "Про простір і час" 1807 р. і "Міркування про динамічну систему Канта" 1813 р. [74,75] він розглядав простір і час як умови існування матерії та вважав, що рух без матерії неможливий [76].

Прихильником реальності атомів, кінетичної теорії теплоти, хвильової теорії світла та противником теорії теплороду був В.І. Лапшин — завідувач з 1839 р. кафедри фізики також Харківського університету. Він народився 1809 р. у Петербурзі, де у 1828 р. закінчив університет. Після навчання в Професорському інституті при Дерптському університеті в 1835—1863 рр. працював у Харківському університеті, в 1865—1870 рр. був професором Новоросійського університету. Серед вчених — прихильників дискретної будови речовини — можна назвати завідувача кафедри фізики А.П. Шимкова, за ініціативою якого у 1867—1899 рр. для вивчення курсу математичної фізики у Харківському університеті були рекомендовані монографії Р. Клаузіуса та Дж. Максвелла.

У Київському університеті курс механічної теорії теплоти читав професор М.І. Талізін, перший вітчизняний фізик, керівник кафедри фізики у 1858—1865 рр. У Львівському університеті активно працював як викладач і вчений А. Гандль (народився у 1837 р.). Він був автором ряду праць, що були надруковані у періодичних виданнях Віденської академії, зокрема, про будову рідин, кристалічну будову солей, поглинання світла.

Протягом XIX століття та до початку 30-х років XX століття в Україні було виконано ряд робіт, які сприяли експериментальному дослідженню того

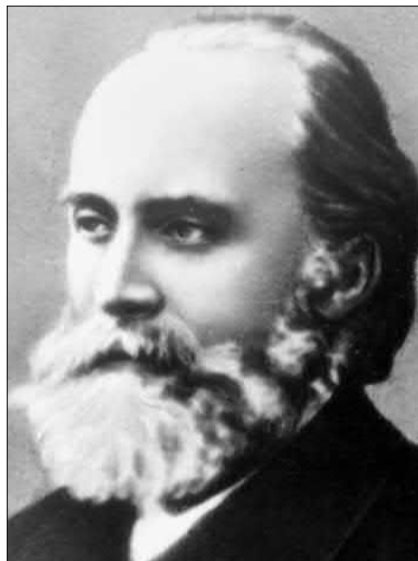
кола явищ, що в подальшому започаткували феноменологічну базу формування статистичної фізики, і теоретичне осмислення та розробку нових ймовірносних ідей. Це, перш за все, роботи в галузі критичного стану речовини М.П. Авенаріуса та його учнів, у галузі термодинаміки та дифузії водних розчинів М.О. Умова, а також роботи з дослідження термодинамічного потенціалу М.Д. Пильчикова та О.П. Грузинцева, теоретичні роботи М. Смолуховського з броунівського руху та праці з обґрунтування другого закону термодинаміки М.М. Шиллера, М.М. Пирогова та Т.О. Афанасьєвої-Еренфест.

Значний внесок у молекулярну фізику та вивчення критичного стану речовини належить професору Київського університету, засновнику першої в Україні науково-дослідної лабораторії експериментальної фізики Михайлу Петровичу Авенаріусу. В 1875 р. він вперше в університеті запровадив для студентів лабораторний практикум з фізики, почав залучати здібних студентів до дослідницької діяльності, став ініціатором створення при університеті Товариства дослідників природи.

Михайло Петрович Авенаріус народився 7 вересня 1835 р. у Царському Селі. У 1858 р. закінчив Петербурзький університет, у 1865—1890 рр. завідував кафедрою фізики та метеорологічною обсерваторією Київського університету (з 1866 р. — професор), у 1876 р. був обраний членом-кореспондентом Петербурзької Академії наук.

Значний вплив на формування М.П. Авенаріуса як вченого здійснив М.І. Пирогов, який з 1858 р. пропагував докорінне оновлення та зміну університетської освіти, в основу чого вважав за необхідне покласти тісний зв'язок викладання і наукового дослідження. Основне завдання освіти М.І. Пирогов вбачав у засвоєнні студентами наукового методу. "Покажіть освіченій людині в певному масштабі, на прикладі будь-якої галузі науки, тільки по суті, метод і механізм, яким сучасна наука доходить до результатів — і все інше він одержить сам, якщо дійсно прагне знань", — писав він [77, т. 1, с. 571—572].

З травня 1862 р. до жовтня 1864 р. М.П. Авенаріус у складі групи молодих вчених, загальне керівництво освітою яких здійснював М.І. Пирогов (так званих пироговців), був відряджений Міністерством народної освіти Росії за кордон для підготовки до професорської діяльності. Більшу частину часу він провів у Берліні, де слухав лекції в університеті, брав участь у фізичних зборах у Г. Магнуса та проводив у його лабораторії самостійну наукову роботу. Про-



Професор Київського університету М.П. Авенаріус — автор пріоритетних праць у галузі рідкого та критичного стану речовини

тягом останнього півроку він місяць ознайомлювався з методикою викладання фізики у Парижі, а потім працював у Гейдельберзі у Г. Кірхгофа.

О.Г. Столетов так писав про М.П. Авенаріуса: "У літописах російської фізики М.П. Авенаріусу належить почесне місце і як досліднику, і як вчителю. Ім'я його не повинно бути забутих і в світовій науці" [78, т. 2, с. 432]. "Це була людина м'якого і в той же час прямого характеру, він ніколи не кривив душею, говорив і діяв завжди відповідно до своїх переконань і на його слово можна було покластися. До науки та професорських обов'язків ставився відповідально, як до святого діла. Свідчення рідних, колег та учнів доповнюють це особисте враження. Вони всі згадували про нього як про відмінного сім'янина, якого гаряче любили в родинному колі, як про стійкого та надзвичайно чесного члена колегії, як друга та улюбленця учнівської молоді. В колективі співробітників та у колі товаришів він користувався повагою навіть у людей з "іншого табору", не визнавав опортунізму та формалістики. Студенти цінували його як захоплюючого лектора та невтомного робітника-керівника, а також як надійного захисника у справедливій справі. Завжди делікатний, доброзичливий без поблажок, він вмів щадити молоде самолюбство, вмів надихнути талановитого та підбадьорити слабкого; являв собою високий моральний приклад, а за необхідності не відмовляв і у матеріальній допомозі", — так змальовував науковий портрет М.П. Авенаріуса О.Г. Столетов [78, с. 426].

Наукові праці М.П. Авенаріуса були присвячені вивченню термоелектричних явищ та молекулярній фізиці, зокрема, критичному стану речовини. У зв'язку з розвитком парової машини визначення критичних величин було однією з найважливіших задач фізики у 70—80-х роках XIX століття. Водночас з дослідженнями, що проводилися в київській лабораторії, цими питаннями в Росії займалися О.Г. Столетов, П.О. Зілов, Б.Б. Голіцин. "Використовуючи основи механічної теорії тепла і дані з критичного стану тіл, останнім часом фізики з особливим інтересом розглядають питання щодо змін, які відбуваються в тілах під дією теплоти. Проте через недостатність дослідних даних, особливо з критичного стану тіл, постали перепони — з одного боку, на шляху подальших теоретичних пошуків, а з іншого — щодо вирішення, яким з пропонуваніх теорій надати перевагу", — писав М.П. Авенаріус про предмет своїх досліджень [79, с. 7].

У 1865 р. М.П. Авенаріус захистив при Петербурзькому університеті магістерську дисертацію "Про термоелектрику", в 1866 р. — там же докторську дисертацію "Про електричні різниці металів при різних температурах". У цих та подальших працях було досліджено залежність термоелектрорушійної сили від температури спаїв, подано і обґрунтовано на основі механічної теорії теплоти формулу цієї залежності [80,81]. "Застосування основ механічної теорії тепла до явищ термоелектрики приводить до того ж виразу електрорушійної сили термоелектричного елемента, який було одержано з досліду як точний емпіричний вираз закону залежності електрорушійної сили елемента від температури спаїв", — писав він [81, с. 5].



У курсі фізики О.Д. Хвольсона ця поправка приписується англійському фізику Тету, який дав її трьома роками пізніше, ніж вона була опублікована М.П. Авенаріусом.

З 1873 р. інтереси М.П. Авенаріуса зосередилися на вивченні рідкого стану і пари при зміні температури і тиску. Він перший вказав, що у критичній точці прихована теплота випаровування дорівнює нулю, а також запропонував новий метод визначення критичної температури для ряду рідин [82].

Протягом 1875—1889 рр. М.П. Авенаріус зі своїми учнями В.І. Зайончевським, О.Е. Страусом, К.М. Жуком та О.І. Надеждіним виконав цикл досліджень критичних значень для багатьох речовин, які ввійшли в основний фонд фізичних величин і довго залишалися незмінними [83, 84]. М. Авенаріус також винайшов формулу теплового розширення рідин:  $V = a - b \log(T_{kp} - t)$ , де  $T_{kp}$  і  $t$  — відповідно температура критична і спостережувана;  $a$  і  $b$  — деякі сталі для цієї рідини. Ця формула точно визначала зміну об'єму рідини залежно від зміни температури на всьому проміжку температур аж до критичної [85,86].

Розквіт фізичної лабораторії Авенаріуса припадає на 1877—1886 рр. У 1874 р. університет виділив 2 тис. крб. на переобладнання фізичної лабораторії із хімічної, проте умови, в яких проводилися дослідження, були надто важкими. Незважаючи на це, роботи лабораторії набули широкого авторитету.

Так, учень М.П. Авенаріуса В.І. Зайончевський у 1878 р. опублікував працю "Визначення пружності насиченої пари деяких рідин при високих температурах" [87]. Він виміряв пружності насиченої пари до критичної температури і знайшов критичні температури та тиски сірчаного ефіру, сірчастого ангідриду, сірчастого вуглецю, бензолу, ацетону, хлористого етилу, уксусного етилу, чотирихлористого вуглецю та інших речовин. Останньою в цьому ряду була дисертаційна праця О.І. Надеждіна, яка побачила світ у 1886 р., вона містила у собі визначення критичної температури, критичного тиску та критичного об'єму 18 речовин [79].

За словами О.Г. Столетова, з усього набору критичних температур, який був зібраний у другому виданні 1894 р. відомих фізичних таблиць Ландольдта і Бернштейна, близько четвертої частини було одержано в молодій київській лабораторії [78, т.2, с. 429]. Через 30 років ці таблиці вийшли у п'ятому виданні. Багато даних в них було замінено, однак дані В.І. Зайончевського 1878 р. (які були найбільш ранніми з усіх даних у таблицях) та дані О.І. Надеждіна були збережені повністю. З 34 визначень критичних об'ємів, поданих у таблицях, половина належить О.І. Надеждіну. Достовірність дослідних визначень, зроблених співробітниками М.П. Авенаріуса, підтверджується також тим фактом, що і через 70 років у "Довіднику з глибокого охолодження в техніці" М.П. Малкова та К.Ф. Павлова [88], виданому в 1947 р., теж були наведені визначені О.І. Надеждіним критичні температури ізобутілену та пропілену. У перекладі "Довідника фізика-експериментатора" Д. Кей та Т. Лебі [89], виданому в 1949 році, також зустрічаються одержані В.І. Зайончевським дані критичних температур та тисків для сірчаного газу і хлороформу.

Особливий інтерес становило на той час визначення критичних значень для води, як речовини, надзвичайно важливої для застосування. Вимірювання для води були пов'язані з особливими труднощами, оскільки металеві ємності для цього не підходили через їх недостатню герметичність, а скляні — лопались. Р. Клаузіус, І. Ван де Вальс, Ш. Каньяр де ла Тур, Д.І. Менделєєв та ін. намагалися різними шляхами знайти критичну температуру води. Результати, що було знайдено, значно різнилися між собою, від 323 до 873 °С. Таким чином, критична температура води була невизначена.

На основі спостережень за критичними температурами двох рідин один з учнів М.П. Авенаріуса О.Е. Страус у 1880 р. показав, що для суміші спостерігається критичний стан, подібний до критичного стану чистих рідин, та встановив емпіричну формулу для визначення критичної температури суміші за критичними температурами її компонент. Використовуючи цю формулу, він розробив (1882 р.) метод експериментального визначення критичної температури води, за яким ця температура становила  $370 + 5^{\circ}\text{C}$  (сучасне її значення  $374,15^{\circ}\text{C}$ ). Користуючись цими даними, він також знайшов критичний тиск для води, який на той час не можна було визначити. Він становив 195,5 атм. (сучасне його значення дорівнює 225,65 атм.). На ряді прикладів О.Е. Страус показав, якщо це значення застосовувати для обчислення температур кипіння різних рідин, то можна дістати результати, дуже близькі до спостережуваних [90].

Вперше пряме визначення критичної температури води здійснив 7 березня 1885 р. О.І. Надеждін (1885—1886 рр.) за допомогою винайденого ним приладу — диференціального денсиметра [91]. Олександр Іванович Надеждін народився в 1858 р., у 1882 р. закінчив Київський університет і був залишений при ньому для підготовки до професорського звання. Вже на третьому курсі за працю "Про зміни, помітні у властивостях тіл поблизу так званої температури абсолютного кипіння" одержав золоту медаль і премію ім. М.І. Пирогова, в 1886 р. захистив магістерську дисертацію "Етюди з порівняльної фізики".

Оскільки оптичний метод встановлення критичного стану для води був незастосовний, то Надеждін запропонував для цього новий метод, який увійшов у науку як "метод Надеждіна". Прилад Надеждіна складався з трубки, що була вставлена в оправу з тригранною віссю, на якій вона могла коливатись, подібно до коромисла терезів. Спочатку трубка врівноважувалась так, щоб вона займала горизонтальне положення. Потім частина трубки заповнювалась рідиною, а інша частина — насиченою парою. При цьому трубка нахилалась. Критична температура визначалася як така, при якій зникає межа між густинами рідини та пари, що виявлялось за поверненням трубки у горизонтальне положення. Важливою перевагою методу Надеждіна стала можливість його застосування у тих випадках, коли речовина має такий інтенсивний колір (як бром чи йод), що складно побачити меніск, або коли ця речовина руйнує скло (як вода). За методом Надеждіна було одержано  $t_{\text{кр.води}} = 358^{\circ}\text{C}$ , що добре узгоджувалося з даними Страуса. Результати з визначення критичної температури води, які О.Г. Столетов характеризував як кульмінаційний момент

діяльності лабораторії Авенаріуса, сприяли зростанню її наукового авторитету. Роботи лабораторії навіть друкувалися в центральному російському фізичному журналі (Журнал Російського фізико-хімічного товариства) під загальним заголовком: "З фізичної лабораторії університету Св. Володимира."

О.І. Надеждін також встановив зв'язок між точкою кипіння й критичною температурою рідини [92]. Досліджуючи залежність від температури пружності насиченої пари деяких органічних рідин та визначаючи критичні температури декількох сумішей, він помітив, що критична температура і температура кипіння сумішей підвищуються на одну й ту ж величину. О.І. Надеждін припустив, що цей закон діє для близьких за складом речовин-полімерів, ізомерів. Тому, досліджуючи ряд ізомерів, він переконається в існуванні такої закономірності. Дещо пізніше з'явилася праця Павлевського, який висловив такі ж припущення для гомологів і дав результати вимірювань для 17 ефірів в підтвердження цієї закономірності. О.І. Надеждін навів також подальші приклади існування цього співвідношення для гомологів [93, 94]. Вибираючи ряди чи групи з аналогічними властивостями (гомологи, ізомери, похідні одних і тих же радикалів) і знаходячи для них часткові закономірності, О.І. Надеждін вважав, що часткові узагальнення мають слугувати ступенями для загального синтезу, для виявлення вигляду функції, яка зв'яже властивості тіла з його будовою та молекулярною масою. В знайденій закономірності він вбачав ознаки того, що залежність температури кипіння від молекулярної маси і будови має той же вигляд, що і для критичної температури.

У наступній своїй праці про теплоємність рідин [95] О.І. Надеждін установлює нову закономірність: відношення теплоти випаровування рідини до добутку теплоємності на критичну температуру є сталим для будь-якої рідини, якщо проводити порівняння при температурах, за яких питомий об'єм кожної рідини становить однакову частку її критичного об'єму (відповідні об'єми). Він також підтвердив це положення експериментальними даними, і далі показав, що відношення внутрішніх робіт при випаровуванні і нагріванні різних рідин, взятих при відповідних об'ємах, прямо пропорційно критичному тиску. Для пояснення цих фактів О.І. Надеждін пропонує гіпотезу, що в рідині всі молекули об'єднуються в групи і що значення критичного тиску пропорційне числу молекул, які утворюють одну складну частинку рідини.

У вступі до своєї дисертації О.І. Надеждін розкриває вихідні методологічні положення даної роботи. "Субстратом всіх фізичних явищ є матерія чи речовина" [79, с. 2], "...атомістична гіпотеза одержала таку ступінь ймовірності, що дозволяє хімічний атом вважати реальністю" [79, с. 4]. Виступаючи прихильником атомістичної гіпотези, О.І. Надеждін висловлював свою думку, що безперечним є "існування того, що рухається, найменших частинок, атомів" [79, с. 4].

Для всебічного та повного вивчення фізичних явищ О.І. Надеждін вважав за необхідне досліджувати залежність між фізичними властивостями та складом тіл. Він очікує, і вважає це висновком із Періодичної системи елементів

Д.І. Менделєєва, що повинен існувати "тісний зв'язок між атомною (іноді частинковою) вагою і фізичними та хімічними властивостями тіла" [79, с. 4]. Завдання "знайти та виміряти цей зв'язок" він розглядає як програму майбутніх досліджень [79, с. 3].

У дисертації О.І. Надеждіна досліджується дія тепла на тверді та рідкі тіла. Розуміючи, що за станом сучасної йому науки результати порівняльного вивчення дії тепла на різні речовини "ще довго будуть мати частковий характер", вчений прагне максимально повно розглянути та критично проаналізувати наявні дослідні відомості, розібрати та перевірити існуючі теорії. Дисертація складалась з трьох частин. У першій розглядалось теплове розширення твердих тіл, співвідношення між коефіцієнтом розширення, молекулярним об'ємом та температурою плавлення. Друга частина присвячена тепловому розширенню рідин і переходу тіл з рідкого стану в газоподібний. Тут містяться власні визначення О.І. Надеждіним критичного стану ряду ефірів жирних кислот, викладено його методика, описано критичний стан. Розглянуто також коефіцієнти розширення при звичайних температурах, на основі численних вимірювань лабораторії Авенаріуса дискутується питання про залежність між точкою кипіння та критичною температурою. Визнаючи, що сталість різниці цих двох температур спостерігається у метамірних та гомологічних речовин (і то тільки приблизно) для температур кипіння при нормальному тиску, вчений пов'язує цю залежність зі сталістю добутку коефіцієнта розширення на абсолютну температуру кипіння рідини. Далі в праці порівнюються формули для розширення рідин, досліджуються висновки з рівняння стану щодо розширення рідин, а також розглядаються дані про пружність насиченої пари.

"Я Вам надіслав працю Надеждіна. Сподіваюсь, що Вам буде приємно побачити такий капітальний доробок, виконаний без допомоги закордонних вчених...Тільки одні його визначення пружності пари в цій праці заслуговують, на мою думку, докторського ступеня", — писав М.П. Авенаріус А.Г. Столетову 21 березня 1886 р. [96].

Через рік, у передмові до посмертного видання фізичних досліджень О.І. Надеждіна, М.П. Авенаріус так оцінює цю дисертацію: "Пропоновані ним дослідні дані критичного стану тіл та пружності рідин при високих температурах переважають за своїм значенням всі відомі на цей час дані. Оскільки цей матеріал ним і опрацьований, то дане дослідження є капітальною працею" [97, с. 5—6]. О.Г. Столетов також схвально характеризував працю О.І. Надеждіна з критичного стану речовини, називаючи його "глибоким знавцем питання, яке нас цікавить" [98, Т. 1].

На жаль, вже через два місяці після захисту дисертації, в червні 1886 р. О.І. Надеждін помер у Німеччині, куди його було відряджено з науковою метою на два роки.

З сумом писав М.П. Авенаріус про долю свого найталановитішого учня: "Хоча Росія не може поскаржитись на відсутність здібностей у її синів, але рідко ці здібності приносять бажані плоди. Ті чи інші негаразди заважають ви-

конанню часто дуже широко поставлених наукових завдань, і залишається тільки шкодувати про втрату для науки молодих сил, які подавали великі надії. Зі смертю О.І. ми втратили набагато більше; незважаючи на свої молоді роки, він не тільки подавав надії, а й встиг блискуче виправдати найсміливіші очікування своїх наставників та товаришів і в 28 років посісти почесне місце серед європейських вчених" [97, с. 6].

Такий перебіг подій, безумовно, був пов'язаний з тим, що протягом усього періоду інтенсивної діяльності умови роботи в лабораторії Авенаріуса були складними. "Якщо врахувати те, що кімнати мають висоту 8 футів, а вікна дуже малі, то можна сказати, що приміщення нашої лабораторії до неможливості мізерне", — писав В.І. Зайончевський О.Г. Столетову 4 жовтня 1895 р. [96]. У той же час за словами учня М.К. Авенаріуса Е.К. Шпачинського, "Авенаріус по декілька годин поспіль проводив щоденно в одній з кімнат своєї лабораторії серед запалених газових горілок та розжарених магнусовських ванн, при неможливо високій температурі, в сухій переповненій вуглекислотою атмосфері, весь час на ногах, терпляче слідкуючи за показаннями термометрів, з олівцем у руці для запису об'єму та ін." [96].

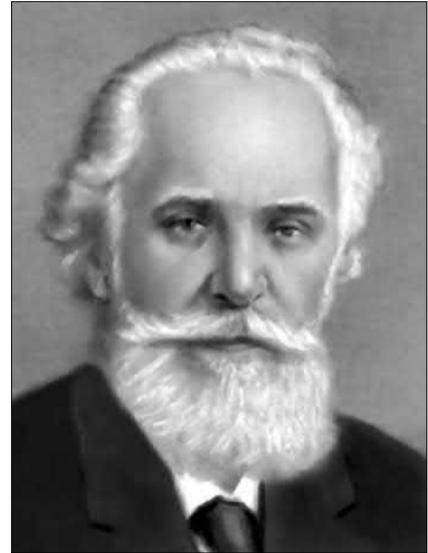
Роки таких занять підірвали сили М.П. Авенаріуса і вже у 1890 р. у віці 55 років він вимушений був припинити читання лекцій. Ядро лабораторії теж розпалося. Так, В.І. Зайончевський перейшов на роботу доцентом до Інституту сільського господарства та лісівництва в Нову Олександрію, О.Е. Страус переїхав у 1881 р. у Петербург, де почав займатись електротехнікою, К.М. Жук зосередився на учбовому процесі.

Розглянуті роботи лабораторії Авенаріуса мають численні приклади оригінальних методичних прийомів, які давали можливість всебічно і глибоко розглядати складнодоступні явища. Наприклад, М.П. Авенаріус для створення потрібних тисків міг замінити тепловим розширенням допоміжної рідини нагнітальний насос, який був відсутній, тобто розв'язував поставлену задачу надзвичайно простими технічними засобами. Його співробітники завжди наслідували його принцип про те, що "необхідно розглядати явище у можливо більш широких межах зміни причини, яка його обумовлює" [99].

Фізичні дослідження проводились також і в інших університетах на теренах України. Так, активна наукова діяльність з фізики в Новоросійському (Одеському) університеті пов'язана з іменами П. Павлова, М.О. Умова, М.Д. Пильчикова та Ф.Н. Шведова. В Одеському університеті широко проводились дослідження з молекулярної фізики. Тут розпочав свою діяльність П. Павлов, теоретично і експериментально вивчаючи зв'язки між термодинамічними властивостями дисперсійних систем і ступенем їх дисперсійності. Ним була вперше встановлена залежність температури плавлення від поверхневої енергії твердого тіла, вивчені термодинамічні потенціали хімічних елементів та їх сполук, рівновага між кристалічною та рідинною фазами, сформульовано загальне правило фаз конденсованих систем, досліджувались адсорбція і поверхневий натяг на межі поділу двох фаз.



Ф.Н. Шведов



М.О. Умов

З 1868 р. в університеті працював Федір Никифорович Шведов (1840—1905 рр.). Він народився у Кілії (тепер Одеська обл.), закінчив 1863 р. Петербурзький університет. З 1870 р. був професором Новоросійського університету, в 1895—1903 рр. — його ректором. У 1870 р. йому було присуджено ступінь доктора фізики після захисту дисертації "Про закони перетворення електрики в теплоту". Ф.Н. Шведов створив фізичну лабораторію, поповнив фізичний кабінет новими приладами, на посаді ректора домігся створення хімічного і фізичного інститутів. Наукові праці вченого стосувалися молекулярної фізики, електрики, астрофізики. Ф.Н. Шведов перший спостерігав (1889 р.) пружність форми й аномалію в'язкості колоїдних розчинів, вивчав процес релаксації напруг у колоїдах, вивів рівняння стаціонарного в'язко-пластичного плинину речовини. Він став засновником нового наукового напрямку — реології дисперсних систем та високомолекулярних сполук [100].

У 1871 р. доцентом кафедри фізики Новоросійського університету було обрано Миколу Олексійовича Умова (1846—1915 рр.). Він народився в Симбірську, в 1867 р. закінчив Московський університет, у 1871 р. захистив магістерську дисертацію "Теорія термомеханічних явищ у твердих пружних тілах". Протягом 1871—1893 рр. працював у Новоросійському університеті (у 1875 р. став професором). У 1893—1911 рр. він — професор Московського університету, де з 1896 р. після смерті О.Г.Столетова очолював кафедру фізики.

Уже в своїй магістерській праці М.О. Умов зробив спробу об'єднати теорію пружності з термодинамікою та теорією теплопровідності. У працях 1873—1874 рр., особливо в докторській дисертації "Рівняння руху енергії в тілах", М.О. Умов запровадив поняття густини енергії, швидкості її руху, а також по-



М.Д. Пильчиков

току енергії, вивів диференціальні рівняння руху енергії в пружному твердому тілі й рідині, сформулював теорему, що пов'язує потік механічної енергії крізь площадку з тиском, якого вона зазнає, та швидкістю руху енергії (теорема Умова). Він перший застосував закон збереження енергії до вивчення хвильових процесів, показавши, що поширення хвиль пов'язане з перенесенням енергії, та запропонував його нове формулювання. Ця робота М.О. Умова мала суттєве значення для побудови статистичної фізики нерівноважних станів і необоротних процесів.

В університеті М.О. Умовим були виконані також теоретичні дослідження з теорії коливальних, термодинаміки, термопружності. Для його робіт характерним було філософське тлумачення проблеми

[101]. Зокрема, він запровадив поняття теплових напруг, виконав експериментальні дослідження дифузії водних розчинів та явищ поляризації світла в каламутних середовищах тощо. Досліджуючи явища дифузії у водних розчинах, М.О. Умов сформулював більш точний закон для знаходження дифузійного потоку, а саме, показав суттєві обмеження застосування закону Фіка, згідно з яким кількість речовини, що протидифундувала, пропорційна градієнту концентрації, а коефіцієнт пропорційності (коефіцієнт дифузії) вважається величиною сталою. Вчений встановив, що у випадку дифузії водних розчинів солей і кислот закон Фіка можна застосовувати тільки при ізотермічних умовах та для дуже слабких розчинів [102].

Експериментальні дослідження проводились також у Харківському університеті. У 1892—1902 рр. на кафедрі фізики працював відомий вітчизняний фізик Микола Дмитрович Пильчиков. Зокрема, його монографія "Матеріали щодо питання про застосування термодинамічного потенціалу до виведення електрохімічної динаміки" (1896 р.) започаткувала вітчизняні дослідження термодинаміки процесів у електролітах. У 1881—1919 рр. у Харківському університеті працював Олексій Петрович Грузинцев, який у 1900—1914 рр. завідував кафедрою фізики, був засновником семінару і фізичної бібліотеки при ньому. Важливим внеском в дослідження властивостей середовищ, що складаються з великої кількості частинок, стала запропонована ним концепція "світлового ефіру", який він трактував як певне дискретне середовище, що складається з "ефірних частинок" [103]. Основні рівняння теорії виводяться вченим на механічній основі, де ефірні частинки взаємодіють між собою та з матеріальними частинками, внаслідок чого в кожній точці ефірного середовища виникає ряд

механічних сил — пружності, тертя, гідростатичного тиску, опору руху ефірних частинок, дії матеріальних частинок на ефірні частинки. Зворотною дією ефірних частинок на матеріальні частинки, яка виявлялася як опір руху ефірних частинок і зміна пружності ефіру, О.П. Грузинцев нехтував внаслідок її малості. Таким чином, ним були розглянуті фізичні взаємодії в системі, що складається з ефірних та матеріальних частинок, та визначена робота кожної із сил на основі використання закону збереження енергії.

Починаючи з 1894 р. року наукові інтереси О.П. Грузинцева зосередились безпосередньо на питаннях молекулярної фізики та термодинаміки. Ним були побудовані теорія осмотичного тиску (1894 р.), теорія капілярності та гідростатики (1899—1901 рр.), теорія стехіометрії (1912 р.), досліджено асоціації молекул у твердих сполуках (1914 р.). Результати своїх досліджень в цій галузі він підсумував та узагальнив у двох монографіях: "Термодинамічна теорія хімічних реакцій" (1913 р.) та "Застосування термодинаміки до хімічних реакцій з твердими фазами" (1915 р.). Зокрема, в праці "Застосування термодинаміки до хімічних реакцій з твердими фазами" ним було розроблено теорію хімічних реакцій, що базується на методі термодинамічного потенціалу. Причому вчений вважав за необхідне враховувати енергію не тільки поступального та обертального, а й коливального руху молекул, а при розрахунках внутрішньої енергії він використовував квантову теорію твердого тіла, яка саме тоді створювалась П. Дебаєм, М. Борном і Т. Карманом.

Курс лекцій О.П. Грузинцева з термодинаміки, який читався ним навесні 1912 р. і був виданий у 1913 р., також містить у собі результати його власних досліджень у галузі термодинаміки хімічних реакцій. Характерною рисою курсу є широке застосування методу термодинамічного потенціалу. Значна частина книги присвячена теорії хімічної рівноваги фаз. Слід підкреслити, що у розділах про термодинамічні властивості твердих тіл використовуються положення квантової теплоємності твердих тіл, створеної А. Ейнштейном у 1907 р. В праці також подано власне виведення автором формули Ернста—Ліндемана, вперше одержаної Ф. Ліндеманом у 1910 р. напівемпіричним шляхом, а також наведено її критичний аналіз та приклади застосувань [104,105].

Важливе значення для розвитку уявлень про будову речовини мала діяльність в Харківському університеті професора хімії у 1826—1911 рр., академіка АН СРСР, засновника вітчизняної фізичної хімії Миколи Миколайовича Бекетова. Він став одним з тих, хто ввів закон діючих мас, поставив та оригінально вирішив питання про зв'язок між будовою і властивостями елементів, про перетворення елементів та енергетичні зміни, які супроводжують ці перетворення, а саме, про відношення між атомними масами елементів, що з'єднуються та кількістю теплоти, яка виділяється при цьому. У підручнику неорганічної хімії він висловлював передбачення, якщо буде відкрито подільність атомів, то процеси, пов'язані із нею, цілковито відрізнятимуться від хімічних процесів і будуть супроводжуватися величезним виділенням енергії [106]. З праць послідовників М.М. Бекетова у галузі термодинаміки та вивчення роз-



чинів у Харківському університеті слід відзначити книгу професора І.П. Осипова "Вступ до вивчення термодинаміки хімічної рівноваги" та його докторську дисертацію "Теплота горіння органічних речовин та її зв'язок з явищами гомології, ізомерії та конституції", а також праці професора П.Д. Хрущова "Про деякі нові дослідження з теорії розчинів" та професора Д.П. Турбаби "Термодинаміка" [107].

Розглянуті експериментальні роботи сприяли формулюванню на їх базі теоретичних узагальнень. Так, одним з перших, хто розпочав роботу в галузі узагальнень ймовірнісних уявлень в Україні, був відомий польський фізик Маріан Смолуховський (1872—1917 рр.), який працював у Львівському університеті протягом 1898—1913 рр. Саме його основоположні класичні праці зі статистичної фізики започаткували систематичні теоретичні дослідження у Львівському університеті. Насамперед, це статті "Середній шлях газових молекул і його зв'язок з теорією дифузії" та "До кінетичної теорії броунівського молекулярного руху і суспензій", які вийшли з друку у 1906 р. [56, 108].

М. Смолуховський народився в м. Фордербрюле поблизу Відня. У 1894 р. закінчив Віденський університет, де його вчителями були Стефан та Ексер. Удосконалював М. Смолуховський свої знання в лабораторіях Г. Липпмана, В. Томсона та Е. Варбурга. Так, у 1895—1896 рр. у Парижі у Липпмана він теоретично й експериментально вивчав теплове випромінювання, в 1896—1897 рр. в Глазго у Томсона — радіоактивність та провідність газів, у 1897 р. працював у Берліні у Варбурга. Після повернення до Австрії у 1898 р. одержав у Відні вчений ступінь. У 1898—1913 рр. працював у Львівському університеті (з 1900 р. — професор теоретичної фізики). З 1913 р. був професором Краківського університету, пізніше — ректором. Помер М. Смолуховський 25 вересня 1917 р. у Кракові [109].

"Коло наукових інтересів М. Смолуховського охоплювало молекулярну теорію теплоти. Особливо його цікавили ті наслідки з молекулярної кінетики, які не можна було зрозуміти з точки зору класичної термодинаміки; він відчував, що тільки вивчивши ці явища, можна буде подолати сильний опір, який чинили молекулярній теорії вчені кінця XIX століття", — писав про нього А. Ейнштейн [58, т. 4, с. 36].

Ще у 1898 р. М. Смолуховський теоретично обґрунтував явище температурного стрибка між стінкою і газом при поширенні тепла в сильно розрідже-



М. Смолуховський

них газах, яке було відкрито експериментально в 70-х роках XIX століття Е. Варбургом та А. Кундтом. Це стало досить значущим аргументом на користь молекулярної кінетики [110,111]. Проте загальне визнання кінетична теорія одержала лише в 1905—1906 рр., коли було теоретично доведено, що вона може кількісно пояснити відкритий у 1828 р. Р. Броуном хаотичний рух частинок у рідині [112].

Саме у цей час одночасно з працями А. Ейнштейна [113, 114] з'являються зазначені вище праці М. Смолуховського з броунівського руху [56, 108]. Дослідження вченого з цієї тематики, а також з питань межі застосування другого закону термодинаміки, обґрунтовували й розвивали ідеї Л. Больцмана. Таким чином, виходячи з кінетичного закону рівномірного розподілу енергії, М. Смолуховський запропонував у 1905—1906 рр. незалежно від А. Ейнштейна теорію броунівського руху, яка сприяла утвердженню кінетичної теорії теплоти та її висновків.

Праці з броунівського руху М. Смолуховського побачили світ через кілька місяців після праць А. Ейнштейна. Зі слів М. Смолуховського можна навіть зробити припущення про те, що ці результати були одержані декількома роками раніше. "Питання про суть відкритого ботаніком Робертом Брауном (1827 р.) явища змулених у рідині мікроскопічних частинок, яке багато дискутувалося, нещодавно було підняте у двох теоретичних працях Ейнштейна, результати яких достатньо відповідають тим, які я одержав декілька років тому, виходячи зовсім з інших міркувань, і які я вважаю з тих пір вагомим аргументом на користь кінетичної природи цього явища. Хоч я досі не зміг одержати експериментальні результати, тобто перевірити це уявлення, тим не менш я наважився одразу ж надрукувати ці міркування; я сподіваюсь допомогти поясненню цього цікавого явища, тим більше, що мій метод є більш безпосереднім і простим, а тому може бути переконливішим, ніж метод Ейнштейна", — писав М. Смолуховський [56, с. 133—134].

Він звертав увагу на те, що метод Ейнштейна заснований на міркуваннях непрямого характеру, які не завжди видаються достатньо переконливими. Наприклад, застосування законів осмотичного тиску до частинок та обчислення швидкості їх дифузії чи застосування больцманівського закону (про статистичний розподіл стану систем під дією потенційних сил) до опору тертя, якого зазнають частинки. Проте тотожність своїх результатів з результатами Ейнштейна надзвичайно задовольняла вченого. "У будь-якому разі збіг результатів двох різних методів, які висвітлюють механізм одного й того ж процесу, є позитивним фактом. Різниця в числовому множнику пояснюється введенням різних положень для спрощення, і для застосувань, природно, не має ніякого значення", — зазначав М. Смолуховський [56, с. 155].

Виступаючи прихильником статистичних ідей Л. Больцмана, М. Смолуховський вважав, що перевірити їх можна перш за все там, де статистична теорія виходить за межі термодинаміки, наприклад, розраховуючи саме ті миттєві випадкові відхилення, яких слід очікувати відповідно до кінетичної

теорії від середнього, найімовірнішого стану, що відповідає термодинаміці, а також розглядаючи питання щодо змоги виявлення їх на досліді у деяких випадках. "Ми обмежимося заздалегідь розглядом таких станів, які відповідають термодинамічній рівновазі, оскільки тут особливо простежуються протиріччя. Дійсно, тоді як згідно зі звичайним термодинамічним уявленням, замкнена система прямує до стану рівноваги, який однозначно визначається умовою мінімуму потенціалу, то відповідно до кінетичної теорії, стан системи у термодинамічній рівновазі повинен коливатися біля деякого середнього нормального стану, і навіть у деяких випадках може відхилитися від останнього як завгодно далеко" , — писав він [115, с. 167].

Розглядаючи явище з різних сторін, він дійшов висновку, що воно "залежно від прийнятої точки зору виявляється трьома різними формами: з макроскопічної точки зору називається "дифузією"; з мікроскопічної, тобто якщо слідкувати за історією окремої матеріальної частинки, це — "броунівський молекулярний рух", і, нарешті, якщо не упускати з уваги певний елемент об'єму та зазначати кожну зміну числа частинок у цьому об'ємі, то тут мова йде про "флуктуації концентрації". Природно, що між цими різними формами явищ існує внутрішній зв'язок, і нашою головною задачею є теоретичне дослідження цього зв'язку та більш точне визначення границь застосування звичайної теорії дифузії" [116, с. 333].

Наочна теорія Смолуховського, хоч і більш наближена, дозволила детально прослідкувати механізм явища броунівського руху і пояснити його не лише як результат теплового руху молекул навколишнього середовища, а й кількісно обґрунтувати реальність молекул. Зокрема, вченим було показано, що внутрішнє тертя постійно зменшує миттєву швидкість частинки в рідині, тоді як невпорядковані співудари відновлюють її.

"Пізнання суті броунівського руху привело до несподіваного зникнення всіх сумнівів щодо достовірності больцманівського розуміння термодинамічних законів. Стало ясно, що термодинамічна рівновага в точному значенні цього слова взагалі не існує, а скоріше, кожна надовго залишена сама по собі система здійснює невпорядковані коливання навколо стану ідеальної термодинамічної рівноваги", — писав А. Ейнштейн [58, т. 4, с. 37].

У подальшому, виконуючи свою програму встановлення зв'язку між броунівським рухом, дифузією та флуктуаціями, М. Смолуховський побудував у 1913—1914 рр. теорію флуктуацій [117, 118] та на її основі у 1916 р. теорію колоїдних розчинів [116]. Його праці з теорії флуктуацій не лише сприяли утвердженню молекулярної теорії, а й стали підґрунтям для розуміння зв'язку між статистичною фізикою і термодинамікою. Так, встановлені закони флуктуацій рівноважних станів у молекулярних системах вчений використав для обґрунтування обмеженості тлумачення Р. Клаузіусом другого закону термодинаміки. Теорія М. Смолуховського дала можливість визначити час, через який настає новий аномальний стан системи, а отже, спростувала гіпотезу "теплової смерті" Всесвіту. В узагальнюючих доповідях у Мюнстері у 1912 р. та

у Геттінгені 1913 і 1916 рр. М. Смолуховський розвиває свої нині загально-прийняті погляди на межі застосування другого закону термодинаміки як статистичного закону [115—117]. Ним було також запропоновано власне формулювання другого закону термодинаміки: "Неможливо здійснити жодного автоматичного пристрою, який би тривалий час продукував корисну роботу за рахунок теплоти більш низької температури" [115, с. 197]. Крім того, вчений був переконаний, що дійсно необоротних явищ не існує, що "...всі явища, які здаються необоротними, в дійсності є оборотними. Для цього не потрібно ніякого спеціального пристрою, необхідно тільки зачекати, поки це станеться само собою відповідно до законів випадку, тобто поки настане порівняно велике відхилення від нормального стану. Будь-якого стану з часом буде досягнуто, яким би "неймовірним" він не був, і буде одержано будь-яке значення роботи  $A$  за рахунок навколишньої теплоти. При цьому тільки у випадку, коли ми значно виходимо з області середньої флуктуації, час  $T$ , в середньому необхідний для цього, настільки сильно зростає, що границя відношення  $A/T$  дорівнює нулю, тобто

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{A}{T} = 0.$$

Таким же чином при чесній азартній грі можна виграти будь-яку бажану суму, якщо тільки гра буде продовжуватись досить довго, тобто якщо ми будемо мати в розпорядженні достатньо часу і капіталу, щоб не бути примушеними достроково припинити гру. Однак, незважаючи на це, така гра не може бути постійним джерелом заробітку, оскільки час, необхідний за припущенням для виграшу деякої суми, зростає у квадратичному відношенні до величини останньої" [115, с. 197—198].

Слід зазначити, що оскільки флуктуації у випадку броунівського руху дуже малі, то в цілому вони не спостережувані. Однак у 1908 р. М. Смолуховському вдалося знайти іншу групу спостережуваних явищ, у яких ці флуктуації виявляються майже безпосередньо. Це — опалесценція газів та рідин в критичному стані. В 1908 р. на основі теорії флуктуації М. Смолуховський побудував теорію критичної опалесценції. Він показав, що чим більше стисливість речовини, або окремої складової частини цієї речовини, тим більшими є неперервні просторово-часові флуктуації, які зазнає густина внаслідок хаотичності теплового руху. На цій основі вчений визначив, що флуктуації мають приводити до оптичного помутніння речовини, що пояснювало блакитний колір неба та червоний колір сходу Сонця. Саме ці явища доводять існування просторових флуктуацій густини повітря.

Важливою є також праця М. Смолуховського 1913 р. з вивчення поведінки броунівських частинок під дією зовнішньої сили [119]. Він одержав рівняння, яке може розглядатись як рівняння дифузії під дією зовнішньої сили, за допомогою якого пояснив досліди Ф. Еренгафта та Р. Міллікена з визначення величини заряду на невеликих матеріальних частинках, завислих у газі, які доводи-

ли неподільність заряду електрона, а також досліди Ф. Перрена, Іль'їна та А. Вестгрена щодо дослідження розподілу частинок гуммігута. Вчений також у 1915 р. дослідив поступовий перехід між трьома стадіями, що відповідають різним значенням часу, з перевагою то броунівського руху, то вільного падіння, то осадового розподілу, які до тих пір розглядалися окремо [120].

Рівняння Смолуховського та рівняння Ейнштейна для залежності функції розподілу від спостережуваного параметра фізичної системи, яка знаходиться в тепловій рівновазі, записані для різних функцій і мають різні розв'язки, але зображають один і той же процес. Відтоді, як статистичні методи почали застосовувати не тільки в молекулярно-кінетичній теорії, а й для опису об'єктів іншої природи, наприклад, при дослідженні поведінки електричного диполя в полі випромінювання, було з'ясовано, що там виникає рівняння, аналогічне рівнянню Ейнштейна (рівняння Фоккера—Планка). Пізніше у зв'язку з розвитком теорії марковських процесів це рівняння було виведено у загальному вигляді і було показано, що рівняння Смолуховського є рівнянням Фоккера—Планка в конфігураційному просторі, справедливим на часових інтервалах, більших порівняно з часом релаксації за імпульсними змінними, і являє собою узагальнене рівняння дифузії.

М. Смолуховському належать роботи також і в інших галузях фізики — щодо теорії планетних атмосфер, процесів горотворення, методу подібності в аеродинаміці. Доречно навести характеристику, дану у 1917 р. М. Смолуховському А. Ейнштейном як людині і педагогу: "Кожний, хто близько знав Смолуховського, любив у ньому не тільки вченого з гострим розумом, а й благородну, тонку і доброзичливу людину. Світова катастрофа останніх років викликала у нього почуття невимовного болю за жорстокість людей та за збиток, нанесений нашому культурному розвитку. Доля занадто рано обірвала його благодотворну діяльність як дослідника та педагога; однак ми будемо високо цінувати його життя та його праці" [58, т. 4, с. 39].

Слід зазначити, що дискусія, яка виникла серед фізиків після формулювання другого закону термодинаміки, мала велике значення для усвідомлення статистичного характеру законів природи. Пошуки чітких формулювань закладеної в другому законі термодинаміки ідеї необоротності і спроби усвідомити місце нового закону в системі фізичних законів мали принциповий вплив на подальший розвиток фізики в другій половині XIX століття.

Якщо перший закон термодинаміки після визнання закону збереження енергії, відповідаючи прийнятним загальним поглядам на природу, не викликав заперечень та успішно застосовувався в суміжних з фізикою галузях, а саме в хімії і біології, то сприйняття другого закону термодинаміки було іншим. Особливо багато заперечень виникало у зв'язку з поширенням другого закону на необоротні процеси. Адже новий закон затверджував досі невідому односторонність перебігу всіх реальних процесів. Заперечення стосувалися насамперед того, що поняття ентропії формулювалося лише як безпосереднє узагальнення досвіду, а також не відокремлювалися одне від одного два різних



Професор Київського університету М.М. Шіллер, який запропонував нове формулювання другого закону термодинаміки

положення — принцип існування ентропії і принцип її зростання. Численні спроби по-новому сформулювати другий закон та гостра дискусія з цього приводу (М. Пирогов, М. Шіллер, К. Каратеодори, Е. Цермело, А. Пуанкаре, В. Оствальд, Е. Мах, М. Окатов) вказували на внутрішню незадоволеність вчених його логічною побудовою.

Альтернативним виявився шлях аксіоматичної побудови термодинаміки, розвинутий перш за все у працях М. Шіллера, К. Каратеодори і Т. Афанасьєвої-Еренфест. Першим фізиком, хто систематично розробляв даний підхід і довів існування ентропії на загальній основі, незалежно від еквівалентності теплоти і роботи, був М.М. Шіллер, який став наступним завідувачем кафедри фізики Київського університету після М.П. Авенаріуса. Він народився у Москві, де закінчив у 1868 р. університет і був залишений у фізичній ла-

бораторії у О.Г. Столетова. У 1875—1903 рр. вчений викладав у Київському університеті (з 1876 р. — професор, з 1890 р. — завідувач фізичним кабінетом і лабораторією), у 1903—1905 рр. був ректором Харківського технологічного інституту, керував кафедрою фізики Київського університету після М.П. Авенаріуса протягом 1890—1903 рр. М.М. Шіллер є автором близько 90 наукових праць, в тому числі трьох курсів теоретичної фізики. Його наукові дослідження стосувалися теоретичної механіки, термодинаміки, математичної фізики, електродинаміки, оптики, молекулярної фізики та інших галузей. Він одним із перших фізиків застосував у 1879 р. закон термодинаміки до вивчення стану пружного тіла [121]. Вивчаючи пружність насичених газів, вчений теоретично довів, що кривизна поверхні рідини відіграє роль додаткової сили, і пружність насиченої рідини змінюється в той чи інший бік залежно від характеру дії, додатково прикладеної до поверхні рідини, яка досліджується на пружність насиченої пари (закон Томсона—Шіллера). Причому він не тільки розвинув теорію цього питання, а й підтвердив її.

Разом з оригінальними дослідженнями окремих наукових проблем М.М. Шіллер присвятив чимало праць аналізу основних понять і законів фізики, здебільшого термодинаміки. Він детально проаналізував основні термодинамічні поняття і закони — температуру, кількість теплоти, термічну рівновагу, перший і другий закони термодинаміки. Доповнивши й уточнивши поняття адіабатичного процесу у 1898 р., М.М. Шіллер показав, що диференціальне



Фізики-теоретики Тетяна Афанасьева-Еренфест та Пауль Еренфест, які дали статистичне обґрунтування другого закону термодинаміки. Відень, 1904 р.

рівняння другого закону термодинаміки повинно мати інтегрувальний дільник, який є універсальною функцією температури [122—125]. Другий закон термодинаміки за Шіллером приводить до тих же наслідків, що і класичні формулювання. Зводячи основний зміст даного закону до твердження про існування інтегрувального дільника для  $dQ$ , М.М. Шіллер його формулює так: "Для даного тіла не можна підібрати такий адіабатний коловий процес зміни параметрів, незалежних від температури, за допомогою якого можна було б досягти безперервного підвищення або зниження температури тіла. Або інакше: при будь-якій оборотній адіабатній зміні тіла, яка характеризується за допомогою  $n$  незалежних один від одного параметрів, будь-який з вищезгаданих параметрів повертається до свого початкового значення, якщо інші  $n-1$  параметрів повертаються до своїх" [126].

Ім'я нашої співвітчизниці, що народилася в Києві, Тетяни Олексіївни Афанасьевої-Еренфест, талановитого математика і фізика, на жаль, мало кому відомо навіть серед наукової громадськості. Її праці, присвячені обґрунтуванню статистичної механіки, зокрема, змісту поняття ентропії і принципу її існування, ролі ймовірності у фізичних процесах, логічному обґрунтуванню другого закону термодинаміки, почали публікуватися з 1906 р.

Можливість застосування методу статистичних ансамблів щодо реальних механічних систем строго довели Пауль та Тетяна Еренфести в 1911 р. у статті в Математичній енциклопедії [127]. Розробляючи ідеї Л. Больцмана, вони показали, що зміна функції  $H$ , яка залежить від процесу, підпорядковується виключно законам теорії ймовірності, застосування яких у статистичному обґрунтуванні поняття ентропії не заперечує принцип детермінізму. Тетяна Олексіївна в праці "До питання про кінетичне тлумачення необоротних процесів" також довела, що несумісність властивостей квазіперіодичності і переважного спадання  $H$ -функції є уявною, оскільки обидві властивості є логічними наслідками з тих самих основ теорії ймовірності. Вона побудувала функцію,

яка явно поєднує ці властивості [128]. Тим самим Т.О. Афанасьєвою—Еренфест було зроблено принциповий крок в узгодженні припущення детермінізму всередині газу із застосуванням формул теорії імовірності.

Т.О. Афанасьєва-Еренфест вводить поняття гіпотез першого і другого порядку і показує, що остання лежить в основі теорії газу за рівноваги, теорії стаціонарних процесів,  $H$ -теореми Больцмана. Згідно з її тлумаченням саме явище визначає і порядок гіпотези, і припустиму похибку. Незмінно застосовуючи гіпотезу одного порядку, ми тим самим припускаємо свого роду закономірність щодо досліджуваного явища, тобто статистичне обґрунтування поняття ентропії імовірності не заперечує принцип детермінізму. Розуміння цього факту сприяло формуванню у фізиці уявлень про клас статистичних закономірностей, що охоплюють більш широке коло явищ та містять у собі, на відміну від динамічних закономірностей, об'єктивну випадковість.

Найбільш суттєвим результатом, який одержала Т.О. Афанасьєва-Еренфест у 1925—1928 рр., став висновок, що другий закон термодинаміки можна обґрунтувати лише за допомогою аксіом, які перевіряються експериментально. Вона ділить другий закон і формулює чотири аксіоми, що приводять до чотирьох його еквівалентних формулювань для квазістатичних процесів. Ключовим моментом цих праць стало доведення необхідності розрізнення принципів існування і зростання ентропії, які були історично об'єднані. Крім того, Т. Афанасьєва-Еренфест вводить поняття елементарної необоротності (необоротності реальних, нестатичних процесів) і необоротності другого роду. Елементарна необоротність не збігається з поняттям нестатичності, а виводиться з двох аксіом: одна, що заперечує оборотність нестатичного процесу, і друга, що визначає його напрямком. Необоротність другого роду виводиться з властивостей квазістатичного процесу і відповідних аксіом. Вона також обумовлює існування ентропії, зростання якої, у свою чергу, залежить від елементарної необоротності, що визначає односторонність реальних процесів [129].

Праці з аксіоматичної побудови статистичної механіки Т.О. Афанасьєвої-Еренфест разом з працями М. Шіллера, К. Каратеодори та ін. створили базу для наступного кроку в узагальненні поняття необоротності — застосування поняття рівноваги до Всесвіту в цілому —, а також до створення термодинаміки необоротних процесів як загальної теорії реальних процесів у природі.

Як вже зазначалося, спочатку праці Л. Больцмана зі статистичного обґрунтування законів термодинаміки не привернули до себе уваги вчених. Одним з не багатьох фізиків, хто за життя Л. Больцмана уважно стежив за його роботами та усвідомлював глибину нових ідей, був наш співвітчизник М.М. Пирогов, син засновника сучасної хірургії М.І. Пирогова. Прогностичну цінність праць М.М. Пирогова зазначав і сам Л. Больцман. М.М. Пирогов підкреслював необхідність існування поряд з динамічними законами об'єктивних статистичних законів [130—133]. Так, в одній зі своїх праць він писав: "Ще в 1860 р. з'явився знаменний мемуар Clerk-Maxwella: Illustrations of the Dynamical Theory of Gases, якому, очевидно, призначено стати однією з відправних точок нової ери



природознавства. Якщо період до 60-х років нинішнього століття справедливо може бути названий *Newton*'івською ерою, тобто ерою вивчення закономірного, то з 60-х років виявляється з особливою силою майже у всіх галузях природознавства новий напрям: вивчення закономірності випадкового" [133, с. 198].

М.М. Пирогов, розглядаючи ергодичну проблему, першим вірно вказав, що для суттєвого вдосконалення теорії реальних газів Ван дер Ваальса необхідно, крім парних взаємодій, досліджувати ще взаємодію груп молекул — агрегацій. Використовуючи цю модель, Пирогов дав якісний начерк теорії критичних явищ та загальної теорії двофазного стану газ — рідина. Щодо питання помилковості гіпотези теплової смерті Всесвіту, він висловлювався навіть більш категорично, ніж Л. Больцман.

Заперечуючи В. Томсону і Р. Клаузіусу, М.М. Пирогов писав: "Я думаю, щодо сучасних відомостей, з однаковим успіхом можна захищати два зовсім протилежних положення: 1) переместимість світу постійно зростає, тому що стан світу не стійкий, і 2) переместимість світу є сталою, оскільки стан світу стаціонарний, і ті вражаючі нас зміни, що відбуваються у світі, суть не більше як немінучі коливання поблизу типового стаціонарного стану" [131, с. 175].

Найбільш цікаві результати вченого стосуються питання статистичного обґрунтування другого закону термодинаміки і теорії реальних газів. Узагальнюючими дослідження М.М. Пирогова в цьому напрямку є праці 1890 р. "Про закон Boltzmann'a" і "Основи термодинаміки". Підхід М.М. Пирогова був іншим, ніж у Больцмана, для якого значну роль відігравали модельні уявлення про будову газів і механізм зіткнень між молекулами. М.М. Пирогов ставить питання у більш загальному вигляді. Перш за все він розробляє спеціальний математичний апарат, який відноситься до теорії імовірності. Цей апарат містив у собі ідеї майбутньої теорії випадкових процесів, яка почала розвиватися пізніше, вже в XX столітті.

При застосуванні розробленого математичного апарата до статистичного обґрунтування другого закону термодинаміки М.М. Пирогов пропонує розглядати макроскопічне тіло як систему з величезного числа  $N$  матеріальних точок. Стан кожної з них визначається шістьма величинами: координатами і компонентами швидкостей. Таким чином, загальний стан усєї системи може бути зображений як шестивимірна послідовність. Внаслідок величезного числа  $N$  ця послідовність може розглядатися як "суцільна". Аналізуючи передумо-



Фізик-теоретик М.М. Пирогов, відомий роботами з кінетичної теорії матерії

ви, що покладені в основу виведення розподілу швидкостей Максвеллом, М.М. Пирогов дійшов наступного висновку: закон розподілу Максвелла справедливий лише для безмежного простору. На думку М.М. Пирогова, вплив зовнішнього середовища, наприклад стінок, що обмежують об'єм газу, не сприяє встановленню максвеллівського хаосу. Необхідно знайти особливий механізм взаємодії між стінкою і газом, за якого у газі встановиться розподіл Максвелла. У сучасній статистичній фізиці припускають наявність флуктуаційних рухів у стінці, які і підтримують максвеллівський хаос у посудині. Однак цей шлях подолання труднощів, на які вказав М.М. Пирогов, не був єдиний. Зрівноважуючу дію зовнішнього середовища, що впорядковує певним чином хаос, можна не зводити до нуля, а у випадку наявності зрівноважуючих факторів обмежувати функції Максвелла, які приводять до молекулярно-кінетичного опису газу, що відповідає досліду. М.М. Пирогов вказав ці обмеження. Якщо відсутня зрівноважуюча дія на газ зовнішніх факторів, то при обчисленні середніх величин за допомогою максвеллівського розподілу необхідно брати інтеграли за нескінченними межами. У випадку, якщо дія зовнішніх зрівноважуючих факторів не може бути усунута, М.М. Пирогов показав, що необхідно обчислювати середні величини за допомогою інтегралів зі скінченними межами. Виявляється, що при певних умовах операції можуть виконуватися, і головні результати кінетичної теорії будуть відповідати досліду.

Задовго до М. Планка М.М. Пирогов також припускав, що взаємодія матерії зі "світлоносним ефіром" (чорним випромінюванням) є причиною багатьох явищ, які не можна описати з точки зору максвеллівського хаосу, наприклад, залежність молекулярної теплоємності газу від температури. Так, якщо середню кінетичну енергію молекули обчислювати за допомогою максвеллівської функції, використовуючи, за Пироговим, граничні швидкості, які обмежують можливі рухи молекул газу, то одержуємо не лінійну залежність енергії молекули від абсолютної температури, а новий закон. Він з точністю збігається із середньою енергією молекули газу, яку їй приписує квантова теорія Планка.

Узагальнюючи, слід зазначити, що поступ світової науки та усвідомлення нових ідей вплинули на процес наукових досліджень в Україні. Однак природничі науки тут почали розвиватися дещо пізніше, ніж в європейських країнах, а саме, у XIX столітті. Тому і передісторію статистичної фізики в Україні слід датувати хронологічними межами XIX—початок 30-х років XX століття. Хоча вперше питання тлумачення будови матерії в Україні розглядалось в XVII—XVIII століттях викладачами Києво-Могилянської академії, але саме у XIX столітті систематичні експериментальні роботи з термодинаміки М.Д. Пильчикова та О.П. Грузинцева, з дифузії М.О. Умова, з молекулярної фізики та критичного стану речовини М.П. Авенаріуса, а також перші теоретичні узагальнення ймовірнісних уявлень М.М. Пирогова, М.М. Шіллера, М. Смолюховського та Т.О. Афанасьєвої-Еренфест сприяли осмисленню статистичного підходу та усвідомленню сфери його застосування і започаткували побудову статистичної фізики в Україні.

РОЗДІЛ 4

---

**СТАНОВЛЕННЯ  
СТАТИСТИЧНОЇ  
ФІЗИКИ  
В УКРАЇНІ  
(30—40-і рр. ХХ ст.)**





*Л.Д. Ландау і початок систематичних  
досліджень у галузі статистичної фізики  
в Україні (30-і рр. ХХ ст.)*

*Монографія М.М. Боголюбова  
"Проблеми динамічної теорії  
в статистичній фізиці" (1946) —  
початок широкомасштабних досліджень  
із статистичної фізики в Україні*





#### *4.1. Л.Д. Ландау і початок систематичних досліджень у галузі статистичної фізики в Україні (30-і рр. ХХ ст.)*

Фізика в Україні набула інтенсивного розвитку після створення низки наукових інститутів, перш за все Українського фізико-технічного інституту (УФТІ) в Харкові у 1928 р. Завдяки роботам цього інституту було суттєво змінено стан фізичних досліджень в Академії наук, започатковано та зроблено значний внесок у розвиток ключових напрямів: фізика твердого тіла, фізика конденсованого стану, фізика низьких температур, ядерна фізика, радіофізика.

УФТІ було організовано за рішенням уряду України на основі пропозиції академіка А.Ф. Іоффе — створити ряд фізичних інститутів на всій території СРСР, зокрема, в Харкові — столиці України, великому промисловому й культурному центрі. Головними співробітниками УФТІ стали фізики, що переїхали з Ленінградського фізико-технічного інституту — І.В. Обреїмов, О.І. Лейпунський, Л.В. Шубников, К.Д. Синельников, А.К. Вальтер, В.С. Горянський, Г.Д. Латишев, А.Ф. Прихотько, О.М. Трапезникова, Л.В. Розенкевич та інші. До складу УФТІ ввійшли також молоді харківські вчені А.О. Слуцкін і Д.С. Штейнберг.

У серпні 1932 р. теоретичний відділ УФТІ очолив Лев Давидович Ландау, який, незважаючи на свої 24 роки, вже був відомим у світі фізиком. Діяльність Л.Д. Ландау значною мірою сприяла перетворенню УФТІ у світовий центр фізичної науки [1,2]. Людина величезного творчого потенціалу, теоретик надзвичайно широкого світогляду, один з останніх універсалів фізики, Л.Д. Ландау здійснив могутній вплив на формування та становлення стиля фізичного мислення. Він також увійшов в історію науки як талановитий педагог і вихователь кадрів теоретиків, який розробив оригінальну систему їх ефективної підготовки, створив велику і авторитетну наукову школу зі своїм стилем і традиціями.

Говорячи про свого вчителя, один з перших учнів Л.Д. Ландау академік НАН України О.І. Ахієзер писав: "Широта та діапазон його творчих інтересів справді величезні. У наш час важко, а може навіть і неможливо знайти ще од-



Академік Лев Давидович Ландау,  
30-ті роки XX ст.

ного вченого такого ж діапазону, чи, висловлюючись фізично, спектра інтересів. Універсалізм його був унікальним, бо характеризувався рідкісною глибиною проникнення в суть фізичних явищ" [3, с. 60].

"Ландау був фізиком "надекстракласу", — зазначав В.Л. Гінзбург. — Це був абсолютно унікальний фізик... І якщо я виділяю Ландау з усіх, то тому, що оцінка його "класу" складається з багатьох інгредієнтів. По-перше, це наукові досягнення... По-друге, це рідкісна універсальність знань, знання всієї фізики. І, по-третє, він був Учителем з великої літери, Вчителем за покликанням. Добуток трьох таких "множників" занадто великий" [4, с. 73—74].

Лев Давидович народився в Баку 22 січня 1908 р. У 1922 р. поступив до Бакінського університету, але 1924 р. перевівся на фізичне відділення Ленінградського університету, який закінчив у 1927 р. У 1929—1931 рр.

він стажувався у Данії, Великобританії та Швейцарії. Особливим стало для молодого вченого перебування в Інституті теоретичної фізики Нільса Бора в Копенгагені, та можливість спілкування з провідними фізиками того часу — М. Борном, В. Гейзенбергом, В. Паулі, П. Діраком. Після повернення у 1931 р. на Батьківщину Л.Д. Ландау починає працювати у Ленінградському фізикотехнічному інституті, а в 1932 р. очолює теоретичний відділ УФТІ.

Харківський період для Л.Д. Ландау був в науковому відношенні напруженим і плідним. Саме тут почалася реалізація його ідей щодо навчання теоретичній фізиці, сформувалися його перші учні, які започаткували наукову школу. У 1932—1937 рр. він керував теоретичним відділом УФТІ й одночасно завідував кафедрою теоретичної фізики Харківського механіко-машинобудівного інституту (нині — політехнічний інститут), з 1935 р. — кафедрою експериментальної фізики Харківського університету [1,5].

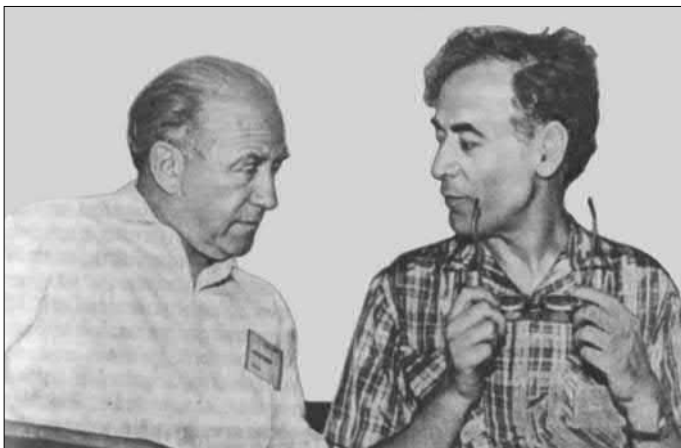
У ті роки Л.Д. Ландау та його учні виконали низку важливих фундаментальних робіт. Так, він один з перших у 1933 р. ввів поняття антиферромагнетизму як особливої фази магнетиків [6, т.1, с.97—101] і невдовзі після відкриття цього явища Л.В. Шубниковим обґрунтував його теоретично. У 1934 р. Л.Д. Ландау та Є.М. Ліфшиць побудували теорію утворення електронно-позитронних пар при зіткненнях швидких заряджених частинок (до цього досліджувався лише механізм утворення пар фотонами) [6, т.1, с.110—122]. У 1935 р. він разом з Є.М. Ліфшицем розвинув послідовну термодинамічну теорію доменної структури ферромагнетиків та теорію дисперсії магнітної проникності феро-

магнетиків у змінному магнітному полі, встановив рівняння руху магнітного моменту домену в змінному магнітному полі (рівняння Ландау—Ліфшиця), побудував теорію феромагнітного резонансу [6, т.1, с.1128—1143]. У 1936 р. Л.Д. Ландау, О.І. Ахієзер та І.Я. Померанчук пояснили розсіяння світла світлом в області високих частот, коли неможливо побудувати функцію Лагранжа електромагнітного поля [6, т.1, с. 222—223].

Працями Л.Д. Ландау зі створення теорії фазових переходів II роду, теорії фермі-рідини та теорії надплинності, теорії космічних променів, фізики плазми було започатковано систематичні дослідження в галузі статистичної фізики в Україні. Ще в своїй студентській праці 1926 р. він уперше ввів для опису стану систем поняття матриці густини (статистичний оператор), що стало вирішальним для квантової статистики і кінетики квантових систем. Головне місце в науковій роботі Ландау як за безпосереднім значенням, так і за обсягом застосувань займає теорія фазових переходів II роду, побудована у 1937 р. [7]. Ідеї, які були покладені в її основу, містилися вже в його замітці 1935 р. [8].

Поняття про фазові переходи різного порядку вперше з математичної точки зору було запроваджено П. Еренфестом, залежно від порядку термодинамічних похідних, що можуть зазнавати стрибків у точці переходу. Однак питання про те, які саме з цих переходів справді можуть відбуватися, а також у чому полягає їх фізична природа, залишалися відкритими.

Якщо звернутися до самого феномену фазових переходів, то слід зазначити, що зазвичай при фазовому переході спостерігається стрибок стану тіла, наприклад, перебудова кристалічної ґратки. Однак можливий і інший тип переходів, пов'язаних зі зміною симетрії, коли жодного стрибка в зміні стану тіла не відбувається, і розміщення атомів у кристалі змінюється неперервно, але як завгодно малий зсув атомів від їх початкового симетричного розміщення є достатнім для того, щоб симетрія ґратки одразу змінилися. Такий перехід



В. Гейзенберг (зліва) і Л.Д. Ландау.  
Київ, 1956 р.

однієї кристалічної модифікації в іншу називають фазовим переходом II роду на відміну від звичайних фазових переходів I роду.

У випадку фазових переходів II роду стрибкоподібно змінюються похідні термодинамічного потенціалу: теплоємність, стисливість, коефіцієнт теплового розширення. При цьому перші похідні залишаються незмінними, а термодинамічні функції стану тіла (його ентропія, енергія, об'єм і т.п.) — неперервними при проходженні через точку переходу. Це означає відсутність виділення чи поглинання тепла, яке характерне для переходів I роду.

Загальна термодинамічна теорія фазових переходів II роду була розроблена Ландау в 1937 р. Він обумовив фазовий перехід II роду зміною симетрії системи, вперше вказавши на глибокий зв'язок між можливістю існування неперервного (у розумінні зміни стану тіла) фазового переходу і стрибкоподібною зміною деякої властивості симетрії тіла в точці переходу. Л.Д. Ландау також показав, що в точці переходу спостерігається не будь-яка зміна симетрії. Він запропонував метод, що дозволяє визначити, які типи зміни симетрії можливі.

Оскільки стани обох фаз у точці переходу II роду збігаються, то симетрія тіла саме в точці переходу повинна містити у собі елементи симетрії обох фаз. Виявилось, що вона збігається із симетрією з однієї сторони від цієї точки, тобто із симетрією однієї фази. Таким чином, симетрія однієї з фаз є більш високою, а симетрія іншої фази — більш низкою. На відміну від фазового переходу II роду, зміна симетрії тіла при фазовому переході I роду не має жодних обмежень, і симетрії обох фаз можуть не мати нічого спільного. У переважній більшості всіх відомих фазових переходів II роду більш симетрична фаза відповідає вищим температурам, а менш симетрична — нижчим. Зокрема, перехід II роду з упорядкованого в неупорядкований стан відбувається при підвищенні температури. Це правило, однак, не є термодинамічним законом і допускає винятки.

Зміна симетрії тіла при фазовому переході II роду може відбуватися як при зміщенні атомів, так і при зміні впорядкованості кристала. Може здійснюватися також і взаємне перетворення двох фаз, які розрізняються іншою властивістю симетрії. Такими, наприклад, є точки Кюрі феромагнітних речовин (точки перетворення феромагнетика в парамагнетик), коли відбувається зміна симетрії розміщення елементарних магнітних моментів у тілі, перехід металу у надпровідний стан (за відсутності магнітного поля), перехід рідкого гелію в надплинний стан. Тому розвинута Л.Д. Ландау кількісна теорія була заснована на припущенні про регулярність розкладання термодинамічних величин поблизу точки переходу за степенями введеного ним коефіцієнта впорядкування. Це дозволило йому дослідити відомі випадки фазового переходу II роду, побудувати загальну класифікацію всіх можливих переходів та їх особливостей, дати термодинамічне тлумачення явищам надплинності та надпровідності. Так, на цій основі Л.Д. Ландау розробив теорію проміжного стану надпровідників, показавши, що в цьому стані надпровідник складається з послідовних шарів нормальної та надпровідної фаз. Спільно з



І.Я. Померанчуком у 1937 р. Л.Д. Ландау видав працю "Про властивості металів при дуже низьких температурах [6, т. 1, с. 208—221]. Нині зрозуміло, що теорія фазових переходів II роду Ландау не відображала всі властивості і механізм фазового переходу II роду, не враховувала можливі особливості величин у точці переходу. В останні роки свого життя Л.Д. Ландау багато працював над проблемою з'ясування характеру цієї особливості, та, на жаль, не встиг прийти до однозначних висновків.

Дві праці Л.Д. Ландау зі статистичної фізики стосуються фізики плазми. Характерні особливості, які відрізняють плазму від інших макроскопічних середовищ, безпосередньо зв'язані з її колективними властивостями, що виявляються в існуванні різних власних хвиль та коливань. Одна із зазначених праць Л.Д. Ландау 1936 р. "Кінетичне рівняння у випадку кулонівської взаємодії" [9], над якою він працював у Харківському фізико-технічному інституті, мала надзвичайно важливе значення для започаткування робіт з фізики плазми в Україні. Там вперше було одержано кінетичне рівняння з урахуванням кулонівської взаємодії між частинками. Через повільне зменшення кулонівських сил у цьому випадку не можна було застосувати звичайні методи для побудови кінетичних рівнянь. Проте Ландау вдалося вивести кінетичне рівняння для плазми у випадку кулонівської взаємодії та одержати інтеграл зіткнень для заряджених частинок при їх кулонівській взаємодії. Ці результати стали основою теорії релаксаційних процесів у плазмі. Значення цієї роботи було усвідомлено пізніше, коли почала розглядатися можливість побудови термоядерних установок і фізика плазми стала однією з пріоритетних галузей науки. Відтоді одержаний інтеграл зіткнень, який використовується в задачах з релаксації у плазмі, електропровідності та нагрівання плазми, почали називати інтегралом зіткнень Ландау.

Інший важливий результат Л.Д. Ландау в царині фізики плазми стосується коливань плазми і полягає у тому, що було підтверджено закон дисперсії хвиль Ленгмюра, проте показано наявність їх згасання (згасання Ландау) у випадку плазми без зіткнень, але з урахуванням так званого самоузгодженого поля частинок, що описується кінетичним рівнянням Власова [10]. Це означало, що навіть в умовах високих частот, коли зіткненнями між частинками в плазмі можна знехтувати, коливання будуть все ж таки згасаючими. Таким чином, ця праця Л.Д. Ландау разом з працею А.О. Власова [11] стала основоположною у побудові кінетичної теорії плазми.

Після цього з'явилися численні статті, у яких було пояснено фізичну природу згасання Ландау та показано, що воно зумовлюється резонансною взаємодією електронів із самоузгодженим полем хвилі, тому відіграє важливу роль в усіх плазмових процесах. Від неї було започатковано ще один важливий напрям у фізиці плазми, розвиток якого належить учням і послідовникам Л.Д. Ландау. Це — дослідження взаємодії пучків заряджених частинок із плазмою. Так, у 1948 р. О.І. Ахієзер спільно з Я.Б. Файнбергом незалежно від Д. Бомма і Е. Гросса (1949 р.) передбачили ефект пучкової нестійкості плазми, через

яку проходить електронний пучок. Даний ефект виявлявся як виникнення у плазмі не згасаючих, а зростаючих коливань [12]. Разом з працями А.О. Власова та Л.Д. Ландау з фізики плазми ця праця була покладена в основу сучасних досліджень колективних процесів у плазмі і мала важливе значення для практичних застосувань, зокрема для розробки методів нагрівання плазми.

Праці Л.Д. Ландау з вивчення закономірностей процесів у плазмі, а також їх застосування до термоядерного синтезу започаткували традиційний напрям фізики і техніки в Україні. Ці питання досліджувались у наукових школах самого Л.Д. Ландау, а також у дочірніх школах академіків О.І. Ахієзера, Я.Б. Файнберга, О.Г. Ситенка.

Л.Д. Ландау належать також пріоритетні результати щодо застосування методів статистичної фізики до теорії ядра. Основою положим у вихідному уявленні Н. Бора, що стало засадами розвитку нових поглядів на ядерні реакції, був розгляд ядра як системи з великим числом ступенів вільності. Тому взаємодія налетілої частинки з ядром-мішенню (перший етап ядерної реакції) вже не могла тлумачитися як задача про рух однієї частинки у силовому полі ядра, адже при зіткненні енергія цієї частинки розподіляється між багатьма ступіннями вільності ядра. Як наслідок виникає сильно збуджена система (проміжне або складене ядро), властивості якої вже практично не залежать від індивідуальних особливостей першого етапу реакції.

Цей важливий висновок про незалежність другої фази реакції (розпад складеного ядра) від її першої фази (утворення складеного ядра) обумовив розуміння того, що процес розпаду ядра практично цілком визначається властивостями збуджених станів проміжного ядра, такими як енергія, спин, парність. Отже, головною проблемою в дослідженні ядерних реакцій стало вивчення збуджених станів ядер.

Дослідженням цих питань займався Я.І. Френкель, який у 1918—1921 рр. працював в Україні, у Кримському університеті. У своїх роботах він, виходячи з уявлення ядра як системи, що складається з великої кількості частинок, робить сміливу для того часу спробу — застосувати до ядра замість законів механіки закони статистики, що дало змогу описувати збуджені стани, виходячи з нових понять. Уперше таку думку Я.І. Френкель висловив у березні 1936 р. у своєму виступі на сесії Фізико-математичного відділення Академії наук СРСР у Москві.

На основі цих нових ідей Л.Д. Ландау, а пізніше В. Вайскопф і Х. Бете створили статистичну теорію ядра, що тепер є одним з основних розділів ядерної фізики. Початок розвитку ідеї Френкеля про статистичний розгляд явищ у атомному ядрі був покладений у праці Л.Д. Ландау "До статистичної теорії ядер", надрукованої у 1937 р. [13]. Виходячи із загальних міркувань та розглядаючи систему нуклонів ядра як вироджений ідеальний фермі-газ, що підпорядковується статистиці Фермі—Дірака, він вивів основні формули і співвідношення, зокрема, формули для розподілу ядерних рівнів і визначення порядку їх ширини. "Якщо враховувати взаємодію частинок у ядрі, то, звичайно, немає жодних підстав розглядати ядро як "тверде тіло", тобто як "кристал",

а варто розглядати його як "рідку краплю" з протонів і нейтронів. На відміну від звичайних рідин у цій рідині суттєву роль відіграють квантові ефекти, тому що квантова невизначеність координат частинок всередині ядра значно більша за їх взаємні відстані. Незважаючи на те, що ми ще не маємо методу для теоретичного дослідження "квантових рідин", можна все ж таки одержати деякі властивості ядер, застосувавши до них статистичні міркування", — пояснював свій підхід Ландау.

"Будемо вважати енергію ядра в нормальному стані рівною нулю. У цьому стані "температура" ядра  $T$  теж дорівнює нулю ( $T$  ми будемо вимірювати нижче в енергетичних одиницях). Оскільки енергія "збудження" ядра у випадках, що нас цікавлять, мала порівняно з енергією зв'язку ядерних частинок, то і температуру  $T$  збудженого ядра можна вважати малою. Тому вільну енергію  $F$  збудженого ядра можна розкласти в ряд за степенями  $T$ . Обмежуючись першим членом, маємо

$$F = - \frac{\alpha T^2}{2},$$

де  $\alpha$  — стала. Членом  $T$  у першому степені нехтуємо відповідно до теореми Нернста. Ту обставину, що розкладання в ряд повинно починатися у рідин від члена  $T^2$ , можна вивести як з аналогічних співвідношень для газів, так і безпосередньо з дослідів Кеєзона, згідно з якими теплоємність електронної рідини в металах пропорційна  $T$ ", — писав він [13, с. 819—820 ].

Виходячи із зроблених припущень, Л.Д. Ландау виводить наступне основне рівняння для ентропії  $S$  збудженого ядра:

$$S = \sqrt{2\alpha E},$$

а також одержує число рівнів у одиничному інтервалі енергії, тобто "щільність" квантованих рівнів ядра:

$$\frac{dN}{dE} = e^S \cdot \frac{dS}{dE} = \frac{1}{T} e^{\sqrt{2\alpha E}}.$$

Ця формула визначає розподіл за енергіями всіх рівнів, з усіма можливими моментами обертання. З неї можна одержати обернену величину  $\sigma = dE/dN$ , що виражає середню відстань між сусідніми збудженими рівнями ядра на шкалі енергії.

Далі в праці Ландау розглядаються питання станів ядра з певним моментом, шириною резонансних рівнів для нейтронів при розсіянні (пружному і непружному), розрахунку радіаційних переходів ядер із збудженого стану. Ці питання нині становлять основу статистичної теорії ядер, тому їх розгляд Л.Д. Ландау був значною віхою у її розвитку.

Харківський період наукової творчості Л.Д. Ландау важливий також тим, що саме на цей час припадає початок формування наукової школи вченого [1,5]. Мету Л.Д. Ландау в УФТІ було чітко визначено: створення теоретичного відділу,



Академік НАН України Олександр  
Лліч Ахієзер — учень Л.Д. Ландау

виявлення творчої молоді і робота з нею, наукова діяльність у сфері теоретичної фізики, педагогічна робота в харківських вузах, організація семінару, написання книг і оглядів з теоретичної і загальної фізики, співпраця з експериментаторами інституту. Все це він повністю реалізував за короткий час. Співробітники теоретичного відділу, на думку Л.Д. Ландау, мають бути єдиним цілим в організаційному плані, інтенсивно займатися науковою працею, бути строго дисциплінованими, обов'язково складати екзамени з теоретичної фізики та брати участь у теоретичному семінарі.

Особистість Л.Д. Ландау викликала захоплення творчої молоді. Його доступність, постійна готовність до обговорення фізичних проблем визначили навколо вченого коло осіб, які бажали з ним

працювати. Однак Л.Д. Ландау чітко розумів, що багато хто з них не має достатньої професійної підготовки, тому з 1933 р. почав створювати програми необхідного мінімуму знань у галузі теоретичної фізики і математики, оволодіння яким було обов'язковим для молодих фізиків-теоретиків (теормінімум Ландау).

"Питання навчання теоретичній фізиці, як і фізиці в цілому, зацікавили його ще зовсім молодим, — згадував Є. М. Ліфшиць. — Саме тут, у Харкові, він уперше став розробляти програми "теоретичного мінімуму" — основних знань з теоретичної фізики, необхідних для фізиків-експериментаторів, і окремо для тих, хто хоче присвятити себе професійній дослідницькій роботі з теоретичної фізики. Не обмежуючись розробкою одних лише програм, він читав лекції з теоретичної фізики для співробітників УФТІ, а на фізмеху — для студентів. Захоплений ідеями перебудови викладання фізики в цілому, він прийняв завідування кафедрою загальної фізики в ХДУ..." [14, с. 12].

Л.Д. Ландау надавав великого значення оволодінню фізиком-теоретиком математичною технікою, тому претендентам у теоретики перш за все необхідно було витримати іспит з математики в її практичних аспектах, а потім — іспити з фізичної частини програми теормінімуму, що містили у собі основні знання з семи розділів теоретичної фізики: механіки, теорії поля, квантової механіки, статистичної фізики, механіки суцільних середовищ, електродинаміки, релятивістської квантової теорії. На думку Л.Д. Ландау, цими знаннями мали володіти всі теоретики незалежно від майбутньої спеціальності, оскільки теоретик повинен у "чорновому варіанті" знати всю теоретичну фізику, а викладацька діяльність повинна йому в цьому допомогти. Після опану-

вання основами теоретичної фізики учні могли розв'язувати конкретні фізичні задачі, обов'язково поєднуючи наукову працю з викладанням, причому курси щоразу змінювалися. Таким чином, молоді теоретики ставали фахівцями широкого профілю.

Теормінімум Ландау виявився одним з найбільш дієвих способів постійного наукового контакту з вчителем. Екзамен став тією основою, на якій виникла наукова школа, адже практично всі учні і співробітники вченого пройшли через теормінімум. Це дало підставу І.М. Халатникову написати: "Школа Ландау виникла не стихійно, вона була задумана, запрограмована, як тепер говорять, а теормінімум став механізмом, що дозволяв робити протягом багатьох років селекційну роботу — відбирання талантів" [15, с. 267—268].

Органічно пов'язаним з теормінімумом був і багатотомний курс теоретичної фізики, написаний Л.Д. Ландау з одним з його найближчих учнів Є.М. Ліфшицем. Ідея курсу як серії монографій, у яких викладаються основні розділи теоретичної фізики, народилася в Харкові, там же почалася і її реалізація. Так, у статистичній фізиці викладалась також термодинаміка, причому на основі загального розподілу Гіббса, завдяки чому встановлювався її глибокий зв'язок зі статистичною механікою [16]. Семитомний курс теоретичної фізики, практично завершений ще за життя Л.Д. Ландау, являв собою енциклопедію теоретичної фізики, в той же час слугував методичним посібником для науковців, аспірантів і студентів. Книги курсу стали настільними, неодноразово перевидавалися і перекладалися багатьма мовами. Разом з теормінімумом Ландау курс теоретичної фізики відіграв значну роль у підготовці кадрів фізиків-теоретиків у нашій країні. У хар-ківський період учнями Ландау були Є.М. Ліфшиць, О.С. Компанієць, О.І. Ахієзер, І.Я. Померанчук, І.М. Ліфшиць, В.Г. Левич, В.Л. Герман та інші.

Одним з учнів Л.Д. Ландау харківського періоду був В.Л. Герман, який провів ряд досліджень із взаємодії світла з атомними системами. Діяльність вченого мало висвітлена в історико-науковій літературі, однак нами знайдені архівні матеріали, які свідчать, що Веніамін Львович Герман народився 10 травня 1914 р. у Замброво (Польща). Закінчив Харківський університет (1936 р.), у якому з 1936 р. почав викладати (з 1944 р. був керівником кафедри теоретичної механіки) та водночас працював у Харківському фізико-технічному інституті (у 1945 р. став доктором фізико-математичних наук, у 1946 р. — професором).



Академік НАН України Ілля Михайлович Ліфшиць — учень Л.Д. Ландау.



Професор Веніамін Леонтіївич Герман — учень Л.Д. Ландау

У 1955—1964 рр. очолював відділ теоретичної фізики новоствореного Інституту радіофізики та електроніки, підготував 15 кандидатів наук [17]. Праці В.Л. Германа стосувались фізики твердого тіла, зокрема, тензорних властивостей кристалів, теорії суцільних середовищ, квантової механіки, електродинаміки і теорії відносності, нелінійної фізики, кавітації, теорії спектрів, поляризації світла. Він дослідив взаємодію світла з атомними системами, побудував теорію пластичності анізотропних середовищ, розв'язав ряд важливих задач статистичної радіофізики, а саме, побудував теорії розсіяння, поглинання та поширення радіохвиль [18—25]. Під час керівництва В.Л. Германа кафедрою теоретичної механіки Харківського університету там почали розроблятися нові напрями, такі як магнітогазодинаміка, астрофізика, теорія пластичності і температурних напруг, кри-

сталофізика, газо- та магнітодинамічна теорія мастил, анізотропна теорія пружності, теорія ударних хвиль, теорія турбулентності та теорія граничного шару. Проте головним напрямом досліджень кафедри стала механіка суцільних середовищ. В.Л. Герман ввів у учебні плани курси магнітної гідродинаміки та тензорного аналізу, об'єднав декілька окремих дисциплін в один курс механіки суцільних середовищ. Помер вчений 24 жовтня 1964 р.

На початку 1937 р. обстановка навколо Ландау, яка на тлі посилення репресій сталінського режиму нагніталась його недоброзичливцями, дуже ускладнилася і він змушений був переїхати до Москви, залишивши Харківський університет і УФТІ. У лютому 1937 р. Л.Д. Ландау очолив теоретичний відділ Інституту фізичних проблем АН СРСР. На жаль, переїзд не дав можливості вченому уникнути арешту. Він майже рік провів у в'язниці.

У Москві відбувався інтенсивний розвиток школи Ландау. Цьому значною мірою сприяли організований ним теоретичний семінар, де доповідалися оригінальні роботи і реферувалися статті з найбільш авторитетних фізичних журналів. Саме тут виявлялася та універсальна підготовка, що давав теоремінімум. Зробити доповідь на семінарі було важко, але почесно. Доповідача піддавали наче "допиту з пристрастю", учасникам дозволялося перебувати його. Скоріше це була не доповідь, а діалог між доповідачем і аудиторією на чолі з Л.Д. Ландау. О.І. Ахієзер згадував, що семінар був своєрідним явищем — не просто зборами, на яких надають слово і чемно дякують, а скоріше "запорозькою січчю", на якій на доповідача, що уособлював у собі автора, "накидався"

Ландау зі своїми питаннями і величезним критицизмом. Відбувалася своєрідна боротьба розумів, що було дуже цікаво для всіх учасників семінару.

Л.Д. Ландау привчав своїх учнів до самостійності, не ставив перед ними задач і не давав тем, вважаючи, що учні повинні самі знаходити їх. Він також ніколи не робив того, що, на його думку, повинні були робити самі учні. Але коли учень, винайшовши задачу і зробивши попередні викладки, зупинявся на складному етапі, Ландау давав пораду, а іноді допомагав навіть серйозним розрахунком. У цьому виявлявся науковий стиль Л.Д. Ландау, якому були властиві ясність і чіткість постановки питань, бачення найбільш прямого шляху їх вирішення, прагнення "тривіалізувати" складні речі. Усі ознаки цього стилю містять у собі його чіткі і ясні праці. Ландау ретельно обмірковував кожну фразу, яку після знаходження найбільш вдалого формулювання один з учнів, з ким він у цей час працював, записував. Вчений залучав до підготовки статей своїх найближчих співробітників, найчастіше Є.М. Ліфшиця. Саме в такий спосіб відточувався стиль викладання та водночас вирішувалися робочі питання.

У 1962 р. відбулося непоправне — автомобільна катастрофа зупинила інтенсивну наукову роботу Л.Д. Ландау, і хоч його життя було врятовано, він вже не міг повернутися до творчої діяльності. Помер вчений 1 квітня 1968 р.

Наукові напрями, започатковані Ландау, розроблялися далі його учнями. Зі створенням у 1964 р. Інституту теоретичної фізики АН СРСР, що нині носить ім'я Л.Д. Ландау, вони сформувалися інституціонально і продовжують відігравати провідну роль у сучасній теоретичній фізиці. Стиль школи Ландау, її дух, високий дослідницький клас існують і зараз, оскільки ряд учнів (І.М. Ліфшиць, А.Б. Мігдал, І.Я. Померанчук, О.І. Ахієзер) стали засновниками власних теоретичних шкіл. Вони зберегли успадковані традиції школи, демонструючи тим самим її еволюцію, цілісність та ефективність методів підготовки молодих теоретиків, запроваджених Л.Д. Ландау.

Підсумовуючи, зазначимо, що наукова творчість засновника харківської теоретичної школи — видатного фізика Льва Давидовича Ландау — здійснила великий вплив на формування фізичної науки в Україні. Початок систематичних досліджень у фізиці твердого тіла, статистичній фізиці, ядерній фізиці, фізиці плазми, магнетизмі пов'язаний саме з науковою та педагогічною діяльністю Л.Д. Ландау в Харківському фізико-технічному інституті та в Харківському університеті.

#### ***4.2. Монографія М.М. Боголюбова "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" (1946) — початок широкомасштабних досліджень із статистичної фізики в Україні***

Інтенсивного розвитку ідеї та методи статистичної фізики набули також у працях академіка НАН України Миколи Миколайовича Боголюбова та його наукової школи, яка працювала водночас з науковою школою Л.Д. Ландау.

Різні аспекти статистичної фізики стали домінуючими в творчості М.М. Боголюбова на початку 40-х років після розробки ним проблем нелінійної механіки, і вивчалися ним до останніх днів життя. Ці дослідження охоплювали обґрунтування статистичної механіки, рівноважну статистичну механіку класичних і квантових систем, нерівноважну статистичну механіку. Запропоновані М.М. Боголюбовим методи виявились надзвичайно ефективними та привели до низки принципових результатів, що започаткували новий підхід та новий етап у цій галузі знання.

Основою досліджень М.М. Боголюбова зі статистичної фізики стали його попередні праці з математичної фізики. Крім строгого обґрунтування асимптотичних методів нелінійної механіки, М.М. Крилову і М.М. Боголюбову також належить ряд теорем нелінійної механіки, що стосуються абстрактної теорії динамічних систем.

Одним з постулатів, що був покладений у основу статистичної фізики, є постулат про ергодичність, згідно з яким середні характеристики систем частинок за часом та за фазовим простором збігаються. Наприкінці 30-х років Дж. фон Нейман і Г. Біркгоф довели ергодичні теореми, пов'язані з ергодичною гіпотезою Больцмана. При доведенні вони припустили в динамічній системі наявність інваріантної міри. Для гамільтонових систем такою мірою, згідно з теоремою Ліувілля, є звичайний об'єм фазового простору, проте чи існує інваріантна міра довільної динамічної системи, було невідомо.

У 1936—1937 рр. М.М. Крилов і М.М. Боголюбов дали позитивну відповідь на це складне питання. Досліджуючи нормальні структури точних розв'язків рівнянь за допомогою топологічних методів, зокрема, досліджень А. Пуанкаре і А. Данжуа відносно відображення тора на себе, М.М. Крилов та М.М. Боголюбов дійшли висновку про те, що майже періодичність є скоріше за все винятком, ніж правилом. При цьому виникла потреба розгляду різних середніх значень динамічних змінних як функцій часу [26,27]. Таким чином, М.М. Крилов і М.М. Боголюбов підійшли до ергодичної теорії. У вересні 1935 р. на Першій міжнародній конференції у Москві вони зробили доповідь "Загальна теорія міри та її застосування до вивчення динамічних систем нелінійної механіки." Результати цих досліджень було викладено в 1937 р. перш за все у праці "Загальна теорія міри в нелінійній механіці", де вони встановили існування інваріантної міри компактної динамічної системи, ввели важливе поняття ергодичної множини та довели ряд теорем щодо розбиття інваріантної міри на міри, локалізовані в ергодичних множинах [28,29]. Ця праця була першим значним результатом з функціонального аналізу в Україні і принесла авторам широке визнання. Один з творців ергодичної теорії Дж. фон Нейман надіслав їм листа, в якому вітав з успіхом.

Результати М.М. Боголюбова з нелінійної механіки та абстрактної теорії динамічних систем, крім самостійного значення, започаткували дослідження широкого кола питань топологічної динаміки та статистичної механіки, розробку яких він почав в циклі праць 1937—1939 рр., присвячених вивченню ди-



намічних систем, що знаходяться під впливом випадкових збурень. Так, у спільній з М.М. Криловим праці 1939 р. розглядалися проблеми виведення на основі методів теорії збурень фундаментальних для статистичної механіки рівнянь Фоккера—Планка для динамічних систем із випадковою силою, без припущення існування ймовірності переходу з одного стану в інший, як це розглядалося раніше [30]. Ними досліджувались ергодичні властивості процесу Маркова та вперше розглядалися диференціальні рівняння з "білими шумами", які становлять основу сучасної теорії стохастичних диференціальних рівнянь [29, 31—34]. Даний напрям в подальшому розробляв учень М.М. Боголюбова член-кореспондент НАН України Й.І. Гіхман.

Фактично в цих роботах вже було використано новий підхід, який пізніше М.М. Боголюбов з успіхом застосував у статистичній механіці. Суть його полягала в тому, що основні рівняння статистичної механіки виводяться на основі мінімально необхідних фундаментальних принципів без додаткових, чисто технічних припущень.

На момент звернення М.М. Боголюбова до статистичної фізики формальна структура рівноважної статистичної механіки вже була зрозумілою завдяки фундаментальним працям Дж. Гіббса. Значення цієї теорії усвідомили після праць Г. Урсела (1928 р.) та Дж. Майєра (1937 р.), які успішно застосували рівноважну статистичну механіку для виведення рівняння стану [35,36]. Логічні принципи рівноважної статистичної механіки критично опрацювали П. Еренфест та Т. Афанасьєва-Еренфест (1911 р.) [37], а її математичні методи широко розвинули Ч. Дарвін і Р. Фаулер (1922 р.), які запропонували метод обчислення статистичного інтеграла [38—40].

Ключовою для подальшого розвитку статистичної фізики стала квантова теорія, яку започаткував М. Планк у 1900 р. [41]. На основі використання у статистичній фізиці квантових уявлень сформувалась квантова статистична фізика. Так, у 1924 р. Ш. Бозе [42] ввів розподіл за імпульсами квантів світла та винайшов його зв'язок з розподілом Планка, а також Е. Фермі (1925 р.) [43] одержав функції розподілу частинок, що підпорядковуються принципу Паулі. Зв'язок розподілів Фермі—Дірака та Бозе—Ейнштейна з математичним апаратом квантової механіки було встановлено у 1926 р. П. Діраком. З цих робіт бере початок квантова статистична фізика.

Потреба розробити загальну точку зору щодо нерівноважних процесів та дослідити зв'язок між рівняннями типу Больцмана, що описують процеси перенесення, та рівнянням Ліувілля, обумовила появу низки праць. У цьому напрямі першою була праця Ж. Івона (1935 р.) [44], (пізніше — [45]), за нею вийшли праці М. Борна і Г. Гріна (1946—1947 рр.) [46], підсумовані в книзі [47], а також Дж. Кірквуда (1941—1947 рр.) [48] та М.М. Боголюбова (1946 р.) [49]. У цих працях було створено, зокрема, формальну теорію рідкого стану, в розвиток якої значний внесок було зроблено у 1947 р. Дж. Майєром [50] та у 1950 р. М.С. Криловим [51], які у своїх дослідженнях започаткували динамічне обґрунтування статистичної теорії нерівноважних процесів.

З рівняння Ліувілля методом послідовного інтегрування за координатами та імпульсами частинок  $N-1$ ,  $N-2$ , ... виводяться рівняння, що визначають зміни частинкових функцій розподілу  $F_s$  класичної системи частинок з парним потенціалом взаємодії. Таким чином, виходить ланцюжок "зачіплених" рівнянь, що пов'язують зміни функцій  $F_s$  та  $F_{s+1}$  у часі. Ці рівняння й було виведено вперше Ж. Івноном в 1935 р., а потім підтверджено та широко використано М. Борном і Г. Гріном, Дж. Кірквудом та М.М. Боголюбовим. При їх виведенні було виконано термодинамічний граничний перехід  $V \rightarrow \infty$ , при  $V/N = v = \text{const}$ , після якого знехтувано впливом стінок та відкинуто члени  $\sim S/N$ . Важливими є перші рівняння ланцюжка:

$$\frac{\partial F_1}{\partial t} + \frac{p_1}{m} \cdot \frac{\partial F_1}{\partial q_1} = \frac{1}{v} \int \theta_{12} F_2 \partial q_2 \partial p_2,$$

$$\frac{\partial F_2}{\partial t} + \left( \frac{p_1}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial q_1} + \frac{p_2}{m} \cdot \frac{\partial}{\partial q_2} - \theta_{12} \right) F_2 = \frac{1}{v} \int (\theta_{13} + \theta_{23}) F_3 \partial q_3 \partial p_3,$$

де  $\theta_{ij} = \frac{\partial \Phi(|q_i - q_j|)}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial}{\partial p_i} + \frac{\partial \Phi(|q_i - q_j|)}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial}{\partial p_j}$ ,  $m$  — маса частинок.

Система цих рівнянь еквівалентна, зрозуміло, рівнянню Ліувілля. Розглянутий метод нерівноважної статистичної механіки виявився надзвичайно ефективним і у світовій літературі дістав назву методу, або ланцюжка рівнянь ББГКІ (Боголюбова—Борна—Гріна—Кірквуда—Івона). За його допомогою вдається вивести кінетичне рівняння Больцмана для газу малої густини та для газу із слабкою взаємодією між молекулами.

Суттєвий внесок цих праць полягає як у спільності головних припущень, так і в можливості застосування результатів до густіших середовищ (у випадку теорії Кірквуда). М. Борн та його учень Г. Грін мали на меті узагальнити кінетичну теорію для застосування її до рідин. Вони запропонували узагальнення рівняння Больцмана, в основу якого було покладено послідовне використання рівнянь неперервності в просторі координат, швидкостей і прискорень окремих молекул та введено деякий статистичний опис, що дозволяє розв'язати систему даних взаємозв'язаних рівнянь. Цей метод було викладено в серії статей [46], зібраних згодом в окремій книзі, виданій у 1949 р. [47]. Однак у згаданих теоріях не можна було обійтися без додаткових припущень, а також були відсутні вказівки на послідовний метод узагальнення класичного рівняння Больцмана.

Хоч на перший погляд рівняння Кірквуда відрізняється від ланцюжка рівнянь, одержаних у працях Ж. Івона, М. Борна та Г. Гріна, а також М.М. Боголюбова, проте, як показав Дж. Майер, воно за суттю тотожно ланцюжку, тому що без жодних наближень дає ті самі результати. Своє інтегральне рівнян-

ня Дж. Кірквуд подав у серії спільних з учнями статей незалежно від невідомої ще в той час за межами Франції більш ранньої праці Ж. Івона [44]. Вихідні положення Дж. Кірквуда та Ж. Івона різні, але зрештою вони приводять до одних і тих же результатів.

Однак до М.М. Боголюбова автори не розглядали важливе питання про граничні умови. Для одержання кінетичного рівняння — замкненого рівняння для функції розподілу — необхідна була додаткова умова, яку і було запроваджено М.М. Боголюбовим. Це умова про послаблення кореляцій, завдяки якій одержують рівняння, що описує також необоротні процеси, зокрема, встановлення рівноважного стану.

Першою працею М.М. Боголюбова в цьому напрямі стала післявоєнна монографія 1945 р. "Про деякі статистичні методи в математичній фізиці", де, розвиваючи ідеї праці 1939 р. [52], він провів подальше дослідження поведінки системи, яка зазнає зовнішнього випадкового впливу. Зокрема, було розглянуто задачу про вплив випадкової сили на гармонічний вібратор та вперше математично строго обґрунтовано загальновідому гіпотезу про встановлення статистичної рівноваги в системі, пов'язаній з термостатом (сукупністю великої кількості осциляторів).

У даній монографії М.М. Боголюбов показав, що залежно від вибору масштабу часу один і той самий випадковий процес можна розглядати як динамічний, марковський, або деякий немарковський процес. Тим самим вперше було запроваджено в статистичну механіку та обґрунтовано ідею про ієрархію часів релаксації в багаточастинковій системі (поняття "час релаксації" вперше ввів Дж. Максвелл у 1866 р.) Запропонована ідея виявилася принциповою для статистичного опису нерівноважних процесів у газах, рідинах та кристалах, визначивши подальший розвиток статистичної теорії необоротних процесів.

Це стало підґрунтям для наступної фундаментальної монографії 1946 р. "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" [49]. У ній М.М. Боголюбовим було розглянуто важливе методологічне питання зв'язку статистичних та динамічних закономірностей в природі та запропоновано новий оригінальний метод рівноважної та нерівноважної статистичної механіки, суттєва особливість якого полягала у необхідності чіткого розрізнення масштабів часів, що виникають в задачі. Даючи тлумачення загальної динамічної теорії газів, М.М. Боголюбов висунув ідею про абсолютно різні масштаби часу та пов'язані з ними стадії еволюції: хаотичну, кінетичну та гідродинамічну. Таким чином, у розглядуваних задачах з'явилися принаймні два характерні часи: тривалість взаємодії ( $t_{\text{вз}}$  — порядку  $10^{-12}$ — $10^{-13}$  с) та час релаксації, який для розріджених газів збігається за порядком величини із середнім часом між двома зіткненнями ( $10^{-8}$ — $10^{-9}$  с).

М.М. Боголюбов показав, якщо початковий розподіл довільний, то на ранній стадії стан системи може значно відрізнятись від рівноважного і для його опису необхідно задати дуже велике число функцій розподілу: не тільки одночастинкову та двочастинкову, а й функції вищих порядків. Вони швидко

змінюються за часом відповідно до рівняння Ліувілля. Проте за проміжок порядку часу зіткнення для багатьох систем з великою кількістю частинок (наприклад, гази з малою густиною чи малою взаємодією) встигає пройти значно швидший процес, ніж релаксацийний. Настає синхронізація функцій розподілу, або кінетична стадія, коли всі функції розподілу повністю визначаються одночастинковою функцією розподілу. Для цієї стадії вдається, виходячи з рівняння Ліувілля, побудувати кінетичне рівняння для одночастинкової функції розподілу. Таким чином, М.М. Боголюбов припускає, що через час порядку  $t_{e3}$  можна суттєво спростити опис системи: одночастинкова функція розподілу  $f_1$  задовольняє окреме рівняння типу

$$\frac{\partial f_1}{\partial t} = A(x | f_1)x = (p, q),$$

а функції розподілу багатьох частинок стають функціоналами від  $f_1$ :

$$f_s(x_1, x_2, \dots, x_s, t) = f_s(x_1, x_2, \dots, x_s, | f_1).$$

Для більших масштабів часу (для газів — з більшим часом вільного пробігу) далі зменшується кількість параметрів, необхідних для опису системи, і настає гідродинамічна стадія, яку можна зобразити гідродинамічними рівняннями (спільно з рівнянням теплопровідності), тобто лише кількома моментами функцій розподілу — середньою кількістю частинок, середніми енергією та швидкістю. Функція розподілу починає залежати від часу тільки через ці параметри, і рівняння гідродинаміки можна одержати безпосередньо з ланцюжка рівнянь як асимптотику. М.М. Боголюбов показав також, що перше наближення ланцюжка рівнянь дає рівняння руху ідеальної рідини, а друге — в'язкої рідини, в якій враховуються також процеси теплообміну.

На основі даного методу ланцюжків рівнянь для функцій розподілу комплексів частинок, використаному у випадку нерівноважних процесів, М.М. Боголюбову вдалося розвинути загальний метод побудови кінетичних рівнянь для систем взаємодіючих частинок, що ґрунтується тільки на основних положеннях статистичної механіки. Цей метод вперше дозволив при спеціальному запровадженні малих параметрів строго вивести з єдиної, послідовно мікроскопічної точки зору різні типи кінетичних та гідродинамічних рівнянь для систем з коротко- чи далекодійними, але слабкими, силами. За допомогою цього методу стало можливим уточнювати формули класичної кінетичної теорії подібно до того, як це зроблено в теорії Урсела—Майєра для випадку статистичної рівноваги. Зокрема, область застосування кінетичного рівняння Ландау, яке узагальнює рівняння Власова та має важливе значення в дослідженні властивостей плазми, було з'ясовано за допомогою схеми М.М. Боголюбова.

М.М. Боголюбовим було також запропоновано регулярні методи розв'язання кінетичних рівнянь для різноманітних систем як в рівноважному, так і в нерівноважному випадку, наприклад, для найбільш важливих фізичних

випадків — короткодії (газ малої густини) та далекодії (система з кулонівською взаємодією). При цьому підсумовування секулярних членів, пропорційних степеням часу, М.М. Боголюбов виконав методами нелінійної механіки. Пізніше І. Пригожин зробив це методом підсумовування діаграм [53]. Перше строге виведення рівняння перенесення в квантово-механічному випадку без повторного використання припущення про випадковість фаз було здійснене у 1955 р. Л. Ван Ховом [54].

Значення розглянутих праць М.М. Боголюбова полягає в тому, що до їх появи дослідження проблеми кінетики здійснювалось методами, в яких існувало внутрішнє протиріччя. З одного боку, рух молекул тлумачився як деякий випадковий процес і вводився до розгляду певний статистичний механізм бінарних зіткнень, а з іншого боку, для розрахунку ефективного перерізу випадкового процесу застосовувалися рівняння класичної механіки. У квантовій статистиці використовувались такі самі "гібридні" прийоми з тією тільки різницею, що ефективні перерізи обчислювались за правилами квантової механіки та враховувалися вимоги симетрії. До того ж динамічний процес інерціального руху молекул і стохастичний процес їх зіткнень розглядались як неінтерферуючі, тому в кінетичному рівнянні член співудару приписувався конвекційному члену чисто феноменологічно. Внаслідок цього такий підхід, заснований на повному нехтуванні кореляцією між динамічними станами молекул, не можна було безпосередньо узагальнити для одержання рівнянь більш високого наближення. Метод М.М. Боголюбова дозволив усунути ці труднощі.

Замість больцманівської гіпотези молекулярного хаосу (stosszahlansatz) М.М. Боголюбов при побудові кінетичних рівнянь для розв'язання рівняння Ліувіля використав принцип послаблення кореляцій при необмеженому зростанні відстаней між молекулами, завдяки чому одержав необоротність релаксаційного процесу. Цей постулат має статистичний характер і з формальної точки зору виступає як гранична умова, що накладається при знаходженні розв'язків системи рівнянь, завдяки чому явна структура інтеграла зіткнень одержується вже на динамічному рівні. Тому, якщо метод Больцмана, заснований на повному нехтуванні динамічною кореляцією між молекулами, був придатний тільки для розріджених газів і не міг бути безпосередньо узагальнений для одержання рівнянь більш високого наближення, то метод М.М. Боголюбова давав можливість урахувати в кінетичному рівнянні вищі члени розкладання за степенями густини. Фактично, М.М. Боголюбовим було дано нове тлумачення стану систем статистичної механіки як нескінченної послідовності функцій розподілу, де еволюція стану описувалась рівняннями Боголюбова. Внаслідок цього були радикально переглянуті уявлення про суть динамічних процесів, які призводять до виникнення необоротності, і вказано шлях, на якому можна одержати поправки до рівняння Больцмана та вирішити проблему кінетики в найбільш важливих фізичних випадках, зокрема, в системах з кулонівською взаємодією.

Однією з важливих проблем, яка виникає при розгляді великого числа частинок, є необхідність здійснити в розглядуваній системі термодинамічний граничний перехід, щоб одержати точні термодинамічні співвідношення. М.М. Боголюбов приділяв велику увагу строгому математичному обґрунтуванню такого граничного переходу до нескінченного числа ступенів вільності в нескінченному об'ємі для класичних систем [55—56].

У статті [55] спільно зі своїм учнем Б.І. Хацетом він вперше в світовій літературі розпочав строге обґрунтування процедури термодинамічного граничного переходу для кореляційних функцій. Автори виділили клас модельних систем статистичної фізики, який припускає точний розв'язок у термодинамічній границі, довели існування термодинамічної границі для рівноважних систем. Термодинамічний граничний перехід для одновимірних нерівноважних систем, а також для певних багатовимірних систем обґрунтували учень М.М. Боголюбова академік НАН України Д.Я. Петрина спільно з В.І. Герасименко.

Починаючи з 1947 р. наукові інтереси М.М. Боголюбова звернулись до проблем квантової статистичної механіки. Так, спільно зі своїм учнем К.П. Гуровим у 1947 р. він здійснив узагальнення методу побудови кінетичних рівнянь для квантових систем на основі спеціального варіанта теорії збурень за мализною взаємодії [57,58]. При цьому для випадку бозе-системи за відсутності виродження вони побудували кінетичне рівняння у вигляді, уточненому порівняно з Больцманівським. Це рівняння відрізнялося від звичайного рівняння Больцмана наявністю додаткового члена, який враховував інтерференцію конвекції та співударів. Фізичний зміст даної поправки з'ясовується при переході до рівнянь гідродинаміки. Якщо звичайне рівняння Больцмана приводить до рівнянь гідродинаміки, що відповідають середовищу з рівнянням стану ідеального газу, то одержане М.М. Боголюбовим і К.П. Гуровим уточнене кінетичне рівняння приводить до поправок коефіцієнтів в'язкості та теплопровідності в рівнянні стану. Таким чином, фундаментальним результатом дослідження Боголюбова було не тільки обґрунтування рівняння Больцмана на основі динамічної теорії, а і його суттєве уточнення.

Дещо інший варіант розкладання за малим параметром був застосований М.М. Боголюбовим у задачі щодо системи частинок, які взаємодіють за законом Кулона. Такою є, зокрема, задача про розчин сильних електролітів. Спільно з С.В. Тябликовим і В.В. Толмачовим він у 1958 р. розробив послідовну теорію сильних електролітів [59]. У 1955 р. М.М. Боголюбовим та Д.Н. Зубаревим було побудовано метод дослідження неідеальних квантових систем, у основу якого покладене введення фур'є-компонент густини як колективних змінних [60].

Результати М.М. Боголюбова з нерівноважної статистичної механіки класичних систем значною мірою сприяли тому, що статистична фізика стала одним із найважливіших розділів сучасної теоретичної фізики. Фундаментальна монографія М.М. Боголюбова "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" на багато років визначила розвиток статистичної фізики в Україні і світі, а його результати і нині є підґрунтям для багатьох сучасних методів статистичної фізики.

РОЗДІЛ 5

---

**РОЗВИТОК  
СТАТИСТИЧНОЇ  
ФІЗИКИ В УКРАЇНІ  
В ШКОЛІ  
М.М. БОГОЛЮБОВА  
(50—60-і рр. ХХ ст.)**

---





*Створення М.М. Боголюбовим  
мікроскопічних теорій  
надплинності та надпровідності*

*Внесок наукової школи М.М. Боголюбова  
в статистичну фізику*

*Поширення М.М. Боголюбовим та його школою  
методів статистичної фізики  
на квантову теорію поля  
та теорію елементарних частинок*







### *5.1. Створення М.М. Боголюбовим мікроскопічних теорій надплинності та надпровідності*

Значним внеском у квантову статистичну фізику стали також роботи М.М. Боголюбова з теорії конденсації неідеального бозе-газу. Побудова мікроскопічної теорії надплинності, яка є фундаментальною властивістю бозевських систем, привернула увагу М.М. Боголюбова ще в 1947 р. У цьому ж році було надруковано дві його праці, де описано послідовну наближену схему вторинного квантування щодо моделі неідеального бозе-газу [1,2].

Явище надплинності рідкого гелію, тобто відсутності в ньому будь-якого тертя, було експериментально відкрито П.Л. Капіцею, а також незалежно від нього Дж. Алленом і А. Майзнером у 1938 р. [3—5]. Виявилось, що нижче температури 2,19 К рідкий гелій розкладається на дві компоненти: надплинну, абсолютно позбавлену в'язкості (гелій II) і нормальну (гелій I). З приводу цього відкриття П.Л. Капіца писав у своїй праці: "Ми запропонували вважати, що He-II — ідеально плинна рідина, і за аналогією із надпровідністю назвали цю властивість надплинністю" [6, с. 28].

Надплинність рідкого гелію є унікальним явищем природи, у якому властиві мікрооб'єктам квантові закономірності виявляються в макроскопічних масштабах. Дослідження надплинності відбувалось в двох напрямках: побудова феноменологічної макроскопічної теорії, яка б відображала всю сукупність експериментальних фактів, та розробка мікроскопічної теорії, яка б пояснювала внутрішній механізм явища і встановлювала б зв'язки між динамічними величинами, з яких випливають рівняння мікроскопічної теорії.

На можливість квантово-механічного обґрунтування ефектів у рідкому гелії вказували Л. Тісса (1938 р.) [7] та Г. Лондон (1939 р.) [8]. На цій основі Л. Тісса розробив макроскопічну теорію надплинності, у якій рідкий гелій при нижчій температурі, ніж температура фазового переходу, розглядався як сукупність надплинної та нормальної компонент, кожна з яких може рухатися зі своєю швидкістю. Більш розвинуту форму макроскопічної теорії надплинності в 1941 р. дав Л.Д. Ландау у статті "Теорія надплинності гелію II", де рух над-

плинної компоненти відрізняється від руху нормальної не тільки відсутністю в'язкості, а й тим, що він є обов'язково потенціальним [9]. Л.Д. Ландау побудував досить повну картину відомих властивостей гелію II та передбачив ряд нових. Зокрема, було визначено характер розподілу енергетичних рівнів у спектрі гелію II як квантової рідини, досліджено температурну залежність гелію II, передбачено одночасне існування в гелії II при температурах, що відрізняються від абсолютного нуля, двох рухів — надплинного та нормального, виведено рівняння макроскопічної гідродинаміки гелію II, передбачено в ньому другий звук. Таким чином, Л.Д. Ландау вперше дав якісне пояснення надплинності на основі феноменологічних уявлень про те, що слабкозбуджені стани квантової рідини мають вигляд елементарних збуджень (квазічастинок). Він емпірично зробив припущення про характер спектра елементарних збуджень в рідкому гелії, який складається з двох гілок: фононної, де  $\varepsilon(p) = cp$ , та ротонної, де  $\varepsilon(p) = \Delta + (p - p_0)^2 / 2\mu$ . Тут  $\Delta$ ,  $c$ ,  $p_0$  — деякі сталі,  $\mu$  — ефективна маса. Саме фононний характер спектра при малих імпульсах і забезпечує можливість утворення "зв'язаного" колективу бозонів, який здійснює надплинний рух. Згідно з цією теорією He II, як це й спостерігалось, протікає через вузьку щілину, не переносячи ентропію.

Ці дослідження Л.Д. Ландау продовжив у 1944 р. у статті "До гідродинаміки гелію II" [10, т.1, с.453—457], а також у 1948 р., у спільній з І.Я. Помєранчуком праці, де було розглянуто поведінку сторонніх атомів в гелії II [10, т. 2, с. 35—37] і у 1949 р., коли ним з І.М. Халатниковим було визначено в'язкість гелію II [10, т. 2, с. 66—109]. У подальшому в 1956—1957 рр. Л.Д. Ландау побудував загальну теорію фермі-рідин, засновану на представленні енергії збуджень як функціонала від функції розподілу [10, т. 2, с. 328—348]. За ці дослідження з теорії конденсованих середовищ у 1962 р. Л.Д. Ландау було присуджено Нобелівську премію з фізики.

Проте, незважаючи на успіхи макроскопічної теорії надплинності, вона не привела до повного розуміння причин цього явища та його внутрішнього механізму. Зокрема, Р. Фейнман [11] показав, що квантова гідродинаміка не передбачає спектра збуджень, як це раніше вважали Ландау та інші дослідники. Оскільки гідродинаміка Ландау повинна приводити до множини більш низьких збуджень, то вона не пояснює надплинності. Помилка Л.Д. Ландау, на думку Р. Фейнмана, була в тому, що, неявно припускаючи розрізнення частинок, він не врахував ефекти статистики [12].

Складність побудови мікроскопічної теорії надплинності полягала в тому, що безпосередньо розрахувати властивості реального рідкого гелію було неможливо через відсутність у задачі малого параметра. Ідеальний бозе-ейнштейнівський газ не має властивості надплинності тому, що конденсат (тобто сукупність частинок, імпульс яких точно дорівнює нулю), не створює зв'язаного колективу і ніяк не реагує на процес руху окремих частинок, які містяться у ньому. Таким чином, для пояснення явища надплинності необхідно було враховувати взаємодію між частинками, тому за об'єкт

дослідження найдоцільніше було вибрати неідеальні бозе-системи. За цих умов й було розроблено мікроскопічну теорію надплинності М.М. Боголюбовим (1947).

Оскільки елементарні збудження в неідеальному бозе-газі є суперпозицією операторів народження та знищення частинок з протилежно направленими імпульсами, то М.М. Боголюбов припустив, що слабкозбуджені стани неідеального бозе-газу можна розглядати як стани бозе-газу квазічастинок, і що закон дисперсії квазічастинок, які при малих імпульсах мають лінійний хід, задовольняє критерій надплинності. Тим самим фактично було дано мікроскопічне пояснення явища надплинності в  $\text{He}^4$ , пов'язане з утворенням термодинамічно стійкого бозе-конденсату в цій системі при досить низьких температурах та при слабкій взаємодії (відштовхуванні), завдяки якій бозе-конденсат створює зв'язаний колектив, і "випадання" окремих частинок з нього стає енергетично не вигідним.

М.М. Боголюбову належить мікроскопічне доведення того, що при деяких умовах в слабконеідеальному бозе-газі вироджений конденсат може рухатися без тертя відносно елементарних збуджень з довільною досить малою швидкістю  $u \leq \varepsilon \min(p) / |p|$  [13]. В ідеальному ж газі, де не враховується взаємодія між бозонами,  $\varepsilon(p) = p^2/2m$ ,  $\min \varepsilon(p) / |p| = 0$  і явище надплинності відсутнє.

Виходячи із загального гамільтоніана для бозе-систем і припускаючи, що макроскопічна кількість частинок перебуває в основному стані з нульовим імпульсом, М.М. Боголюбов одержав для збуджень апроксимуючий гамільтоніан, який є квадратичною формою від операторів народження та знищення. Оскільки звичайна теорія збурень тут виявилась незастосовною внаслідок сильної взаємодії частинок з протилежними імпульсами, то для розрахунку спектра  $\varepsilon(p)$  елементарних збуджень була запропонована діагоналізація гамільтоніана. Для цього вперше М.М. Боголюбовим було запроваджено  $U$ - $V$ - канонічні перетворення, відомі нині як перетворення Боголюбова, а також поза межами теорії збурень знайдено спектр  $\varepsilon(p)$  елементарних збуджень слабконеідеального бозе-газу, з виразу для якого впливав висновок про єдність спектра фонон-ротонних збуджень. Виявилось, що даний спектр має ті самі властивості, що й спектр гелію II, тобто що гелій II може знаходитися у виродженому стані і мати надплинність. Завдяки цьому було створено теоретичну модель для пояснення явища надплинності гелію II.

Квазічастинкове тлумачення, дане теорією Боголюбова, дозволило побудувати прозору фізичну картину надплинного стану, систему гідродинамічних рівнянь у всьому діапазоні температур, послідовно описати енергетичний спектр надплинної системи та пояснити співвідношення між надплинними та нормальними станами. Висновок про те, що сили відштовхування між бозонами сприяють надплинності, а сили притягування заважають, тобто що звичайна парна взаємодія не руйнує, а, навпаки, стабілізує основний стан системи, завдяки чому відбувається нібито злипання частинок з протилежними імпульсами, виходило за межі розглянутої М.М. Боголюбовим моделі. В по-

дальшому це стало основою для введення такого важливого поняття класичної і квантової статистики, як стійкість взаємодій. Таким чином, можна стверджувати, що теоретичні праці Л.Д. Ландау та М.М. Боголюбова з теорії надплинності разом з експериментальними роботами П.Л. Капіци започаткували фізику квантових рідин.

У розвиток цих ідей в 1963 р. у праці [14] М.М. Боголюбов, виходячи з рівнянь руху однакових бозе-частинок, дав послідовне виведення рівнянь гідродинаміки надплинної ідеальної рідини, і одержав гідродинамічне наближення для функцій Гріна. Він також поширив виведення рівнянь гідродинаміки для нормальної компоненти на випадок наявності надплинної компоненти [15].

У 1949 р. М.М. Боголюбов узагальнив свої результати, пов'язані з побудовою молекулярної теорії надплинності та полярної моделі металу, розробленої спільно з учнем С.В. Тябликовим [16—18], у монографії "Лекції з квантової статистики" [19]. Ця книга стала першим систематичним викладенням основних положень і методів статистичної механіки квантових систем, перш за все методу статистичних операторів комплексів молекул та тісно пов'язаного з ним методу наближеного вторинного квантування, що базується на квазікласичному описі основного стану системи за методом Фока. Елементарні збудження відповідають малим відхиленням від цього стану. В монографії М.М. Боголюбов запровадив також нове поняття стану систем у квантовій статистичній механіці як нескінченної послідовності статистичних операторів, еволюція якого описується рівняннями для статистичних операторів (нині їх називають рівняннями Боголюбова). Слід підкреслити, що праці М.М. Боголюбова з класичної та квантової статистики в цілому започаткували новий напрям в сучасній математичній фізиці — математичну фізику нескінченних систем, характерною рисою якої є поняття стану. В класичній математичній фізиці стан системи задається скінченним числом функцій, які визначаються через розв'язки скінченної системи диференціальних рівнянь в частинних похідних. На відміну від цього в сучасній математичній фізиці стан описується нескінченною послідовністю функцій від зростаючого числа аргументів, які задовольняють операторні рівняння.

Розроблений Боголюбовим метод побудови секулярного рівняння для полярної моделі металу суттєво поліпшив метод Гайтлера—Лондона і за змістом виявився спеціальною формою методу Рітца. Для розв'язання даного рівняння використовували метод наближеної ортогоналізації пробних хвильових функцій та метод теорії збурень для визначення енергетичного спектра. Було також встановлено важливі співвідношення, що пов'язують ферміонні, бозонні та спінові оператори, та побудовано розв'язок секулярних рівнянь у другому та третьому наближеннях. Саме третє наближення дає можливість вивчення властивостей електричного струму.

Багатоелектронний метод Боголюбова є послідовним методом при тлумаченні обмінної взаємодії в кристалах. Він дає змогу врахувати всі типи

обмінних взаємодій більш строго, ніж це може бути зроблено при "механічному" перенесенні результатів "молекулярної" задачі трьох центрів — чотирьох електронів на кристал.

Методи, розроблені М.М. Боголюбовим у монографії "Лекції з квантової статистики", стали основою для активного розвитку мікроскопічної теорії феромагнетизму, зокрема, дослідження спектрів елементарних збуджень феромагнітних та антиферомагнітних кристалів. Так, М.М. Боголюбов і С.В. Тябликов розробили один з варіантів теоретико-польової техніки в статистичній фізиці — техніку температурних двочасових (запізнювальних і випереджальних) функцій Гріна. Цей метод зручний завдяки простоті аналітичних властивостей фур'є-образів запізнювальної і випереджальної функцій Гріна в комплексній площині енергетичної змінної. Важливим новим результатом, одержаним С.В. Тябликовим, було уточнення низькотемпературного розкладання для намагніченості феромагнетиків. Більш докладно ці проблеми досліджувались у працях С.В. Тябликова та Д.М. Зубарева в 1960—1963 рр. Метод двочасових функцій Гріна та його численні застосування в статистичній механіці викладено в 1961 р. у монографії В.Л. Бонч—Бруєвича та С.В. Тябликова "Метод функцій Гріна в статистичній механіці" з передмовою М.М. Боголюбова [20].

Нескінченна система рівнянь для двочасових функцій Гріна, складена на основі зредукованого гамільтоніана теорії надпровідності, розглядалася в праці М.М. Боголюбова, Д.М. Зубарева та Ю.О. Церковникова "Асимптотично точний розв'язок для модельного гамільтоніана теорії надпровідності" [21]. Крім того, в 1958 р. С.Т. Беляєв побудував діаграмну техніку для нормальних та аномальних функцій Гріна при нульовій температурі [22].

Важливість розглянутих досліджень М.М. Боголюбова полягає також в їх подальшому розвитку. Ідея про те, що за певних умов енергетичний спектр фермівської системи можна зобразити у вигляді сукупності елементарних збуджень, які підпорядковуються статистиці Бозе—Ейнштейна, стала базою для побудови вченим мікроскопічної теорії надпровідності, у якій було запропоновано загальну схему неідеального фермі-газу зі слабкою взаємодією. Подібні елементарні збудження в такому газі, які пов'язують оператори народження та знищення частинок з протилежно напрямленими імпульсами та спінами, дають теоретичне пояснення явища надпровідності. Фізичною причиною появи подібних зв'язаних пар у металі є взаємодія електронів з коливаннями ґратки. При переважанні сил притягання в такому газі виникає надплинність та можна побудувати фізичну картину надплинного стану. Виявилось, що єдина суттєва розбіжність між надпровідними та надплинними системами полягає в тому, що в надплинних системах струмовий стан завжди метастабільний, а в надпровідних він стабілізується магнітним полем. Аналогія між надпровідністю та надплинністю є настільки глибокою, що в певному розумінні обидва явища можна розглядати як одну загальну фундаментальну властивість квантових рідин.

Явище надпровідності було відкрито Г. Камерлінг-Оннесом ще у 1911 р. [23], проте його вивчення проходило порівняно повільно. Основним для аналізу макроскопічних властивостей став ефект, відкритий у 1933 р. В. Мейснером та Р. Оксенфельдом, коли виявилось, що разом з ідеальною провідністю надпровідник має ідеальний діамagnetизм (ефект Мейснера) [24]. Стало зрозуміло, що багато властивостей, пов'язаних з нескінченною провідністю, є наслідком магнітних властивостей.

Уже в 1935 р. Ф. Лондоном та Г. Лондоном було розвинуто макроскопічну теорію надпровідності — феноменологічну теорію електродинамічних властивостей, в основу якої було покладено діамagnetизм надпровідників та передбачено, що глибина проникнення повинна бути порядку  $10^{-6}$  см [25]. Теорія Лондонів базується на припущенні, що вектор-потенціал електромагнітного поля в даній точці зображується через струм у цій точці. У 1948 р. Ф. Лондон вказав загальний напрямок, за яким доцільно шукати пояснення надпровідності, підкресливши, що діамagnetічні властивості можна обґрунтувати, виходячи з квантово-механічних уявлень, якщо припустити "жорсткість" основної функції електронів в надпровідному стані, тобто, що хвильова функція слабо змінюється під дією зовнішнього магнітного поля [26].

У 1950 р. В.Л. Гінзбург і Л.Д. Ландау в праці [27] узагальнили феноменологічну теорію Лондонів, запропонувавши напівфеноменологічну теорію, одним із успіхів якої стало обчислення енергії на межі поділу нормальної та надпровідної фаз (теорія Гінзбурга—Ландау). У 1953 р. теорію Лондонів поліпшив А. Піппард [28], який перейшов до нелокальних уявлень та зобразив відповідну залежність за допомогою векторного усереднення в околі. Ввівши "довжину когерентності", він нелокально змінив рівняння Лондонів для пояснення результатів експериментів щодо визначення глибини проникнення. Пізніше, після побудови мікроскопічної теорії, стало зрозумілим, що саме теорія Піппарда є більш правильною макроскопічною теорією.

Проте, незважаючи на пояснення ефекту Мейснера, електродинаміка надпровідників, заснована на працях Лондонів, була, як правило, непридатною для реальних умов. Протягом тривалого часу, незважаючи на деякі окремі успіхи, спроби побудувати загальну мікроскопічну теорію надпровідності не приводили ні до яких результатів. У певній послідовній та замкненій формі її не існувало до 1957 р., хоч в цій галузі й були висловлені деякі важливі ідеї.

Так, ще на початку розробки теорії металів у 1928—1930 рр. Ф. Блох пояснив електричний опір металів тим, що рухомі електрони збуджують коливання ґратки, віддаючи їй свою енергію, і тим самим нагрівають її. Враховуючи квантовий характер коливань ґратки металу, він пояснив електричну взаємодію як випромінювання або поглинання електроном кванта коливань — фонона.

Суттєвий внесок у розвиток теорії зробив у 1950 р. Г. Фр'юліх, аналізуючи властивості електрон-фононої взаємодії. Він перший висунув ідею про те, що явище надпровідності визначається головним чином взаємодією електронів з фононами ґратки, тобто тією самою взаємодією, яка у звичайних умо-

вах зумовлює опір металу. Г. Фр'оліх та незалежно Дж. Бардін відкрили новий тип непрямого зв'язку між електронами (сили притягання), яку можна наочно уявити як результат обміну віртуальними фононами ґратки [29, 30]. У 1951 р. Дж. Бардін здійснив спробу побудувати теорію надпровідності, основу на врахуванні електрон-фононої взаємодії [31], а в 1952 р. провів обчислення притягання між електронами, зумовленого обміном віртуальними фононами з урахування кулонівської взаємодії [32].

Однак динамічна система, визначена гамільтоніаном Фр'оліха, виявилась складною для математичного опису, і йому не вдалося розв'язати поставлену задачу та побудувати послідовну мікроскопічну теорію надпровідності. Проте, виходячи з загальних якісних міркувань, Г. Фр'оліх зробив правильний висновок, що температура фазового переходу з нормального у надпровідний стан повинна бути пропорційною енергії, тобто обернено пропорційною кореню квадратному з маси атома ґратки (ізотопічний ефект). Даний ефект, на існування якого вказувала теорія Фр'оліха, того ж року експериментально підтвердили Е. Максвелл та С. Рейнольдс [33, 34]. Після цього важливого відкриття з'явилась впевненість, що дійсно саме електрон-фононна взаємодія відповідальна за явище надпровідності. Залишались, однак, незрозумілими інші властивості надпровідників, а також те, як ця слабка взаємодія змінює структуру електронної системи.

Нові важливі ідеї були висунуті М. Шафротом, Дж. Блаттом і С. Батлером [35, 36]. Відомо, що для бозе-газу, який складається з заряджених частинок, нижче його температури переходу повинні справджуватися ефект Мейсснера та інші властивості надпровідників. Намагаючись на цьому шляху пояснити надпровідність, М. Шафрот, Дж. Блатт і С. Батлер припустили, що можуть існувати локалізовані пари електронів, підпорядковані статистиці Бозе—Ейнштейна. З 1954 р. вони систематично розвивали уявлення про суттєву роль парних кореляцій електронів та про утворення вільних "квазімолекул", що складаються з двох електронів і тому підлягають статистиці Бозе—Ейнштейна. Цими вченими було зроблено спробу розвинути теорію надпровідності за допомогою методу, названого ними квазіхімічним. У їх концепції основним чинником, зумовлюючим утворення квазімолекул, є фр'оліховське притягання двох електронів в околі Фермі. Поява конденсату в системі молекул — це і є, на їх думку, виникнення надпровідності.

Нині зрозуміло, що уявлення М. Шафрота, Дж. Блатта і С. Батлера були досить близькими до істини. Але через математичні труднощі їм не вдалося послідовно провести обчислення для жодної моделі, яка б мала надпровідні властивості, та побудувати переконливу схему. Для якісного розгляду вони запропонували модель з локалізованими парами, в якій середній розмір пар менший за відстань між ними. Такі пари здатні рухатись поступально, і можлива їх аналогія з бозе-газом.

Над експериментальним і теоретичним обґрунтуванням теорії надпровідності, крім названих вчених, працювали також В. Кеєзом (1924 р.) [37],



Дж. Бардін



Л. Купер



Дж. Шріффер

А. Рутгерс (1933 р.) [38], К. Гортер (1933 р.) [39], Б. Казимір (1934 р.) [40], Р. Понтіус (1954 р.) [41], Д. Шьонберг (1940, 1949 рр.) [42, 43].

Так, К.Гортер у 1933 р. провів термодинамічний розгляд надпровідного переходу та дістав зв'язок між електронною теплоємністю та критичним полем. Наступного року він разом з Б. Казиміром за допомогою дворідинної моделі феноменологічно описав перехід другого роду та деякі інші властивості надпровідників. Д. Шьонбергу вдалося визначити залежність глибини проникнення від температури для олова та ртуті, яка підтвердила передбачення теорії Лондонів.

Подальший принциповий успіх теорії було пов'язано з дослідженнями Дж. Бардіна, Л. Купера і Дж. Шріффера. Праця Л. Купера [44] з'явилася в 1956 р., коротку замітку Дж. Бардіна, Л. Купера і Дж. Шріффера [45] було опубліковано в квітні, а їх докладну працю [46] — в грудні 1957 р.

Перший крок, зроблений у цьому напрямі Л. Купером [44], показав, що у випадку результуючого притягання в фермі-системі дві частинки, які знаходяться над фермівським фоном нормального металу, можуть створювати зв'язану пару з вирашем у сумарній енергії. Л. Купер знайшов, що при цьому створення пари (пізніше названою куперовською парою) відбувається і при як завгодно малому притяганні, оскільки основний стан фермі-газу у даному випадку виявляється нестійким відносно створення зв'язаних пар (ефект Купера). Куперовські пари є бозе-частинками, і коли для них виконується критерій Ландау, тобто відбувається конденсація пар, то газ із цих пар буде надплинним (або надпровідним, оскільки кожна пара несе подвоєний заряд електрона  $2e^-$ ).

Дж. Бардін, Л. Купер і Дж. Шріффер побудували модельний гамільтоніан, в якому взаємодію електронів через фонони замінили прямою взаємодією електронів. Вони вибрали хвильову функцію основного надпровідного стану у вигляді добутку парних функцій, які містять у собі параметри, що визначаються на основі варіаційного принципу мінімуму енергії, тобто хвильова функція



є конфігурацією "нормального типу", що відповідає металу в нормальному (не надпровідному) стані. В цих конфігураціях індивідуальні електронні стани заповнені парами електронів з протилежними спінами та імпульсами, причому для спрощення враховувалась тільки взаємодія електронів з нульовим сумарним імпульсом. Таким шляхом Бардін, Купер та Шріффер встановили, що енергії збуджених станів відділені щільною від основного стану, що і є причиною появи в їх схемі надпровідності. В початковій короткій замітці вчені обчислили для спрощеної моделі різницю енергій між нормальною та надпровідною фазами при температурі 0 К та показали, що для збудження електронів з основного надпровідного стану необхідно подолати енергетичну щільну, тобто для створення в системі електронів надпровідного стану потрібно розірвати принаймні одну пару.

В своїй докладній роботі вони знайшли спектр електронних збуджень при відмінній від нуля температурі, який було використано для обчислення теплових та електромагнітних властивостей в сталому та низькочастотному полі. Було показано, що з теорії випливає фазовий перехід при критичній температурі, пояснено ефект Мейсснера та існування незгасаючого струму, з'ясовано, що характер електродинаміки надпровідників суттєво залежить від відношення розміру куперовської пари та лінійного розміру тієї ділянки простору в надпровіднику, де помітно змінюється магнітне поле. Таким чином, Дж. Бардіним, Л. Купером та Дж. Шріффером на основі уявлення про те, що частинки з протилежними імпульсами і спінами утворюють зв'язані пари, було розроблено послідовну мікроскопічну теорію надпровідності (теорія Бардіна—Купера—Шріффера, або теорія БКШ).

Однак через недостатньо обґрунтовані спрощення та наближення в теорії БКШ, виникли сумніви щодо її переконливості. Так, запізнювальну взаємодію електронів вони замінюють їх миттєвою прямою взаємодією, функцію, що характеризує останню — деякою сталою всередині енергетичного шару в околі поверхні Фермі, а поза його межами взаємодія вважається рівною нулю. Крім того, розглядалися тільки частинки в стані конденсату. До того ж виявилось, що за цією схемою відсутня гілка енергетичного спектра, яка характеризує колективні збудження, і не враховано належним чином ефект кулонівських сил.

Аналіз математичної структури теорії БКШ проводили Дж. Валатін [47], М.М. Боголюбов із співробітниками [48—54]. "Ще до того, як у Москві стала відомою докладна робота БКШ, — писав М.М. Боголюбов наприкінці вересня 1957 р., — мені вдалося показати, що метод, розроблений нами для побудови мікроскопічної теорії надплинності бозе-систем, може бути узагальнено також для послідовної побудови теорії надпровідності на основі початкової моделі Фр'юліха.

На шляху узагальнення методу канонічних перетворень з нашої теорії надплинності було одержано формули основного надпровідного стану та його збурень ферміонного типу з характерною енергетичною щільною. Підкрес-

люємо, що проведені нами дослідження підтверджують правильність в першому наближенні формул БКШ для розрахунку основного стану і одноферміонних збуджень" [55, т. 3, с. 25].

В.П. Шелест зазначав з цього приводу: "Ідею куперовських пар подали БКШ, ідею енергетичної щілини — Л.Д. Ландау. І в такому якісному стані ця теорія перебувала, поки до справи не взявся М.М. Боголюбов. Відтоді наука стала кількісною" \*.

М.М. Боголюбов ввів у модель Фр'юліха явним чином члени, які відповідають кулонівському відштовхуванню між електронами, та дістав критерій надплинності. Властивість надплинності виявляється в такій системі, якщо в ній переважають сили притягання. При такому підході вже не можна говорити про окремі молекули, а потрібно розглядати весь колектив, процес взаємодії у якому характеризується зв'язуванням частинок у комплекси. Зазначимо, що необхідність розгляду "колективних" електронних збуджень замість індивідуальних молекул вперше була підкреслена Л.Д. Ландау в його відомій праці з надплинності (1941 р.) [56].

М.М. Боголюбов здійснив повне систематичне вивчення моделі Фр'юліха. Узагальнивши методику Гелл—Манна—Бракнера—Савада у сенсі розвинутого раніше методу вторинного квантування, він розглянув також колективні бозонні збудження для моделі Фр'юліха та встановив наявність двох типів таких збуджень — поздовжнього та поперечного. В його теорії електронні збудження є колективним ефектом і не можуть ототожнюватись з індивідуальними молекулами. Роль колективних збуджень електронів описували в своїх працях Ф. Андерсон [57], Й. Намбу [58], Д. Пайнс та Дж. Шріффер [59] 1958—1959 рр., де було з'ясоване питання про градієнтну інваріантність при обчисленні ефекту Мейсснера.

Картина, яка впливала з праць М.М. Боголюбова, виявилась близькою до уявлень, що були висунуті та дискутовані М. Шафротом, Дж. Блаттом і С. Батлером [35, 36]. Цікавими є спогади М.М. Боголюбова про народження цієї ідеї: "Над цією проблемою працювали не лише ми, великий внесок в неї зробили англійський вчений Фр'юліх, американські вчені Бардін, Купер, Шріффер, австралійці Батлер та Блатт. Нас до неї підштовхнула одна приваблива ідея. Це було влітку минулого року, коли запанував відпускний настрій. Дискусія наша відбувалася досить бурхливо, адже у фізиків-теоретиків, як відомо, ніколи не буває єдиної думки з жодного питання. І тут раптово ми переключились на найжорсткіший режим через ідею, яка несподівано майнула..." [60].

У цей період М.М. Боголюбов працював з двома групами учнів, ядро яких склали Д.В. Ширков, Д.М. Зубарєв, С.В. Тябликов, В.В. Толмачов, Ю.О. Церковников. Одна група починала роботу разом з Миколою Миколайовичем з ранку. Після обіду приходила друга група, але інтенсивність роботи залишалась такою ж. Коли темпи помітно починали спадати, учні уходили, а Микола Миколайович залишався в лабораторії і працював сам. Так тривало майже півроку, поки проблему не вдалося вирішити в основному.

Учні М.М. Боголюбова зазначають, що до теорії надпровідності у М.М. Боголюбова було особливе ставлення, він дуже любив цю тематику і абсолютно всі обчислення, перепроверяючи своїх помічників, зробив сам. Причому основним мотивом докладного дослідження моделі БКШ для М.М. Боголюбова було не тільки бажання домогтися повної математичної строгості, а й прагнення до кінця зрозуміти причину появи в теорії надпровідності "аномальних" середніх та з'ясувати, в якому саме розумінні розглядається усереднення.

У роботах [21, 53, 61] М.М. Боголюбов із співавторами описав асимптотично точний (у термодинамічній границі) розв'язок для моделі БКШ теорії надпровідності. Важливо, що це становило основу для подальшого розвитку цілого напрямку, так званого методу апроксимуючого гамільтоніана [61, 62]. При цьому було застосовано спеціальний технічний прийом, що полягав у введенні додаткового оператора  $\nu U$  у вихідний гамільтоніан взаємодії, який відігравав допоміжну роль при відборі необхідних розв'язків, забезпечуючи наявність надпровідної фази при досить низьких температурах. В остаточних результатах вважають  $\nu = 0$ . Цей, на перший погляд, чисто технічний прийом дав можливість М.М. Боголюбову розробити (1961 р.) потужний метод теорії фазових переходів, відомий нині як метод квазісередніх Боголюбова [63, 64].

Метод квазісередніх при теоретичному дослідженні подібних систем дозволяє позбутися квазівиродження основного стану. Після цього в системі можна застосовувати регулярні методи теорії збурень. У згадуваній праці "Квазісередні в задачах статистичної механіки" (1961 р.) М.М. Боголюбов писав: "Для того, щоб застосувати будь-яку форму теорії збурень для вивчення вироджених станів статистичної рівноваги, необхідно передусім зняти виродження, або, що те саме, розглядати не функції Гріна, побудовані зі звичайних середніх, які задовольняють всі правила відбору, а функції Гріна, побудовані з цих квазісередніх, які не задовольняють деякі з цих правил" [63].

Ідеї М.М. Боголюбова про квазісередні значно вплинули на розвиток статистичної фізики. Його метод засновано на тому, що в задачах статистичної механіки, завдяки наявності адитивних законів збереження, завжди існує так зване виродження, у багатьох статистичних системах основний стан виявляється нестійким відносно малих збурень. Так, у випадку моделі ферромагнетизму Гейзенберга при температурах, нижчих точки Кюрі, значення сумарного вектора намагнічування не дорівнює нулю, а його напрямок може бути взятий довільним. У цьому розумінні стан статистичної рівноваги є виродженим. Аналогічна ситуація спостерігається також в інших системах, що допускають фазовий перехід — надпровідники, надплинні бозе-системи. У них при досить низьких температурах додавання до гамільтоніана нескінченно малих джерел, які знімають виродження (і, відповідно, порушують той чи інший адитивний закон збереження), приводить до скінченного приросту середніх значень динамічних змінних.

Нерівність Боголюбова дає прості, але строгі докази відсутності ферромагнетизму та антиферромагнетизму в одно- або двовимірних ізотропних моделях

Гейзенберга та відсутності надплинності та надпровідності в одно- чи двовимірних випадках. Крім того, що М.М. Боголюбов показав, наскільки суттєву роль відіграє поняття квазісередніх в статистичній механіці при дослідженні специфічного упорядкування в системах багатьох частинок, він довів, що воно є досить важливим при формулюванні принципу послаблення кореляцій, а також у квантовій теорії поля в тих випадках, коли відбувається виродження, наприклад, при дослідженні так званого спонтанного порушення симетрії [65—67].

Таким чином, разом з розвинутим М.М. Боголюбовим методом двочасових функцій Гріна [68] метод квазісередніх став універсальним засобом вивчення систем, основний стан яких нестійкий відносно малих збурень. Ідеї М.М. Боголюбова про квазісередні мають глибокий зв'язок з теоремою Голдстоуна про порушену симетрію. М.М. Боголюбов показав, що при спонтанному порушенні симетрії в системі завжди виникає строгий порядок, тобто фазовий перехід. Зокрема, в моделі неідеального бозе-газу М.М. Боголюбов одержав строгий результат, відомий як теорема про особливості типу  $1/q^2$ . Згідно з цією теоремою функції Гріна мають особливості типу  $const/q^2$  в околі  $q \approx 0$ , а для надплинних бозе- або фермі-систем густина неперервного розподілу частинок за імпульсами  $q$  при  $q \rightarrow \infty$  прямує до нескінченності більш повільно, ніж  $1/q^2$ . Саме дана теорема дозволила вирішити принципове питання про структуру енергетичного спектра низьколежачих елементарних збуджень в неідеальних бозе- та фермі-системах, а також довести відсутність фазового переходу в одно- та двовимірних моделях неідеального бозе-газу.

Метод квазісередніх М.М. Боголюбова є строгим, конструктивним та загальним методом теорії фазових переходів. Він знайшов також широке використання в теорії поля, дістав нового розвитку в теорії фазових переходів [69,70]. Зокрема, спеціальна форма цього методу дозволила узагальнити теорему Боголюбова про особливості типу  $1/q^2$  і строго довести існування бозе-конденсату для ряду нетривіальних моделей неідеального бозе-газу [71, 72].

Термодинаміку надпровідників було розраховано М.М. Боголюбовим спільно з Д.М. Зубарєвим і Ю.О. Церковниковим на основі модельного гамільтоніана в праці "До теорії фазового переходу" (1957 р.) [53]. Тут же за допомогою теорії збурень вперше було доведено той факт, що задачу із зредукованим гамільтоніаном можна розв'язати асимптотично точно для нескінченно великого об'єму. Ці результати, а також результати подальшого докладного дослідження моделі Фр'юліха, проведені М.М. Боголюбовим та його співробітниками, було викладено в книзі М.М. Боголюбова, В.В. Толмачова та Д.В. Ширкова "Новий метод в теорії надпровідності" (1958 р.) [51].

Таким чином, у працях М.М. Боголюбова було побудовано послідовне мікроскопічне обґрунтування теорії надпровідності як надплинності фермі-систем. Дослідження модельних задач в теорії надпровідності привело М.М. Боголюбова у 1958—1959 рр. до формулювання спеціального методу компенсації небезпечних діаграм та варіаційного принципу в проблемі багатьох

тіл (принципа Хартрі—Фока—Боголюбова), коли мінімум енергії шукають на більш широкому класі функцій, ніж в методі Хартрі—Фока [73—75]. У подальшому, розвиваючи ці ідеї, учень М.М. Боголюбова Д.Я. Петрина запропонував оригінальний метод дослідження моделей типу БКШ безпосередньо при нескінченному об'ємі. В 1971 р. йому вдалося довести існування фазового переходу з нормального в надпровідний стан [76].

Отже, М.М. Боголюбов не тільки заклав фундамент сучасної мікроскопічної теорії надплинності, а й зробив завдяки новизні та ефективності розроблених ним математичних прийомів значний внесок у розвиток інших галузей теоретичної фізики. Так, у 1958 р. на основі цього уявлення він відкрив новий фундаментальний ефект надплинності ядерної матерії [77], виявивши, що стани надпровідного типу можуть виникати як в металах, так і в атомних ядрах (парні взаємодії нуклонів надпровідного типу повинні взагалі відігравати важливу роль в атомних ядрах). У цій праці М.М. Боголюбов вказав на подібність властивостей ядерної матерії електронній структурі металів, при цьому розвиток ідеї надпровідності як надплинності фермі-систем привів його до відкриття ефекту надплинності ядерної матерії та побудови надплинної моделі, або напівмікроскопічної теорії ядра. Ця модель в подальшому докладно вивчалась В.Г. Соловйовим та С.Т. Беляєвим. [78—80]. У працях В.Г. Соловйова на основі систематизації експериментальних даних та застосування до атомних ядер математичного методу, розвинутого М.М. Боголюбовим при побудові теорії надпровідності, було дано мікроскопічне уявлення про складні ядра. Зокрема, ним було зроблено висновок, що в рамках надплинної моделі ядра правильно описується та частина залишкових взаємодій між нуклонами, яка відіграє суттєву роль при порівняно невеликих збудженнях.

Тут знайшов широке використання новий варіаційний принцип Хартрі—Фока—Боголюбова, завдяки якому, зокрема, М.М. Боголюбов запропонував математичний метод для розгляду збуджених станів, пов'язаних з малими коливаннями. Ці збуджені стани утворюються внаслідок когерентної взаємодії багатьох частинок. М.М. Боголюбов ввів недиагональні доданки, склав для них рівняння та запропонував метод розв'язання цих рівнянь. Завдяки цьому він дістав секулярні рівняння для взаємодій загального типу. Явний вигляд цих рівнянь наведено в роботі [75]. Необхідно зазначити, що такого ж типу секулярні рівняння можна дістати за допомогою нового підходу до методу вторинного квантування, запропонованого М.М. Боголюбовим в 1949 р. [19].

Оскільки було показано, що розроблена теорія колективних коливань деформованих ядер правильно описує колективні властивості ядер, то вона виявилась важливою при інтерпретації та плануванні експериментів. Методи вивчення вібраційних станів у сферичних і деформованих ядрах, що застосовуються в теорії ядра [81, 77], є частинними випадками методів, розроблених М.М. Боголюбовим.

Необхідно зазначити, що для впровадження ідеї надплинності в ядерну фізику потрібна була неабияка наполегливість, оскільки в той час була поши-

рена думка, що в рамках нового підходу не може йти мова про опис властивостей конкретних ядер. Однак ідея надплинності виявилась плідною й дозволила зрозуміти численні якісні та кількісні закономірності, відкриті в енергетичних спектрах та інших характеристиках структури ядра.

На широкому використанні методів статистичної фізики базується також сучасна теорія плазми, яка повністю описується в рамках загального динамічного підходу статистичної теорії, запропонованого М.М. Боголюбовим. На базі цього підходу успішного розвитку теорія статистичних та електродинамічних властивостей плазми дістала в Інституті теоретичної фізики НАН України у працях академіка НАН України О.Г. Ситенка і його наукової школи та академіка НАН України А.Г. Загорднього.

У 1986 р. Дж. Беднорц та К. Мюллер відкрили явище високотемпературної надпровідності, повідомивши про одержання речовини, що зазнає надпровідного переходу при 35 К [82]. Після цього експериментаторами різних країн були досягнуті ще більш високі температури (близько 100 К) для металооксидних керамік. У останні роки життя М.М. Боголюбов з учнями зробив спробу застосувати розвинуті ним методи до пояснення високотемпературної надпровідності [83—85]. Необхідно зазначити важливу роль запропонованого ними мікроскопічного підходу для розуміння внутрішнього механізму цього явища, причому одержані результати є важливими як для конкретної моделі, так і з точки зору використання традиційних механізмів.

У ході подальшої розробки нерівноважної термодинаміки стала зрозумілою необхідність вивчення спонтанного утворення та еволюції просторово-неоднорідних станів в нерівноважних системах — так званих дисипативних структур або автоструктур, при зміні рівня збудження вигляд яких плавно чи стрибкоподібно змінюється. (Це явище названо І. Пригожиным самоорганізацією [86], а галузь науки Г. Хакеном — синергетикою [87]). Характер поведінки даних структур виявився таким, що вони поводять себе як єдине ціле, і кожний елемент має інформацію про стан всієї системи. Флуктуації замість затухання можуть зростати, і система еволюціонує, необоротно рухаючись до більш складних рівнів організації. При цьому час виявляється внутрішньою характеристикою даних фізичних систем, яка виражає необоротність відповідних процесів, а еволюція можлива в різних напрямках і містить у собі як детерміністські, так і стохастичні елементи. Дані роботи сприяли оформленню ймовірного стилю мислення в природничих науках, для становлення якого ключовими стали також розглянуті роботи академіка М.М. Боголюбова.

## 5.2. Внесок наукової школи М.М. Боголюбова в статистичну фізику

Ідеї М.М. Боголюбова в галузі статистичної фізики узагальнювали та розвивали його послідовники в Україні. Одним з яскравих представників наукової школи М.М. Боголюбова був академік НАН України Дмитро Якович Петрина — талановитий вчений, учитель, організатор, непересічна особистість. Він збагатив науку фундаментальними результатами в галузі класичної та квантової статистичної механіки, квантової теорії поля, теорії граничних задач у ділянках зі складною структурою. Задачі, розв'язані ним, завжди були пов'язані з необхідністю строгого математичного розгляду.

"Головне місце в житті Дмитра Яковича займала наука. Він був великим трудивником, який віддав науці все своє життя. І наука віддячила йому, подарувавши світове визнання, повагу і любов учнів", — писали про вченого В.І. Герасименко та А. Г. Загородній [88, с.7].

Д.Я. Петрина народився 23 березня 1934 р. у селі Торгановичі Старосамбірського району Львівської області. В 1951 р. вступив на механіко-математичний факультет Львівського університету, який закінчив у 1956 р. за спеціальністю механіка. Того ж року був зарахований до аспірантури Інституту математики АН УРСР, по завершенні якої з 1959 р. працював молодшим науковим співробітником, з 1963 р. — старшим науковим співробітником цього інституту. У 1966 р. перейшов до Інституту теоретичної фізики, де працював старшим науковим співробітником, з 1969 — завідувачем лабораторії, з 1978 р. — керівником відділу статистичної механіки. У 1986 р. відділ Д.Я. Петрини був переведений до Інституту математики. Цим відділом математичних методів у статистичній механіці Інституту математики НАН України вчений керував до останнього дня життя. У 1981 р. Д.Я. Петрині було присвоєно звання професора кафедри теоретичної фізики Київського університету ім. Т.Г. Шевченка, в 1988 р. його обрано членом-кореспондентом, у 2006 р. — академіком НАН України. Праці вченого відзначено Державною премією України в галузі науки та техніки за 2001 рік, преміями Президії НАН України ім. М.М. Крилова (1984 р.) та ім. М.М. Боголюбова (2004 р.).

Протягом тридцяти років Д.Я. Петрина викладав у Київському університеті імені Тараса Шевченка на фізичному та механіко-математичному факультетах,



Академік НАН України  
Дмитро Якович Петрина —  
учень М.М. Боголюбова



Вручення Державної премії України 2001 р. Зліва направо: академік НАН України Д.Я. Петрина, президент України Л.Д. Кучма, президент НАН України Б.Є. Патон, доктор фіз.-мат. наук, професор В.І. Герасименко

підготував 15 кандидатів та 7 докторів наук — О.Л. Ребенко, В.І. Скрипник, В.І. Герасименко, М. Расулова, В.З. Енольський, А.В. Пілявський, О.К. Видибида. Вчений був експертом Вищої атестаційної комісії при Раді Міністрів СРСР та членом редакційної колегії Українського математичного журналу, співпрацював з багатьма провідними науковцями Росії, Італії, Канади, Австрії, Польщі, Ірландії, Німеччини, Франції, Бельгії, США, Японії, Болгарії, Чехії.

Науковий доробок академіка Д.Я. Петрини налічує понад 170 наукових праць, серед яких 6 монографічних оглядів в журналах "Успехи математических наук" і "Soviet Mathematical Review" та 8 монографій, широко відомих у світі. Свою дев'яту монографію він завершив, але не встиг побачити її виходу в світ у 2008 р. в Інституті математики [89].

В галузі статистичної фізики Д.Я. Петрині вдалося розв'язати фундаментальну проблему математичного обґрунтування виведення кінетичного рівняння Больцмана, яке широко використовується для опису газів, плазми, конденсованих станів багаточастинкових систем, а також еволюційних процесів у сучасних технологіях, соціальних науках. Ним також була побудована теорія ланцюжків рівнянь Боголюбова для класичної (1969) та квантової (1972) статистик нескінченних динамічних систем, вперше доведено існування термодинамічної границі для нерівноважних станів.

Спільно зі своїм учителем академіком М.М. Боголюбовим Д.Я. Петрина виконав фундаментальну роботу з обґрунтування термодинамічної границі для станів рівноважних необмежених систем [90]. Нині широко відомою є теорема Боголюбова—Петрини—Хацета про існування термодинамічної границі рівноважних станів статистичних систем, яка стала основою розвитку наприкінці ХХ ст. сучасної математичної статистичної механіки.

У квантовій статистичній механіці вчений першим побудував розв'язки рівнянь Боголюбова для статистичних операторів, при цьому ним було запро-





Академік НАН України Д.Я. Петрина (другий зліва у першому ряду) з учнями. Київ, 1978 р. Зліва направо: перший ряд: доктори фізико-математичних наук О.Л. Ребенко, В.І. Скрипник, В.І. Герасименко; другий ряд: доктор фізико-математичних наук А.В. Пілявський, кандидати фізико-математичних наук П.В. Малишев, М.О. Стащенко

поновано новий підхід, коли квантовий ланцюжок рівнянь Боголюбова розглядається як єдине еволюційне рівняння у функціональному просторі послідовностей ядерних операторів [91]. З даної праці беруть витoki створених Д.Я. Петриною функціонально-аналітичних методів розв'язання ланцюжка рівнянь. Ці результати підсумовано в монографіях "Математичні основи класичної статистичної механіки" та "Кінетичні рівняння динаміки багатьох частинок" (англ. мовою) [92—94]. Роботами вченого початку 70-х рр. XX ст. започатковано математичну теорію нерівноважних статистичних систем. Д.Я. Петриною було одержано принципові результати також у галузі квантової теорії поля, які будуть розглянуті в розділі 5.3.

Дослідження Д.Я. Петрини були продовжені його учнями. Так, у працях доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача відділу математичних методів у статистичній механіці Інституту математики НАН України В.І. Герасименка розвивається напрям, в основу якого покладено застосування рівнянь Боголюбова нескінченночастинкових систем для опису нерівноважних станів статистичних систем, зокрема, кінетичних рівнянь [95—99]. Праці Д.Я. Петрини та В.І. Герасименка в цій галузі було відзначено Державною премією України в галузі науки і техніки за 2001 р.

Доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач відділу математичної фізики Інституту математики НАН України О.Л. Ребенко та С.С. Іванов — перші учні Д.Я. Петрини — при дослідженні модельних систем квантової теорії поля і класичної статистичної механіки методами евклідової квантової теорії поля розглядали рівняння для коефіцієнтних функцій матриці розсіяння в евклідовому просторі-часі з розмірністю 4 та побудували проекційно-ітеративний метод розв'язання цих рівнянь. Даний метод привів до перенормованого ряду теорії збурень, який виявився квазірозв'язком вихідних рівнянь [100, 101].

Доктор фізико-математичних наук В.І. Скрипник встановив відсутність фазових переходів для низки одновимірних неперервних моделей класичної статистичної механіки і розглянув проблему граничного переходу до нескінченного об'єму в моделі з суттєво-нелінійним лагранжіаном. За допомогою трансфер-матриці встановлено відсутність фазових переходів у одновимірних гіббсових неперервних класичних системах з потенціалом з класу додатньо визначених обмежених функцій [102].

У 1971 р. В.П. Яцишиним при доведенні існування фазового переходу з нормального в надпровідний стан було показано, що ланцюжок рівнянь для функцій Гріна має два розв'язки, а саме вільні функції Гріна та функції Гріна надпровідного стану. Даний метод було поширено на бозе-системи та розглянуто для бозе-газу модельний гамільтоніан типу БКШ, якому надано строгий математичний зміст при нескінченному об'ємі [103].

О.К. Видибіда досліджував кінетичні рівняння Боголюбова для класичної статистики і за умови наявності скінченної кількості частинок або скінченного об'єму він побудував розв'язки цих рівнянь у просторі інтегрованих функцій, довів голономність одержаних розв'язків за щільністю та побудував формулу, що наочно відображувала розв'язки кінетичних рівнянь залежно від початкових умов [104]. В цьому напрямку визнаною є фундаментальна праця Д.Я. Петрини про метод області взаємодії [105].

Учень академіка О.С. Парасюка М.С. Гончар також розробляв проблеми статистичної фізики. Він вивчав термодинамічні властивості систем з чисто відштовхувальним потенціалом взаємодії, розвивав метод дослідження багаточастинкових систем у стані рівноваги і створив на цій основі фізичну теорію опису кристалізації в моделі твердих сфер, в рамках якої розв'язав задачу побудови зведених функцій розподілу Боголюбова для випадку відштовхувального парного потенціалу взаємодії за будь-яких значень активності та температури. При цьому ним було доведено, що в модельних системах з відштовхуванням при будь-яких значеннях температури та щільності дальній порядок відсутній, та, як наслідок, одержано узагальнення теореми Боголюбова—Петрини—Хацета—Рюеля на вищі значення щільності нескінченного числа частинок [106—108]. М.С. Гончаром також застосовано методи статистичної фізики до проблем економіки. Зокрема, ним запропоновано підхід, що об'єднує мікро- та макро-економіку з урахуванням стохастичності попиту споживачів та їх взаємодії з фірмами.

Значний внесок у розвиток статистичної фізики було зроблено працями академіка НАН України І.Р. Юхновського та його наукової школи. Так, ним розвинуто метод розкладання Боголюбова за плазмовим параметром для бінарної функції розподілу та розроблено метод колективних змінних (КЗ), в основу якого покладено використання того факту, що в системах заряджених частинок існують далекосяжні взаємодії. Одержані загальні вирази для вищих наближень бінарної функції нині відіграють важливу роль при розробці теорії високотемпературної плазми, теорії електролітів, статистичної теорії металів, надплинної рідини, а також теорії фазових переходів, коли в системі виникають далекоїдучі колективні кореляції. І.Р. Юхновський також вперше дістав високогрупові розкладання для систем заряджених частинок з урахуванням короткосяжних взаємодій [109]. Даний метод став природним розвитком ідей та методів М.М. Боголюбова, причому саме Миколі Миколайовичу належала ідея переходу в розширений фазовий простір для одночасного урахування коротко- та далекосяжних взаємодій.

На основі методу колективних змінних І.Р. Юхновський разом з учнем членом-кореспондентом НАН України М.Ф. Головком вперше побудував послідовну мікроскопічну теорію розчинів електролітів, у якій було враховано взаємодії між усіма частинками розчину і обчислено функції, що визначають ближній порядок у взаємному розміщенні частинок [110]. Важливим результатом І.Р. Юхновського став також новий підхід до опису фазових переходів II роду, ґрунтований на методі КЗ, де головну роль відіграють колективні ефекти, виражені у формі результуючої взаємодії між двома частинками системи. Було запропоновано також метод, узагальнений на дослідження фазових переходів у багатокомпонентних сплавах, у гелії, в моделі Гейзенберга, в неупорядкованих магнітних системах, кластерних моделях сегнетоелектриків та на критичну точку рідина—пара. В подальшому І.Р. Юхновський для дослідження квантових систем заряджених частинок розробив метод зміщень та колективних змінних (ЗКЗ).

Одержані в методі ЗКЗ загальні вирази для термодинамічних та структурних функцій нині успішно застосовуються учнями І.Р. Юхновського у дослідженнях конкретних систем. Так, проаналізовано можливості виникнення надпровідного стану в електронно-іонних системах з різним упорядкуван-



Академік НАН України Ігор Рафаїлович Юхновський — учень М.М. Боголюбова



Три директори Інституту теоретичної фізики НАН України — академіки НАН України (зліва направо) О.С. Давидов (у 1973—1988 рр.), О.Г. Ситенко (у 1988—2002 рр.), М.М. Боголюбов (у 1966—1973 рр.). Семінарська кімната Інституту теоретичної фізики НАН України, 1971 р.



Академіки НАН України  
О.Г. Ситенко (зліва) та  
І.Р. Юхновський



70-річний ювілей академіка НАН України О.І. Ахієзера. Зліва — академік НАН України О.Г. Ситенко. Харків, 1981 р.



Зустріч з Королем Швеції Карлом XVI Густавом (третій зліва) під час конгресу з фізики плазми. Гьотеборг, Швеція, 1982 р. Зліва направо: академік НАН України О.Г. Ситенко, іноземний член НАН України, професор Г. Вільгельмссон (Швеція), американський фізик, професор Масачусетського технологічного інституту Б. Коппі

ням іонної компоненти при низьких температурах (Г.І. Бігун), досліджено електронний газ у періодичному полі іонів (В.А. Предко), обчислено слеттерівську суму високотемпературної плазми, кількісно описано властивості основного стану гелію (І.О. Вакарчук) [111], розвинуто теорію термодинамічних властивостей бінарних сплавів (І.Р. Юхновський, З.О. Гурський) [112], послідовну кількісну теорію електронів в металах (М.В. Ваврух, Г.І. Бігун,



Нобелівський лауреат, член Королівської шведської Академії наук Х. Альфвен (третій зліва) з дружиною, кандидат фіз.-мат. наук В.М. Черноусенко, академіки НАН України О.Г. Ситенко, О.С. Давидов, доктор фізико-математичних наук В.Я. Антонченко. Київ, Інститут теоретичної фізики

Р.М. Петрашко) [113—115]. У 1972 р. Ю.К. Рудавський одержав групові розкладання для вільної енергії спінових систем; І.Р. Юхновський, І.О. Вакарчук, Ю.К. Рудавський і Г.В. Понеділок сформулювали теорію аморфних та рідких магнетиків. І.Р. Юхновський, Р.Р. Левицький та О.В. Держко — послідовну теорію статистичних властивостей частково збуджених систем. Викладені результати використовуються при теоретичних розрахунках нових композиційних матеріалів, розробці ефективних засобів захисту металів та сплавів від дії домішок агресивних середовищ.

Важливість завдань, що стоять перед фізикою плазми, та надзвичайно широке коло явищ, які вивчає ця наука, зумовили її інтенсивний розвиток в останні десятиліття. В основу теорії плазми було покладено використання методів статистичної фізики, детальний опис плазмових середовищ може бути наведено в рамках загального динамічного підходу статистичної теорії, запропонованого М.М. Боголюбовим. На базі цього підходу теорія статистичних та електродинамічних властивостей плазми дістала успішного розвитку в Інституті теоретичної фізики в роботах академіка НАН України О.Г. Ситенка та його школи, дослідження яких дозволяють більш глибоко зрозуміти фундаментальні закономірності поведінки систем багатьох заряджених частинок, а також природу аномальних явищ у плазмі в умовах її магнітного утримання. Так, О.Г. Ситенком було розроблено ймовірносний підхід до теорії плазми, на основі якого досліджено хвилі, випромінювання, флуктуації та процеси перенесення в обмежених системах заряджених частинок, що перебувають в стаціонарних нерівноважних станах. Встановлене вченим узагальнене кінетичне рівняння для хвиль у плазмі, яке враховує нелінійну взаємодію хвиль як

між собою, так і з флуктуаційними полями, дало можливість дослідити процеси розсіяння, трансформації та випромінювання хвиль в нерівноважній плазмі. Було розроблено також теорії електромагнітних флуктуацій в плазмі та поляризаційної взаємодії заряджених частинок з плазмою, передбачено явище комбінаційного розсіяння хвиль у плазмі, вивчено властивості заповненої плазми та колоїдних систем [116, 117]. Розроблено нелінійну електродинаміку плазми та кінетичну теорію відлуння в плазмі [118, 119].

В працях О.Г. Ситенка та К.Н. Степанова з коливань плазми в магнітному полі було сформульовано загальне дисперсійне рівняння для електромагнітних хвиль в рівноважній однорідній плазмі та введено тензор діелектричної проникності плазми в магнітному полі, що дало змогу повністю описати її електродинамічні властивості [120].

Наближений розв'язок ієрархії рівнянь, в основі якого лежить використання розкладань за степенями малого плазмового параметра, дозволяє виразити двочастинкову функцію розподілу через одностинкову і таким способом одержати кінетичне рівняння з інтегралом зіткнень Ландау. При розробці теорії флуктуацій в однорідній плазмі з урахуванням нелінійної взаємодії хвиль було використане розкладання за степенями напруженості поля та введено процедуру усереднення, що враховує принцип послаблення кореляції Боголюбова. З урахуванням розкладання за степенями напруженості поля з мікроскопічних рівнянь виводиться нелінійне рівняння, що подає динаміку електромагнітних полів у плазмі. При цьому електродинамічні властивості плазми повністю визначаються коефіцієнтами нелінійного рівняння. За допомогою методу багаточасових послідовних наближень з нелінійного рівняння виводиться ієрархія рівнянь, які описують різні нелінійні процеси в плазмі. Послідовно перемножуючи нелінійне рівняння само на себе і роблячи далі статистичне усереднення з урахуванням принципу послаблення початкових кореляцій, отримують ієрархію нелінійних рівнянь для послідовності кореляційних функцій. Обриваючи ланцюжок рівнянь та виключаючи з нього вищі кореляційні функції, одержуємо замкнене рівняння для парної кореляційної функції флуктуацій поля з урахуванням як квадратичних за інтенсивністю поля процесів, так і кубічних, а також з урахуванням некогерентних явищ, обумовлених випадковим рухом окремих частинок. У стаціонарному випадку таке рівняння безпосередньо визначає спектральний розподіл енергії флуктуаційного поля. У загальному випадку це рівняння — основа для виведення узагальненого кінетичного рівняння для хвиль, яке й описує турбулентні процеси у плазмі, а також процеси розсіяння й трансформації хвиль, зумовлені флуктуаціями параметрів плазми. Безпосередній аналіз нелінійного рівняння для спектральної квадратичної кореляційної функції флуктуацій електричного поля з урахуванням кубічних доданків показує, що частина з них, яка описує трихвильову взаємодію, розбігається. Вибіркове підсумовування розбіжних доданків формально зводиться до введення діелектричної проникності плазми, модифікованої за рахунок нелінійних ефектів.



Академік НАН України Анатолій Глібович Загородній — директор Інституту теоретичної фізики ім. М.М. Боголюбова НАН України

ступник академіка-секретаря Відділення фізики і астрономії НАН України А.Г. Загородній, який розробив статистичну теорію просторово-обмежених плазово-молекулярних систем і на її основі дослідив вплив взаємодії плазової та молекулярної підсистем на електромагнітні флуктуації у таких системах (разом з І.П. Якименком та Ю.Л. Клімонтовичем), сформулював кінетичні рівняння (типу рівняння Балеску—Ленарда) для функцій розподілу вільних та зв'язаних заряджених частинок в обмежених плазово-молекулярних середовищах, встановив явний вигляд інтегралів зіткнень і дослідив вплив межових поверхонь на розподіли електронів, іонів та молекул поблизу межі середовища [121—130]. А.Г. Загородній розвинув теорію гальмівного випромінювання у плазово-молекулярних системах, яка послідовно враховує всі можливі процеси розсіяння за участю заряджених частинок та молекул (у тому числі з урахуванням іонізації та рекомбінації), а також розсіяння електронів та молекул на колективних флуктуаціях. Разом з О.Г. Ситенком узагальнив теорію флуктуацій у стійкій стаціонарній плазмі на випадок турбулентної плазми з дифузійно-дрейфовими рухами рідинного типу, знайшов динамічні формфактори такої плазми і виявив їх особливості, пов'язані з великомасштабними турбулентними рухами плазми. Запропонував модель немарківської дифузії частинок у турбулентній плазмі, що дає можливість описувати насичення плазових нестійкостей у граничних випадках слабкої і сильної турбулентності, сформулював кінетичні рівняння систем з немарківськими процесами релаксації. А.Г. Загороднім також розвинуто теорію електромагнітних флуктуацій у запо-

труднощі, що виникають при підсумуванні рядів теорії збурень, усуваються за рахунок перенормування теорії. Запропонована О.Г. Ситенком концепція перенормування дозволила побудувати перенормовану нелінійну електродинаміку плазми, застосовну для опису в умовах магнітного утримання плазми широкого кола низькочастотних нелінійних явищ (нелінійна взаємодія хвиль та флуктуацій, слабка та сильна турбулентність, сильнонелінійні збудження та структури, аномальне перенесення і самоорганізація плазми) та їх фундаментальних властивостей в умовах як слабкої, так і сильнонелінійної взаємодії з урахуванням кінетичних та електромагнітних ефектів.

Сьогодні роботи в галузі теорії плазми очолює наступник О.Г. Ситенка на посту директора Інституту теоретичної фізики НАН України, академік НАН України, за-





На першій Міжнародній (київській) конференції з теорії плазми. Інститут теоретичної фізики НАН України, квітень, 1971 р. Перший ряд (зправа наліво): академік М.О. Леонтович, член-кореспондент НАН України В.П. Шелест, академік НАН України М.М. Боголюбов, російський фізик-теоретик, професор М.С. Рабинович. Перший справа у другому ряду: академік Б.Б. Кадомцев. Третій ряд (справа наліво): академік НАН України О.Г. Ситенко, російський фізик-теоретик Ю.Л. Климонтович



На першій Міжнародній (київській) конференції з теорії плазми. Інститут теоретичної фізики НАН України, квітень, 1971 р. Зліва направо: академік Б.Б. Кадомцев, академік НАН України О.Г. Ситенко, російський фізик-теоретик, професор М.С. Рабинович, член-кореспондент НАН України В.П. Шелест, академік НАН України М.М. Боголюбов



Конференція "Фізика в Україні". Київ, 1993 р. Зліва направо: академіки НАН України І.Р. Юхновський, О.Г. Ситенко, професор В. де Альфаро (Італія), іноземні члени НАН України Ю. Даревич (Канада), Р. Джаків (США), професори В.Н. Цитович (Москва), Г.В. Клабдор-Клайнротгаус (Німеччина), академік НАН України А.Г. Загородній, професор П. Сххрам (Ейндховен, Нідерланди).

рошеній плазмі з урахуванням флуктуацій заряду порошинок, вивчено вплив динаміки зарядження порошинок на колективні флуктуації і розсіяння хвиль у плазмі, виконано числове моделювання структурних та термодинамічних властивостей сильнонеідеальних кулонових систем, що моделюють запорошену та колоїдну плазму; показано можливість критичних явищ у таких системах, зроблено якісні висновки щодо критичних значень константи зв'язку та зарядового числа колоїдної компоненти.

Останні роботи А.Г. Загороднього присвячено розробці послідовної кінетичної теорії запорошеної плазми на основі перших принципів статистичної механіки. Він сформулював строгі мікроскопічні рівняння та ланцюжок рівнянь Боголюбова для такої плазми, що дає змогу описати широкий клас нових фізичних явищ у запорошеній плазмі, які досі не мали свого пояснення. За роботи із статистичної теорії плазмово-молекулярних систем А.Г. Загородньому було присуджено премію імені К.Д. Синельникова НАН України.

Академіки О.Г. Ситенко та А.Г. Загородній сприяли організації зустрічей вчених, які працюють в галузі теорії плазми. Так, у 1971 р. Інститут теоретичної фізики вперше у світовій практиці виступив з ініціативою проведення конференцій з теорії плазми. Вже перша конференція, яка проходила від 19 до 23 жовтня 1971 р., збрала більше 250 вчених. Наступні Київські конференції з теорії плазми проходили у Києві (1971, 1974, 1987, 2006 рр.), Трієсті (1977 р.),

Нагойі (1980, 1996 рр.), Гьотеборзі (1982 р.), Лозанні (1984 р.), Нью-Делі (1989 р.), Інсбруку (1992 р.), Фос-Ігуасу (Бразилія) (1994 р.), Празі (1998 р.), Квебеку (2000 р.), Сідней (2002 р.), Ніцці (2004). Успіх Київських конференцій в значній мірі зумовлений підтримкою та авторитетом одного з їх організаторів — М.М. Боголюбова.

Методи, розроблені М.М. Боголюбовим в галузі статистичної фізики, розвивались інтенсивно також у працях академіка НАН України С.В. Пелетмінського. В 1960—1970 рр. С.В. Пелетмінський зі своїми учнями виконав дослідження з розвитку загального методу скороченого опису для широкого класу макроскопічних систем. В основу цього методу, що започаткований у працях М.М. Боголюбова, покладено такі загальні принципи статистичної механіки, як принцип просторового послаблення кореляцій та

ергодичні співвідношення. У працях С.В. Пелетмінського також розвинуто підхід до побудови гідродинаміки надплинної рідини з урахуванням дисипативних процесів.

У 60-ті роки С.В. Пелетмінський разом з В.Г. Бар'яхтаром та В.Ф. Алексініним під керівництвом О.І. Ахієзера працювали над побудовою теорії плазми. Ці праці були присвячені теорії радіаційних ефектів у процесах релаксації та перенесенню у плазмі, що перебувала у сильному магнітному полі, а також квантовим ефектам у електродинаміці релятивістської електрон-іонної та електрон-позитрон-фотонної плазми [131]. Запропонований ними новий механізм релаксації елек-тронів у плазмі, пов'язаний з процесами випромінювання та поглинання фотонів електронами в магнітному полі, виявився визначальним для релаксації електронів і явищ перенесення в плазмі в інтервалі малих густин і високих температур. Одержані результати були широко використані для досліджень релятивістської плазми, властивостей кварків, пошуку кварк-глюонної плазми.

Праці С.В. Пелетмінського мали велике значення для теорії магнетизму, зокрема, для теорії кінетичних і релаксаційних явищ у магнітовпорядкованих кристалах. У 60-ті роки ним разом з О.І. Ахієзером та В.Г. Бар'яхтаром вперше були виконані дослідження магнітопружних хвиль у феромагнетиках та антиферомагнетиках, побудована квантова теорія кінетичних, релаксаційних та високочастотних процесів у феродіелектриках (1959 р.), теорія зв'язаних магнітоакустичних хвиль [132—133], мікроскопічна теорія термогальваномагнітних явищ в металах та напівпровідниках, розв'язано задачу щодо встановлення розподілу Планка для фотонів в середовищі [134], передбачено (1956 р.) нове явище — магнітоакустичний резонанс [135, 136].



Академік НАН України  
С.В. Пелетмінський.

С.В. Пелетмінському належить фундаментальний цикл праць з методології статистичної фізики (60—70-ті роки ХХ століття). Тут ним було запропоновано скорочений метод опису кінетичних процесів, де завдяки певній структурі гамільтоніана стан для великих часів зображується певним набором параметрів, який визначається ергодичними співвідношеннями [137, 138]. Одержане рівняння Пелетмінського—Яценко для статистичного оператора, а також квантові кінетичні рівняння для нормальних та вироджених систем стали суттєвим внеском у нерівноважну статистичну фізику [139, 140].

У тих випадках, коли характер взаємодій в системі не допускає кінетичного етапу еволюції, залишається можливим гідродинамічний етап (наприклад, при малих градієнтах фізичних величин). С.В. Пелетмінський та В.Г. Бар'яхтар показали, що метод скороченого опису дозволяє одержувати рівняння гідродинаміки, а також інші макроскопічні рівняння, причому коефіцієнти перенесення виражаються в термінах рівноважних часових флуктуацій потоків фізичних величин (С.В. Пелетмінський, В.Д. Цуканов) [141, 142].

У працях С.В. Пелетмінського та його учнів також було побудовано нерівноважну крупноструктурну ентропію систем взаємодіючих частинок (С.В. Пелетмінський, О.І. Соколовський, Ю.В. Слюсаренко, В.І. Приходько, Ю.П. Вірченко, М.Ю. Ковалевський), теорію систем із спонтанно порушеною симетрією (С.В. Пелетмінський, Н.М. Лавриненко, О.І. Соколовський, Ю.В. Слюсаренко, В.І. Приходько, О.М. Тарасов), узагальнено фермі-рідинний підхід для надплинних систем (С.В. Пелетмінський, О.О. Яценко, В.В. Красильников, О.О. Ісаєв), досліджено фазові переходи в ядерній матерії [143—145]. Останнім часом С.В. Пелетмінський розробляє теорію періодичного бозе-конденсату [146].

Підводячи підсумок огляду наукової діяльності М.М. Боголюбова в галузі статистичної фізики, слід відзначити не тільки його видатний внесок у розвиток всіх основних напрямів цього надзвичайно складного розділу фізики, а й заслуги в становленні великого колективу учнів, що розвивають його розробки в статистичній фізиці (Москва, Дубна, Київ, Харків, Львів, Бельгія, Болгарія, В'єтнам, Німеччина, Голландія). Важко знайти наукову роботу, в якій так чи інакше не використовувались би ідеї та методи М.М. Боголюбова.

Серед учнів і послідовників М.М. Боголюбова в Україні, що розробляли та узагальнювали його ідеї в галузі статистичної фізики, можна назвати академіків НАН України І.Р. Юхновського, С.В. Пелетмінського, Д.Я. Петрину, О.Г. Ситенка, А.Г. Загороднього, членів-кореспондентів НАН України Е.Г. Петрова, М.Ф. Головка та І.М. Мриглода, докторів наук А.В. Свідзинського, І.О. Вакарчука, Ю.К. Рудавського, З.О. Гурського, В.І. Герасименка, О.Л. Ребенка, В.І. Скрипника, М.С. Гончара та інших.

### 5.3. Поширення М.М. Боголюбовим та його школою методів статистичної фізики на квантову теорію поля та теорію елементарних частинок

Для розв'язання задач статистичної фізики М.М. Боголюбов широко використовував методи квантової теорії поля, оскільки одним з перших усвідомив глибоку ідейну спорідненість нерелятивістської задачі багатьох тіл та квантової теорії поля, яка нині видається очевидною. Тут яскраво виявилось вміння Миколи Миколайовича виділяти спільне в різних галузях фізики, що зробило можливим плідне взаємне використання ідей та методів. Тому не дивно, що за роботами зі статистичної фізики, за послідовною розробкою апарата вторинного квантування, ідей надплинності і надпровідності ним з 1951 р. почав проводитись значний цикл глибоких досліджень з основ сучасної квантової теорії поля [147, т. 3, с. 282—485].

О.С. Парасюк згадує, що коли Микола Миколайович зацікавився квантовою теорією поля, він одразу почав читати спецкурс у Московському університеті, дискутувати проблеми КТП на семінарах і швидко згуртував навколо себе колектив вчених\*.

На той момент, коли М.М. Боголюбов почав вивчати проблеми квантової теорії поля, в ній був тільки один ефективний апарат — теорія збурень, що мала, на жаль, суттєвий недолік — ультрафіолетові розбіжності, яких намагались уникнути шляхом перенормування маси та заряду. Теорія збурень традиційно розвивалася в рамках канонічної теорії поля, де постулювали гамільтоніан та лагранжіан як певні функції поля, а відповідні рівняння руху розв'язували шляхом розкладання всіх величин, що вони містили в собі, у степеневі ряди за константою зв'язку. Однак для нетривіальних локальних релятивістських систем чимало коефіцієнтів розкладання виявляються розбіжними.

Це була одна з основних проблем квантової теорії поля, що була виявлена внаслідок аналізу взаємодії заряджених частинок з полем випромінювання. Вона полягала в тому, що в розкладаннях теорії збурень за константою зв'язку коефіцієнти зображаються через інтеграли, розбіжні в інтервалі великих значень віртуальних імпульсів. Розбіжностей не мали лише перші незникаючі члени теорії збурень.

Історично квантова електродинаміка виникла в 1927 р. у формі теорії випромінювання П. Дірака, що була викладена у статті "Квантова теорія випромінювання та поглинання електромагнітних хвиль" (представлена Н. Бором) [148], після появи якої стало зрозуміло, що необхідно квантувати не тільки атом відповідно до рівняння Шредингера, а й поле випромінювання. Теорія Дірака відтворила всі одержані раніше результати щодо випромінювання та поглинання світла атомами. Важливим етапом на цьому шляху стала також побудова П. Діраком у 1928 р. релятивістського хвильового рівняння для електрона, що започаткувало релятивістську квантову механіку.

Основи квантової електродинаміки як синтезу рівнянь Максвелла та квантової механіки було закладено в 1926—1929 рр. фундаментальними роботами В. Гейзенберга, В. Паулі, Е. Фермі, П. Йордана. Проте щодо хвильового рівняння Дірака, яке описує електрон зі спіном  $1/2$ , то сам автор вказав на його "недолік" — появу розв'язків з від'ємною енергією. Невдовзі навесні 1931 р. ці труднощі привели його до необхідності припустити, що теорія вимагає існування електронів з позитивним зарядом, тобто передбачити позитрон. "Нова теорія чудово описала всі звичайні процеси, що належать до атомної фізики: випромінювання та поглинання світла, раман-ефект та ефект Комптона, фотоелектричний ефект, народження електронно—позитронних пар, а також існування фотонів як частинок, що підпорядковуються статистиці Бозе—Ейнштейна, — зазначав Ф. Дайсон, характеризуючи квантову електродинаміку в період її становлення. Однак наприкінці 30-х років з'ясувалося, що ця теорія неспроможна пояснити проблеми, пов'язані з виникненням розбіжностей. При спробі обчислити тонку структуру атомних спектрів, спричинену впливом випромінювання на рух електронів у атомі, теорія приводила до нескінченних, тобто до нісенітних результатів. Ці труднощі загальмували подальший прогрес з 1936 до 1946 рр." [149].

Значення розбіжностей зрозуміли не одразу. Вперше на те, що наступні наближення (тобто більш високі порядки теорії збурень в квантовій теорії поля) завжди містять у собі розбіжні інтеграли в результатах для власних енергій, звернули увагу в 1930 р. незалежно один від одного Дж. Оппенгеймер та І. Валлер [150—151]. Ці нескінченності, властиві вищим порядкам, вказували на те, що формалізм не дозволяє правильно обчислити вплив взаємодії з високоенергетичними фотонами.

Теорія взаємодії між атомними системами та електромагнітним полем, запропонована П. Діраком, справила на В. Вайскопфа та Ю. Вігнера таке велике враження, що вони спробували описати за її допомогою природну ширину спектральних ліній. Їх стаття [152] була першою працею, де з'явилися розбіжні інтеграли.

В. Вайскопф разом з двома студентами В. Гейзенберга: Е. Ейлером, внуком великого математика, та Ф. Коккелем, досліджуючи нескінченності в квантовій електродинаміці, висловили в 1936 р. припущення, що нескінченні внески від фотонів з великими імпульсами цілком обумовлені нескінченною власною масою, нескінченним "голим" зарядом та вакуумними величинами на зразок діелектричної сталої вакууму, які не піддаються вимірюванню. Вони також показали, що розбіжні вирази, по суті, є не спостережувані — інакше кажучи, їх можна внести в перенормовані масу та заряд [153—155]. Так на ідейному рівні було закладено перенормування. В. Вайскопф згодом писав: "Якщо б ми були трохи розумніші, то змогли б розробити всю теорію перенормувань" [156, с. 25].

У ті ж роки Е. Штюкельберг надрукував кілька статей (1935, 1938) [157, 158], у яких містились ідеї та деякі математичні прийоми перенормувань. На

жаль, його статті та доповіді, а також і методи для їх використання, були не досить чіткими та достатньо складними. І хоч Е. Штюкельберг у 1934—1935 рр. часто приїздив до Цюріха, де працювали В. Паулі, В. Вайскопф та інші вчені, з якими він спілкувався, проте ніхто з них не продовжив намічений ним шлях.

Свій внесок у розробку методу перенормувань на початковому етапі зробили також Х. Крамерс (1938 р.), Х. Бете (1947 р.), В. Вайскопф та Дж. Френч (1949 р.), Н. Кролл та У. Лемб (1949 р.). Так, Х. Крамерс перший зазначив, що обчислення величини різниці між енергіями  $2S_{1/2}$  та  $2P_{1/2}$  станів атому водню вимагає "акуратного" віднімання нескінченної енергії зв'язаного електрона від нескінченної енергії вільного, виділяючи таким чином з розбіжних виразів частину, яка має реальний фізичний зміст [159].

Новий поштовх теоретичним зусиллям дали експериментальні результати. У 1947 р. У. Лемб та Р. Ризерфорд зуміли точно виміряти цю величину (лембів зсув) [160]. Після цього Х. Бете теоретично обчислив ефект взаємодії з електромагнітним полем, вважаючи, що воно дорівнюватиме нулю для фотонів, енергія яких перевищує  $mc^2$ . Тим самим вперше було вказано шлях до подолання труднощів у проблемі лембового зсуву атомних рівнів [161]. Теоретичний результат добре узгоджувався з виміряними значенням. По суті Х. Бете скористався процедурою, яку тепер називають перенормуванням маси електрона. Саме завдяки відкриттю Х. Бете встановилась концепція перенормування маси та заряду електрона: взаємодія електрона з вакуумом поля приводить до зміни маси та заряду електрона, тобто значення цих величин для "голого" електрона відрізняються від значень маси і заряду реального електрона.

У 1949 р. Дж. Френч та В. Вайскопф здійснили розрахунок відповідної різниці та дістали результат, що добре узгоджувався з експериментом [162]. Проте до моменту виходу з друку їх праці аналогічні обчислення були проведені декількома місяцями раніше Н. Кроллом та У. Лембом [163]. Вперше ж такий підхід було запропоновано ще в 1939 р. С. Данковим, але при обчисленнях він припустився помилки. "Ідея перенормування не нова, — зазначав С. Томонага. — Багато хто явно чи неявно використовував цю ідею. Слово "перенормування" можна знайти вже в статті Данкова. В його розрахунках, внаслідок допущеної помилки, виявилось, що розбіжності в розсіянні залишались навіть після перенормування маси електрона. Ця помилка була насправді нещасливою. Якби він провів обчислення правильно, то історія теорії перенормувань була б зовсім іншою" [164, с. 61].

Головна теоретична складність полягала в тому, щоб відокремити питання про нескінченність маси і заряду від основної частини теорії та одержати результати, які можна було б порівняти з явищами, що відбуваються в природі. Це досягалось за допомогою "ізоляції" в теорії виразів для нескінченних маси та заряду за припущення, що маса та заряд стануть скінченними після удосконалення теорії. Завдяки даним дослідження було усвідомлено, що необхідно переформулювати квантову електродинаміку так, щоб релятивістська інваріантність теорії стала більш очевидною.

Цю трудомістку задачу розробки більш надійного апарата для "приборкування" нескінченностей було виконано пізніше Ю. Швінгером, Р. Фейнманом, Ф. Дайсоном та С. Томонагою [165—172]. Вони створили метод перенормувань, взявши замість затравочних параметрів параметри, які мають безпосередній фізичний зміст та піддаються вимірюванню у досліді. До гамільтоніана для компенсації нескінченної маси та заряду було введено нескінченні контрчлени. Після цього вже будь-які електродинамічні обчислення містили в собі перевизначення маси та заряду.

За створення сучасної квантової електродинаміки (1942—1949 рр.) С. Томоназі, Ю. Швінгера та Р. Фейнману у 1965 р. було присуджено Нобелівську премію з фізики. "Той факт, що на засадах теорії стояв не один, а одразу три дослідники, — писав Ф. Дайсон, — виявився надзвичайно плідним для її подальшого розвитку. Кожен із них зробив свій внесок у створення сучасної квантової електродинаміки як з індивідуальності свого способу мислення, так і стилю роботи, від цього теорія значно виграла глибиною свого викладення і широтою узагальнення. Томонагу більш над усе цікавили основні фізичні принципи; його мова була простою, зрозумілою та вільною від ретельної розробки деталей. Швінгер був зайнятий побудовою остаточних основоположних математичних формулювань; його наукові статті були зразком мистецтва формальної побудови... Швінгер був перший з тих, хто розчистив собі шлях у "математичних джунглях", досягнувши успіху у визначенні точного числового магнітного моменту електрона.

Фейнман підійшов до проблеми найоригінальніше: він не став використовувати готові рецепти, а тому був вимушений реконструювати всю споруду квантової механіки та електродинаміки за своїми кресленнями. Він вивів прості правила для безпосереднього підрахунку величин, які спостерігаються фізично. Відкриття "фейнманівських діаграм" та "фейнманівських інтегралів" зробило можливим використання теорії для розв'язання конкретних задач. Фейнманівська розрахункова методика стала стандартним засобом у теоретичних аналізах, причому не тільки в квантовій електродинаміці, а й в усій фізиці високих енергій. Наполегливість Фейнмана на обговоренні числових значень фізичних величин, що безпосередньо реєструються, привела до більш широкого використання  $S$ -матриці, яка тепер домінує в теорії елементарних частинок та їх взаємодій" [173, с. 71].

Ф. Дайсон так характеризував новий етап у розвитку квантової електродинаміки: "Томонага, Швінгер та Фейнман обійшлися без фундаментальних нововведень. У цьому розумінні їх перемога — це перемога консерватизму. Вони повністю зберегли фізичні засади теорії, які були закладені Діраком, замінивши тільки математичну надбудову. Довівши до досконалості формальний математичний апарат, вони зуміли показати, що теорія передбачає розумні результати для всіх зареєстрованих величин. Розбіжні та абсурдні вирази присутні в теорії, але вони виявляються таким чином, що автоматично усуваються з будь-яких величин, які безпосередньо спостерігаються. У точній



відповідності між передбаченими теорією та одержаними експериментальним шляхом величинами і полягає основна перевага теорії", — писав він [173, с. 71].

У зв'язку з цим цікаві спогади С. Дрелла: "Для всіх, хто сформувався як вчений після Другої світової війни, основою розвитку та світогляду стали фундаментальні досягнення Юліана Швінгера разом з Ф. Дайсоном, Р. Фейнманом та С. Томонагою в квантовій теорії поля. Чотирма вершниками апокаліпсиса пронеслись вони над світом, ознаменувавши початок нової ери, в якій стара квантова теорія з її розбіжностями та іншими недругами перетворилась на процвітаючу та на диво успішну квантову електродинаміку. Тепер квантова електродинаміка дістала повне експериментальне підтвердження та служить основною моделлю, що вказує шлях до розуміння слабких та сильних взаємодій" [174, с. 507].

Таким чином, розроблений в методі збурень апарат перенормувань привів до блискучого успіху в квантовій електродинаміці, де параметр розкладання (константа зв'язку) малий, тобто для порівняння з експериментом можна обмежитись першими членами ряду теорії збурень, завдяки чому всі експериментальні дані будуть обґрунтовані з великою точністю.

Перенормування вирішило проблему нескінченностей та дало однозначний рецепт їх розрахунку для будь-яких процесів взаємодії електронів з електромагнітним полем, до того ж з довільною бажаною точністю. Проте, все ж таки, це не було повною перемогою, оскільки доводилося вдаватись до нескінченних контрчленів. Крім того, віднімальний формалізм, що пропонувався для усунення цих так званих ультрафіолетових розбіжностей і ґрунтувався на ідеї перенормування, мав значною мірою рецептурний характер, а процедура усунення нескінченностей вимагала проведення послідовного перенормування в кожному порядку теорії збурень за степенями константи зв'язку. М.О. Марков відзначав у зв'язку з цим, що "задача усунення нескінченностей з теорії тривалий час виглядала як ідея своєрідної косметичної операції, що надавала пристойного вигляду усьому математичному апарату теорії" [175, с. 95]. Таким чином, складалась ситуація, яку С. Дрелл дуже влучно охарактеризував як "мирне співіснування із нескінченностями".

Крім того, метод перенормувань виявився незастосовним до описування сильних взаємодій елементарних частинок, де ефективна константа зв'язку більша за одиницю. Найкраще, що дає тут теорія перенормувань, це формальний нескінченний ряд для розв'язків квантово—польових рівнянь у класі фізично цікавих лагранжіанів. Таким чином, ставало зрозуміло, що необхідно створити нові принципи квантової теорії поля, відмінні від лагранжевого методу з його теорією збурень. Для цього необхідно було критично переглянути всі основні положення квантової теорії поля і ретельно проаналізувати фізичну та математичну природу труднощів, що виникають при цьому. Відповідь на питання, що ж ховається за цими формальними нескінченними рядами, мав дати аксіоматичний метод, який завдяки виділенню фундаментальних структур дозволяв знайти зв'язок між далекими, на перший погляд, розділами науки.

У 30-і роки ХХ століття аксіоматичний підхід до квантової механіки з успіхом було застосовано в працях П. Йордана, Дж. фон Неймана та Ю. Вігнера. У квантовій теорії поля аксіоматичний підхід почали застосовувати в 50-ті роки через наведені успіхи та труднощі методу теорії збурень в лагранжевій квантовій теорії поля. Цей шлях, названий аксіоматичною побудовою квантової теорії поля, не вимагає слабкості взаємодії, що робить неможливим використання теорії збурень.

Підхід М.М. Боголюбова до досліджень квантової теорії поля ґрунтувався на трьох основних припущеннях: гамільтоновому формалізмі, використанні теорії збурень та концепції адиабатичного включення та виключення взаємодії. Перевагою гамільтонового формалізму є автоматичне врахування умов причинності. Проте Р. Хааг показав, що з цим формалізмом пов'язано ряд проблем, викликаних неоднозначністю зображення за допомогою ермітових операторів канонічних комутаційних співвідношень [176]. Щодо концепції адиабатичності, то слід зазначити, що за уявною простотою співвідношень між дійсними та вільними полями приховується необхідність розрізняти фіктивні та реальні вільні частинки, що призводить до перенормувальної ідеології.

Перша спроба вийти за рамки лагранжевого формалізму належить В. Гейзенбергу (1943 р.) [177]. Аналізуючи, що саме вимірюється у фізиці елементарних частинок, В. Гейзенберг дійшов висновку, що основною величиною, яка спостерігається, є матриця розсіяння. Він запропонував будувати теорію безпосередньо в її термінах, усуваючи поняття поля та адиабатичну гіпотезу виключення взаємодії. Термін "*S*-матриця", запроваджений В. Гейзенбергом у 1943 р., походить від першої букви німецького слова *Streuung*, що означає "розсіяння".

Однак виявилось, що підхід Гейзенберга надто радикальний. Повне виключення локальних величин із теорії позбавляє нас можливості розглядати розвиток системи в просторі та часі, а також враховувати принцип причинності. На практиці така загальна постановка, що містить у собі лише умову лоренц-інваріантності та унітарності, не дає змоги одержувати нетривіальні динамічні передбачення про елементи *S*-матриці. Тому аксіоматичний метод почав розвиватись шляхом вивчення локальних величин. При цьому з самого початку (50-ті роки ХХ століття) визначилось принаймні три напрями, зв'язки між якими було з'ясовано тільки в 60-ті роки. Це були підходи А. Вайтмана; Г. Лемана, К. Сіманзика та В. Ціммермана; М.М. Боголюбова, Б.В. Медведева та М.К. Поліванова.

Якщо абстрагуватися від деяких математичних та технічних розбіжностей, можна сказати, що ці три напрями, які стали фундаментом сучасних досліджень, однаково успішно застосовні до класу квантово-польових теорій з умовою асимптотичної повноти. Формалізм А. Вайтмана виділяє як основні об'єкти квантовані поля (в розумінні Гейзенберга) та вакуумні середні від їх звичайних добутоків (функції Вайтмана). Асимптотична умова та матриця

розсіяння є тут похідними поняттями, які виникають на більш пізньому етапі. У цьому розумінні підхід Вайтмана найбільш традиційний, праці даного напрямку відрізняються, як правило, більшою ретельністю математичних формулювань та доказів. Основною цитованою працею тут є стаття 1964 р. А. Вайтмана та Л. Гордінга [178], яка описує роботу, розпочату у 1952 р. Формулювання квантової теорії поля в термінах вакуумних середніх від добутку операторів поля було дано А. Вайтманом у 1956 р. в [179]. Там же було доведено теорему про відновлення квантової теорії поля за вакуумними середніми від добутку полів.

На перший погляд підхід Г. Лемана, К. Сіманзика та В. Ціммермана (LSZ) [180—183] межує з формулюванням Вайтмана, оскільки до формалізму LSZ з самого початку входить поняття гейзенберґівського поля. Насправді ж основними поняттями є хронологічні добутки гейзенберґівських полів ( $T$ -добутки) та асимптотична умова. Хоч цей підхід і є не найекономічнішим, оскільки теорію розсіяння можна розвивати і не вводячи  $T$ -добутку, але він практично зручний і наближений до традиційного лагранжевого методу.

У своїх дослідженнях М.М. Боголюбов на початку 50-х років ХХ століття прийшов до нового формулювання формалізму квантової теорії поля. Він показав, що тлумачення розбіжностей як недоліку теорії впливає з перенесення в квантову теорію поля традиційних понять макрофізики, оскільки образи, пов'язані з апаратом теорії збурень, в області сильних взаємодій стають дуже далекими від фізичної реальності. Природу ж ультрафіолетових розбіжностей слід шукати в основних уявленнях мікрофізики, що вимагає розробки нових методів опису сильних взаємодій. Вказавши на причину появи розбіжностей, а саме на те, що квантова теорія оперує узагальненими функціями, М.М. Боголюбов запропонував своє вирішення цієї проблеми. Центральним результатом тут було встановлення ним так званої  $R$ -операції, за допомогою якої усуваються розбіжності.

Новизною підходу Боголюбова було те, що він відмовився від прийнятого гамільтонового формалізму та взяв за основу матрицю розсіяння, яка повинна описувати взаємодію полів через формулювання теорії тільки в її термінах.  $S$ -матрицю він будує на засадах кількох постулатів або аксіом: релятивістської інваріантності, унітарності, причинності та спектральності, показуючи, що при цьому матрицю розсіяння можна відновити в усіх порядках теорії збурень за лагранжіаном взаємодії [184—187].

Релятивістська інваріантність, унітарність та причинність належать до загальних властивостей  $S$ -матриці. Перша характеризує незалежність процесів взаємодії частинок від використовуваної системи відліку, друга вказує, що сума ймовірностей всіх можливих процесів розсіяння повинна дорівнювати одиниці. Умови релятивістської інваріантності та унітарності безпосередньо виражаються через елементи матриці.

У квантовій теорії поля запроваджують умову мікроскопічної причинності (локальної комутативності). Її виражено оберненням на нуль комутато-

ра польових операторів, взятих у двох не збігаючих просторово-подібних точках. Умова причинності на мові  $S$ -матриці означає, що її елементи, які залежать від енергій та імпульсів взаємодіючих частинок, повинні бути аналітичними функціями своїх аргументів, продовжених в комплексну область. Властивість аналітичності дозволяє одержати інтегральні співвідношення між різними матричними елементами для дійсних значень аргументів, які дістали назву дисперсійних.

Як уже зазначалось,  $S$ -матричний метод Гейзенберга в релятивістській квантовій теорії був попередником аксіоматичного  $S$ -матричного методу (або методу мікропричинної  $S$ -матриці Боголюбова). Однак, хоч підхід Боголюбова, Медведева та Поліванова, в якому основним об'єктом є розширена (за масову оболонку)  $S$ -матриця, зовні начебто ближче до початкової програми Гейзенберга, в змістовному ж відношенні він тісно пов'язаний з підходом LSZ, оскільки розширена  $S$ -матриця є насправді твірним функціоналом  $T$ -добутків від операторів струму. Крім того, виявилось, що метод Гейзенберга дозволив одержувати динамічні співвідношення між  $S$ -матричними елементами тільки після введення М.М. Боголюбовим в теорію варіаційних похідних за класичними полями, в термінах яких вдалося сформулювати умову мікропричинності.

Першим на роль мікропричинності звернув увагу Е. Штюкельберг (1949, 1950, 1951 рр.), не запропонувавши, однак, її закінченого формулювання [188—190]. У його схемі узагальнена матриця розсіяння вводиться безпосередньо, не беручи до уваги гамільтонів формалізм та рівняння Шредінгера. Замість них для конкретизації форми  $S$ -матриці використовуються явно сформульовані фізичні умови, серед яких важливу роль відіграє умова причинності. На жаль, Е. Штюкельбергу не вдалося одержати загального формулювання умови причинності, у зв'язку з чим його ідеї не набули поширення. Підхід Штюкельберга, як найбільш доцільний на відміну від побудови розв'язку методом послідовних наближень за степенями мализни взаємодії, що застосовувався в більшості основних робіт з квантової теорії поля (С. Томонага (1946 р.) [169], Ю. Швінгер (1948 р.) [166], В. Паулі, Ф. Вілларс (1949 р.) [191], Ф. Дайсон (1949 р.) [168], А. Салам (1951 р.) [192]), й було використано М.М. Боголюбовим.

Тоді як у формалізмі Вайтмана або LSZ виведення формул редукції є нетривіальним, у  $S$ -матричному методі ці формули виводяться автоматично, формальним диференціюванням  $S$ -оператора за асимптотичними полями. Ефективне обчислення складної комбінаторики в операціях такого роду зумовлює практичну зручність  $S$ -матричного методу. Не випадково саме на цьому шляху М.М. Боголюбовим вперше було доведено дисперсійні співвідношення. Спільне використання властивостей причинності та спектральності дозволило йому довести дисперсійні співвідношення для пружного піон-нуклонного розсіяння. Під час їх доведення  $S$ -матричний підхід було сформульовано як самостійний напрям, що дістав подальшого розвитку в 1961—1967 рр. у працях його учнів Б.В. Медведева, М.К. Поліванова, А.Д. Суханова [193—194].

Щоб у викладеній постановці коректно ввести гіпотезу адіабатичного "включення" взаємодії, необхідну для визначення початкового наближення — теорії вільного поля, М.М. Боголюбов розглядав  $S$ -матрицю як функціонал на функціях "включення" взаємодії  $g(x)$  із значеннями  $0 \leq g(x) \leq 1$ , причому  $S[g] \rightarrow 1$  при  $g(x) \rightarrow 0$  (для вільного поля);  $S[g] \rightarrow S$  при  $g(x) \rightarrow 1$  (для фізичної матриці) [195].

Будемо вивчати процес розсіяння, на початку та в кінці якого є лише частинки, що розміщені далеко одна від одної, тобто їх можна вважати вільними. Розглянемо ситуацію, коли взаємодія адіабатично "включається" в нескінченно далекому минулому та адіабатично "виключається" в нескінченно віддаленому майбутньому. Тоді  $S$ -матриця визначається як оператор, що переводить амплітуду початкового стану  $\Phi(-\infty)$  в амплітуду кінцевого стану  $\Phi(+\infty)$ :

$$\Phi(+\infty) = S\Phi(-\infty).$$

З точки зору сучасного стану теорії  $S$ -матриця дає максимальну інформацію про можливі процеси взаємного розсіяння та перетворення частинок. Вона визначається за допомогою лагранжіану взаємодії  $L(x)$  ( $x$  — чотиривектор-точка простору Мінковського). Для математичного зображення "включення" та "виключення" взаємодії вводиться спочатку функція  $g(x)$ , що дорівнює нулю в областях, де взаємодія відсутня, та одиниці в областях, де її "включено" повністю. Замінюючи лагранжіан взаємодії виразом  $g(x)L(x)$ , маємо ситуацію, коли взаємодію "включено" з інтенсивністю  $g(x)$ . Якщо  $g(x)$  відмінна від нуля лише в деякій просторово-часовій області, то поля в досить далекому минулому та майбутньому будуть вільними. Зафіксувавши початкову амплітуду стану, можна розглядати кінцеву амплітуду як функціонал від  $g(x)$ . Реальний випадок, коли взаємодію "включено" у всьому просторі, розглядається як результат граничного переходу та зображується матрицею  $S(I)$ . Щоб тепер визначити оператор  $S(g)$ , вважаємо, що при нескінченно малому  $g(x)$

$$S(g) = 1 + i \int L(x) g(x) dx.$$

Як вже згадувалось, визначаючи  $S(g)$  в загальному випадку у всіх порядках теорії збурень, М.М. Боголюбов виходить з трьох основних вимог: релятивістської інваріантності, збереження норми амплітуди стану (унітарності) та причинності. Локальність та причинність еквівалентні тому, що квантові поля відповідають частинкам, які взаємодіють в точці зі скінченною швидкістю поширення взаємодій.

Перша умова така: нехай  $x \rightarrow Lx$  — перетворення із розширеної групи Лоренца, функція  $g(x)$  задовольняє умову  $g(Lx) = g(x)$ , амплітуда станів  $\Phi$  перетворюється за допомогою оператора  $V$ . Умова лоренцінваріантності означає рівність:

$$S(Lg) = V_L S(g) V_L^*.$$

Друга умова підпорядковує оператор  $S(g)$  вимозі унітарності:

$$S^*(g) S(g) = 1.$$

Розробка нової форми третьої умови у роботах М.М. Боголюбова з квантової теорії поля відіграла особливу роль. Річ у тому, що в теорії  $S$ -матриці спочатку локальні оператори взагалі відсутні, тому формулювання просторово-часових співвідношень, і, зокрема, вимог причинності, є не тривіальним. Умова причинності повинна відображати той факт, що зміна закону взаємодії у будь-якій просторово-часовій області може вплинути на еволюцію системи тільки в наступний момент часу.

Для цього М.М. Боголюбов запровадив локальні гейзенбергівські оператори як варіаційні похідні  $S$ -матриці за функціями включення  $g(x)$ :

$$H(x) = i \frac{\delta S}{\delta g(x)} S^+.$$

і сформулював умову причинності — нині широко відому як "умову причинності М.М. Боголюбова" — в диференціальній формі:

$$\frac{\delta}{\delta g(x)} \left( \frac{\delta S(g)}{\delta g(y)} S^*(g) \right) = 0 \quad \text{при } x \leq y.$$

Тут  $\delta$  — символ варіаційної похідної,  $x \leq y$  означає, що  $x - y \in$  просторово-подібним. Звичайна умова локальної комутативності гейзенбергівських операторів  $[H(x), H(y)] = 0$  при  $x \sim y$  впливає із цієї умови як частинний наслідок. Таким чином, було показано фундаментальне значення принципу мікроскопічної причинності для побудови  $S$ -матриці, формулювання якого в її термінах та використання в теорії дисперсійних співвідношень є вагомим результатом М.М. Боголюбова.

У 1955 р. М.М. Боголюбов та його учень Д.В. Ширков повністю розробили теорію матриці розсіяння [196,197]. Як писали вони, остання "будувалась, виходячи з гейзенбергівських положень, які були, проте, значною мірою обмежені припущенням розкладання за константою зв'язку, прийняттям концепції адиабатичності, та, головне, тим, що до них було застосовано вимогу причинності, сформульовану у вигляді строгої умови мікроскопічної причинності, або локальності" [147, т. 3, с. 350].

Таким чином, ними було дано нове формулювання квантової теорії поля ( $S$ -матриця в зображенні взаємодії), в основу якого було покладено не традиційний гамільтонів формалізм, а гейзенбергівську  $S$ -матрицю розсіяння. Задача визначення оператора  $S(g)$ , що задовольняє ці вимоги, дуже складна та піддається розв'язанню тільки у випадку "малої константи зв'язку", коли можна шукати розв'язки у вигляді ряду за степенями цієї константи. Такий сприятливий випадок існує в квантовій електродинаміці, що описує взаємодію електромагнітного поля з електронно-позитронним полем. У зв'язку з цим необхідно спеціально зазначити, що запровадження функції  $g(x)$  як функціонального аргументу матриці розсіяння (і всіх гейзенбергівських операторів) природно привело М.М. Боголюбова до встановлення тієї загально-прийнятої тепер точки зору, що для опису фізичних величин у квантовій

електродинаміці звичайного апарату математичного аналізу недостатньо, і фізичні величини квантової теорії поля слід розглядати не як звичайні, а як узагальнені (операторозначні) функції, інтегровані в деяких класах "основних" функцій  $g(x)$ . При цьому використовуються дані С.Л. Соболевим означення класів основних функцій, що дозволяє досягти максимальної "економії" у виборі степенів довільних операторів.

Доведена М.М. Боголюбовим теорема про те, що матриця розсіяння у всіх порядках теорії збурень послідовно визначається з зазначених вище вимог з точністю до квазілокальних операторів, вказує на джерело ультрафіолетових розбіжностей — сингулярну природу коефіцієнтних функцій  $S$ -матриці, пов'язаних з появою в коефіцієнтах при відповідних "густинах" добуток сингулярних функцій зі збіжними особливостями, так званих причинних сингулярних функцій. Вона також показує, як послідовно і регулярно позбутися розбіжностей, що дістало назву  $R$ -операції. Як виявилось, саме  $R$ -операція є тією формою теорії збурень, що найбільш прийнятна для дослідження основних проблем квантової теорії поля, оскільки виявляється загальним прийомом для звільнення вищого порядку та його ренормування.

Разом зі своїм учнем О.С. Парасюком М.М. Боголюбов розробив правила поводження з узагальненими функціями (передусім, операцію множення) та показав, що за певних випадків, при належному визначенні хронологічно впорядкованих добуток операторів полів, можна побудувати матрицю розсіяння, яка не буде містити у собі розбіжностей.

Щоб розв'язати проблему визначення хронологічного добутку, необхідно розширити лінійний неперервний функціонал, заданий на підпросторі, на простір всіх основних функцій. Цю задачу необхідно розв'язувати так, щоб  $S$ -матриця задовольняла три умови: коваріантності, унітарності та причинності. Можна показати, що з урахуванням цих вимог вона виражається однозначно з точністю до деякого антиермітового оператора, відмінного від нуля тільки при повному збігу аргументів. Такі оператори було названо квазілокальними. Таким чином, у визначення входить ланцюжок квазілокальних операторів, які, виявляється, можна підібрати так, щоб коефіцієнтні функції в операторному виразі були неперервними функціоналами на всьому просторі гладких функцій. Для конкретного добутку це дозволяє явно визначити операцію продовження, яка може бути інтерпретована як операція віднімання. Загальну



Академік НАН України О.С. Парасюк — учень М.М. Боголюбова

ідею регуляризації було сформульовано М.М. Боголюбовим в праці [186]. Разом з О.С. Парасюком відтворено послідовну аксіоматичну реалізацію ідеї регуляризації, шляхом введення над кожною діаграмою  $G$  деякого фіксованого розбиття на базисні вузли  $G_1, G_2, \dots, G_s$ , такі, що,  $G = G_1 \times G_2 \times \dots \times G_s$ . Причинні сингулярні функції визначаються як невласна границя регуляризованих функцій (тобто слабка границя функціоналів).

У праці [198] було встановлено основні властивості  $R$ -операції, а в [199] доведено дві основні теореми, з яких випливає схема коректного визначення добутку довільного числа причинних сингулярних функцій, і, отже, можливість усунення розбіжностей в коефіцієнтних функціях  $S$ -матриці. Остаточні результати були опубліковані в 1957 р. [200]. Побудована таким чином теорія збурень стала першою послідовною математично строгою чисто аксіоматичною схемою квантової теорії поля, а одержані результати започаткували суперсиметричні та єдині калібрувальні теорії сильних, слабких та електромагнітних взаємодій елементарних частинок.

Подальший аналіз процедури перенормування привів М.М. Боголюбова та Д.В. Ширкова в 1955 р. до побудови послідовної математичної теорії ренормалізаційної групи. Вперше припущення про існування групи ренормувальних перетворень в квантовій теорії поля було висловлено Е. Штюкельбергом та А. Петерманом (1953 р.), які також вказали на можливість введення відповідних інфінітезимальних операторів, тобто побудови диференціальних рівнянь Лі [201]. Невдовзі М. Гелл-Манн та Ф. Лоу (1954 р.) фактично скористались груповою структурою перенормувань у спінорній електродинаміці для одержання інформації про ультрафіолетову асимптотику функцій Гріна. Їх викладення ґрунтувалось на схемі теорії збурень, що використовує обрізання в імпульсному просторі. Групові перетворення ними формулювались там на мові імпульсів обрізання [202].

М.М. Боголюбов зрозумів, що ренормгрупа, фактично будучи методом підсумовування розбіжностей, дає можливість перегрупувати ряд теорії збурень для дослідження асимптотики функцій Гріна. Існування ренормогрупи накладає своєрідні обмеження на структуру функцій Гріна та їх залежність від константи зв'язку. В працях М.М. Боголюбова та Д.В. Ширкова [196, 203—207] функціональні та диференціальні рівняння ренормалізаційних перетворень було записано в термінах імпульсів нормувань (тобто параметрів  $R$ -операції). Така концепція, органічно не пов'язана з ультрафіолетовими розбіжностями, дозволила проаналізувати не тільки ультрафіолетові, а й інфрачервоні особливості електродинамічних функцій Гріна, що дало можливість шляхом відновлення інваріантної щодо цієї групи форми поліпшити формули теорії збурень в ультрафіолетовій області, де ефективним параметром розкладання є не  $e^2$ , а  $e^2 \ln(k^2/m^2)$ . Зокрема, можна знаходити асимптотику електродинамічних функцій Гріна при великих імпульсах, та інфрачервону асимптотику функції Гріна електрона. Надалі цю логічну схему було застосовано при розгляді ультрафіолетових асимптотик двозарядної мезон-



мезонної моделі, а також ряду інших моделей, що не містять у собі ультрарелятивістських розбіжностей [208, 209].

Цикл праць "Методи ренормалізаційної групи в теорії полів", виданих у 1955—1956 рр., по праву вважався фундаментальним. Пізніше учень М.М. Боголюбова А.О. Логунов вивів рівняння ренормалізаційної групи для спектральних (леманівських) густин функції Гріна, а також фотона та електрона. Ці ідеї були розвинені в працях К. Хеппа [210—212] та О. Штейнмана [213, 214].

Як було зазначено вище, виходячи з ренормалізаційної групи, можна побудувати функціональні рівняння, що дають змогу дістати асимптотичні формули для функцій Гріна в ультрафіолетовій та інфрачервоній областях, а також з'ясувати межі застосовності цих формул. З цього випливає, що метод ренормалізаційної групи дозволяє досліджувати надзвичайно складні питання щодо переконливості та внутрішньої замкненості квантової електродинаміки та ренормованих теорій взагалі. Межі застосовності квантової електродинаміки найбільш повно досліджено в праці М.М. Боголюбова та Д.В. Ширкова з теорії мультиплікативної групи перенормувань. Вони зазначали, що наявність логарифмічного полюсу неможливо довести, навіть якщо "поліпшувати" теорію збурень, використовуючи при цьому скінченне число членів. Основні результати в цій галузі наведені в монографіях М.М. Боголюбова та Д.В. Ширкова "Введення до теорії квантованих полів" (1957 р.) та М.М. Боголюбова, Б.В. Медведєва і М.К. Поліванова "Питання теорії дисперсійних співвідношень" (1958 р.) [197, 215]. Обидві праці відіграли суттєву роль у розвитку квантової теорії поля.

Сформульовані М.М. Боголюбовим загальні та локальні властивості є аксіомами, на яких базується квантова теорія поля. Вони дозволили одержати численні строгі наслідки загального характеру, такі, як одновимірні спектральні представлення одночасткових функцій Гріна (представлення Челлена—Лемана), чотири- чи п'ятивимірні спектральні представлення для амплітуди розсіяння (представлення Йоста—Лемана—Дайсона), і, нарешті, дисперсійні співвідношення для амплітуди розсіяння вперед, які характеризуються зв'язками між дослідними величинами.

На відміну від більш ранніх праць Дж. Челлена (1952) [216] та Г. Лемана (1954 р.) [183], в яких були використані методи на основі формальних маніпуляцій з нескінченними константами ренормувань, аксіоматика Боголюбова дозволяла поширювати методи аналітичного продовження на комплексну площину, що дало засади для послідовного обґрунтування дисперсійних співвідношень.

Відомо, що проблему кількісного опису сильних взаємодій не можна розв'язати за допомогою класичної квантової теорії поля, яка базується на лагранжевому формалізмі та теорії збурень. Теорія ж сильних взаємодій, заснована на гамільтоновому формалізмі та уявленні про квантовані оператори полів, не має повної застосовності, бо саме поняття константи взаємодії не має однозначного розуміння. Ось чому стала необхідною розробка нових методів, що описують сильну взаємодію.

У середині 50-х років дисперсійні співвідношення Крамерса—Кроніга, які є точними інтегральними співвідношеннями між дійсною та уявною частинами амплітуди розсіяння, точніше, між ермитовою частиною амплітуди розсіяння та певного роду інтегралом за її антиермитовою частиною, були єдиним слабким натяком на апарат сильних взаємодій. Їх одержали шляхом застосування теорії Коші, для чого стала необхідною інформація про властивості аналітичності матричних елементів. А це, у свою чергу, вимагало мікроскопічної причинності, яка формулюється здебільшого у вигляді дорівнювання нулю комутаторів польових величин в просторово-подібних точках.

Творці дисперсійних співвідношень Х. Крамерс та Р. Кроніг не тільки виходили з гранично чіткого в класичній фізиці поняття причинності, а й змогли точно реалізувати його в термінах математичного апарата класичної фізики. Важливість праці Х. Крамерса та Р. Кроніга остаточно стала зрозумілою у 50-х роках ХХ століття, коли теорію дисперсійних співвідношень почали активно застосовувати у фізиці елементарних частинок.

Труднощі перших досліджень дисперсійних співвідношень були пов'язані з невмінням чітко визначити об'єкт дослідження, а також відсутністю розуміння, як точно треба формулювати принцип причинності. Можна було тільки показати, що дисперсійні співвідношення еквівалентні формулюванню принципу причинності в класичній та квантовій механіці. Саме цей загальний характер дисперсійних співвідношень, а також те, що вони зв'язують між собою величини, які піддаються безпосередньому вимірюванню (це нетривіально для квантової теорії поля), обумовили значний інтерес до них не тільки з боку теоретиків, а й експериментаторів.

"Одна з переваг цього методу, — писав Г. Нуссенцвейг, — полягає в тому, що розглядають тільки перенормовані величини, внаслідок цього ніколи не з'являться нескінченні перенормувальні константи. Величини, що використовуються в цьому методі, тісно узгоджуються з експериментальними даними, тому він є зручною формою напівфеноменологічного зображення експериментальних результатів. Метод також дає змогу одержати деякі кількісні результати, наприклад, для піон-нуклонної взаємодії. Нарешті, він приводить до нового методу апроксимації взаємодій" [217, с. 1].

Щоб підкреслити зв'язок такого типу співвідношень з формулою Крамерса—Кроніга, їх називають дисперсійними. Якщо  $f(p)$  — деяка комплекснозначна (взагалі кажучи, узагальнена) функція дійсної змінної  $p$ , то стандартне дисперсійне співвідношення має вигляд

$$\operatorname{Re} \tilde{f}(p) = \frac{1}{\pi} p \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} \tilde{f}(p')}{p' - p} dp'.$$

Для одержання такого роду співвідношень застосовується формула Коші, через це виникає проблема аналітичного продовження  $f(p)$  в комплексну область.

Аналітичній поведінці амплітуди розсіяння присвячено чимало праць: В. Гейзенберга [177], де намічено програму безпосереднього вивчення матриці

розсіяння та перетворення асимптотики падаючої хвилі в асимптотику розбіжної, перетинні з ними дослідження Ху Нінга [218], Н. ван-Кампена [219], та М.Г. Крейна про процес пружного співудару двох частинок з точки зору звичайної квантової механіки [220]. Важливим результатом, одержаним в цьому напрямі, були теореми про можливість аналітичного продовження амплітуди розсіяння  $f_s(E)$  на верхню півплощину для випадку, коли взаємодія практично зникає на відстанях, більших за радіус деякої сфери дії. Тоді для функції  $f_s e^{i\alpha E}$  застосовне типове дисперсійне співвідношення:

$$\operatorname{Re} \tilde{f}(E) = \frac{1}{\pi} p \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\operatorname{Im} \tilde{f}(E')}{E' - E} dp'.$$

Такого роду дисперсійне співвідношення було використано К. Гьобелем, Р. Карплусом та М. Рудерманом [221] до пружного розсіяння  $\pi$ -мезонів на нуклонах.

Дисперсійні співвідношення бозонів у квантовій теорії поля були предметом дослідження іншого напрямку, наведеного в працях М. Гелл-Манна, М. Гольдбергера, В. Тіррінга, Р. Карплуса, М. Рудермана, Х. Міязави, Р. Оме та ін. [222—227]

Перше виведення дисперсійних співвідношень у формалізмі квантової теорії поля запропоновано в 1954 р. М. Гелл-Манном, М. Гольдбергером та В. Тіррінгом, які, використовуючи теорему Коші, встановили попередньо необхідні аналітичні властивості амплітуди розсіяння вперед [221]. Однак їх доведення аналітичності мали заперечення, серйозність яких визнавали самі автори.

Р. Карплус та М. Рудерман встановили дисперсійне співвідношення, застосовне для процесів розсіяння мезонів на нуклонах, проте їх виведення базувалося на аналітичності амплітуди як на попередньому припущенні [224]. М. Гольдбергер спробував взагалі знехтувати питанням про аналітичне продовження амплітуди розсіяння в комплексну площину, однак введені ним означення виявилися некоректними, оскільки при цьому відповідні інтеграли ставали розбіжними [225].

Розглянуті спроби виведення дисперсійних співвідношень ґрунтувались на звичайній квантовій механіці, що не враховує особливостей теорії поля, зокрема, можливості процесу народження та зникнення частинок. Проте зрозуміло, що дисперсійні співвідношення, не зв'язані зі звичайним формалізмом, повинні були одержуватись, виходячи лише з деяких основних припущень теорії.

Шлях до кількісного опису сильних взаємодій було започатковано саме методом дисперсійних співвідношень, перше строге доведення яких для піон-нуклонного розсіяння було дано М.М. Боголюбовим у 1956 р. у Сіетлі. Це доведення було повністю викладено в монографіях 1957 та 1958 рр. [197, 215].

Головна складність доведення дисперсійних співвідношень полягала в тому, що треба було розглядати фізичні величини у так званій нефізичній області, де імпульси частинок стають комплексними. М.М. Боголюбову вдалося усунути цю проблему та показати, що негативні наслідки "більш простих"

спроб побудувати доведення дисперсійних співвідношень були пов'язані з використанням аргументації, яка виявлялась необґрунтованою або неправильною при розгляді неспостережуваної області. Метематично коректне зображення цієї області вимагає досить громіздких міркувань, які необхідно виконати з незвичною для фізика педантичністю. Виявилось, що із запропонованих аксіом для матриці розсіяння впливає можливість продовження амплітуди розсіяння за енергією в комплексну площину.

Систему основних положень, використану для виводу дисперсійних співвідношень, в подальшому було розвинуто в самостійний загальний підхід до побудови М.М. Боголюбовим з учнями релятивістської квантової теорії взаємодії частинок [187]. Його доповідь на конференції в Сіеттлі (1956) ознаменувала новий етап у розвитку як аксіоматичного методу, так і фізики сильних взаємодій. У ній М.М. Боголюбов, встановивши на основі свого принципу мікропричинності причинну структуру амплітуди розсіяння, безпосередньо довів можливість її аналітичного продовження на комплексні значення енергії. Підґрунтям для виведення дисперсійних співвідношень стала та ж система фізичних умов, що й в теорії збурень. М.М. Боголюбов лише дещо модифікував її, додавши такі вимоги, як умова стабільності вакууму та одночастинкових станів, які не було явно включено в систему, використану в теорії збурень, та переформулював умову причинності. Оскільки за відсутності розкладання за степенями заряду введення спеціальної функції  $g(x)$  вже не давало переваг, він ввів як функціональний аргумент  $S$ -матриці класичні добавки до асимптотичних полів, виконуючи таке розширення матриці розсіяння за поверхню енергії, яке дозволило постулювати редуційні формули у фізично прозорій формі. Нарешті, М.М. Боголюбов першим вказав на зв'язок між класом інтегрованості матриці розсіяння та причинними властивостями теорії, включивши в число умов, які виділяють локальні теорії, вимогу інтегрованості в деякому з класів  $C(q, r)$  із скінченними показниками.

Доведення дисперсійних співвідношень М.М. Боголюбовим було обумовлене відкриттям нового принципу аналітичного продовження узагальнених функцій багатьох змінних, а саме прийомом подвійного аналітичного продовження. У співвідношення вводився допоміжний параметр, що не мав фізичного змісту (уявна маса). Спочатку дисперсійні співвідношення виводилися та доводилися для уявних значень параметра — маси частинки (при цьому зазначена трудність не виникала), а потім, після встановлення аналітичних властивостей відповідних функцій, одержаний остаточний вираз аналітично продовжувався до фізичного значення параметра.

Побудоване М.М. Боголюбовим доведення дисперсійних співвідношень вимагало розвитку спеціального математичного апарату аналітичного продовження узагальнених функцій багатьох змінних. Найбільш загальним та класичним результатом тут є новий принцип голоморфного продовження — теорема про можливість об'єднання випереджальної та запізнювальної функцій в єдину аналітичну функцію та про спільне аналітичне продовження цієї пари

функцій в областях спеціального вигляду — "клинах". Дана теорема знайшла широке застосування у подальшому розвитку теорії дисперсійних співвідношень і в ряді інших розділів квантової теорії поля, а також стала основою нового напрямку в математиці. Її розвивали та узагальнювали А. Мартіно (1963 р.) [228], М. Моримото (1970 р.) [229], Брос та Ягольницер (1973, 1976 рр.). Вона стимулювала створення теорії гіперфункцій Сато (1958 р.) та теорії фур'є-ультрагіперфункцій (Парі, М. Моримото, 1973 р.).

Г. Бремерман, Р. Оме, Дж. Тейлор у праці [230] у 1958 р назвали цю теорему "теоремою про вістря клину" ("Edge of the wedge theorem"). У подальшому М.М. Боголюбов узагальнив її разом зі своїм учнем В.С. Володимировим [231].

Ця теорема важлива тим, що в ній встановлюється деяка властивість скінченної коваріантності двоточкової функції в будь-якій локальній теорії, де має місце умова спектральності та показується, що амплітуди розсіяння різних процесів є граничними значеннями деякої голоморфної функції. Міркування, в основу яких покладене використання цієї теореми, і дозволяють довести дисперсійні співвідношення для різних випадків. Зокрема, цим шляхом М.М. Боголюбов довів дисперсійні співвідношення для піон-нуклонного розсіяння при фіксованому  $t$ .

Цікаві дослідження з питань аналітичного продовження функцій, що знаходять застосування при строгому виведенні дисперсійних співвідношень, були проведені в 1956—1961 рр. О.С. Парасюком. Він узагальнив теорему Титчмарша, розглянув парні інтегральні рівняння в класі узагальнених функцій, розв'язання яких звів до проблеми Гільберта в класі узагальнених функцій [198, 232—234].

Важко переоцінити вплив праць М.М. Боголюбова з обґрунтування дисперсійних співвідношень на математичний стиль теоретичної фізики. Вони дали новий математичний апарат, який започаткував не тільки аксіоматичний напрям квантової теорії поля, а й нову мову в теорії сильних взаємодій.

Фактично, в квантовій теорії поля, як і в статистичній механіці, М.М. Боголюбов створив нове поняття стану за допомогою нескінченної послідовності амплітуд розсіяння та коефіцієнтних функцій (функцій Гріна), а також рівнянь для них. Як результат в теорії квантованих полів (і в статистичній механіці) було вироблено новий стандарт необхідних математичних засобів та підвищених вимог до доказової сили побудов. Фізики дістали нове поняття про амплітуду розсіяння як про єдину аналітичну функцію змінних розсіяння, і саме це поняття стало основоположним для подальшого розвитку теорії. На перший погляд, виключно математичне поняття виявилось віддзеркаленням існуючих у фізиці глибоких зв'язків між, здавалося б, різними процесами. Стало очевидним, що коли навіть неможливо знайти амплітуду розсіяння, то можна знайти її зв'язок з амплітудами інших процесів. Ідея про зв'язки різних каналів реакції стала відправною точкою численних евристичних побудов амплітуди розсіяння.

Метод дисперсійних співвідношень відразу зайняв одне з перших місць у теорії взаємодії частинок, і, передусім, у теорії сильних взаємодій. Він увійшов

органічною складовою частиною в різноманітні евристичні схеми напівфеноменологічного характеру, а також став головним для досліджень динаміки сильних взаємодій, що ґрунтуються на строго встановлених або строго постульованих уявленнях (як, наприклад, подвійне спектральне представлення Мандельстама аналітичних властивостей матричних елементів [235]).

Розвиваючи результати С. Мандельстама, О.С. Парасюку вдалось показати, що вони є наслідком двох класичних теорем — мультиплікаційної теореми Адамара та теореми Фабера про ряди за поліномами Лежандра. Він одержав також нові критерії відтворення подвійних дисперсійних співвідношень теорії збурень та відкрив несподівану аналогію між аналітичними методами теорії збурень небесної механіки та квантовою теорією поля [232].

У працях М.М. Боголюбова та його учнів було намічене різноманітне та широке застосування методу дисперсійних співвідношень: загальна побудова аксіоматичного методу, асимптотичні оцінки при високих енергіях, описування низькоенергетичних областей з використанням умови унітарності, проблеми масштабної інваріантності та автотомельності в глибоконепружних процесах при високих енергіях, асимптотична поведінка поблизу світлового конусу, строгі обмеження на переріз, квазіпотенціальний підхід, дисперсійні правила сум, фізика резонансних станів. Одне з практичних застосувань методу дисперсійних співвідношень — це напівфеноменологічна теорія сильних взаємодій в області низьких енергій. Роботи у цьому напрямі, що привели до створення кількісної теорії для нижчих парціальних хвиль розсіяння, були розпочаті М.М. Боголюбовим у Дубні наприкінці 50-х років, та продовжені далі його учнями [236]. Їх було широко розвинуто також в працях фізиків-теоретиків Дж. Челлена, А. Вайтмана, Ф. Дайсона, С. Мандельстама [237, 238, 235].

Значення цих досліджень з фізичної точки зору полягає в тому, що виділення основних постулатів, на яких ґрунтується сучасна квантова теорія поля, привело в 1955—1957 рр. М.М. Боголюбова до нового напрямку досліджень — так званої аксіоматичної теорії поля, яка сприяла поглибленому розумінню математичної структури сучасної квантової теорії поля. Виходячи з загальних фізичних постулатів, шляхом строгих міркувань в аксіоматичній квантовій теорії поля намагаються дістати інформацію про аналітичні властивості амплітуд. Значення аксіоматичного методу визначається тим, що він не вимагає явних припущень щодо форми взаємодії та не спирається на теорію збурень. Це дуже важливо для сильних взаємодій, де теорія збурень незастосовна. Даний напрям розвивали спільно з М.М. Боголюбовим А.О. Логунов, Б.В. Медведєв, М.К. Поліванов.

У подальшому М.М. Боголюбовим з учнями було розроблено метод функціонального усереднення, в якому фізичні величини зображаються через узагальнені інтеграли за класичними полями, тобто за просторами з нескінченною розмірністю. Ці інтеграли, що зветься функціональними чи континуальними, є глибоким та перспективним узагальненням звичайних многократних інтегралів. Розроблені на базі континуального інтегрування та пов'язаного з

ним операторного формалізму асимптотичні методи розв'язання задач дозволили ефективно дослідити амплітуди високоенергетичного розсіяння адронів та побудувати наочну геометричну картину розсіяння частинок.

Важлива інформація про властивості амплітуд розсіяння поля міститься в ряді теорії збурень. Для вивчення загального члена цього ряду було розвинуто метод мажорювання діаграм Фейнмана, що дозволяє робити висновки про область аналітичності довільно складної діаграми за відповідними областями декількох найпростіших діаграм. Так, О.С. Парасюком була запропонована методика дослідження їх топологічних властивостей. Йому належить ідея про те, що внесок будь-якої діаграми Фейнмана повинен бути розв'язком диференціального рівняння типу Фукса, а також узагальнення методу аналітичної регуляризації (метод Боголюбова—Парасюка—Хеппа) [239]. Праці М.М. Боголюбова та його конструктивні пропозиції сприяли також виробленню нового тривимірного формалізму — квазіпотенціального підходу до квантової теорії поля.

М.М. Боголюбову належить ряд ідей та досліджень у багатьох напрямках релятивістської динаміки частинок. У середині 60-х років, розробивши аксіоматику квантової теорії поля та дисперсійну техніку, М.М. Боголюбов зі співробітниками зацікавився теорією елементарних частинок, що бурхливо розвивалась в ті роки. Вони одержали низку важливих результатів з теорії симетрії та динамічних кваркових моделей елементарних частинок, а також детальну картину властивостей амплітуди розсіяння в асимптотичній області високих енергій.

Уперше гіпотезу про складену структуру адронів, що являють собою великий клас частинок, які беруть участь у сильних взаємодіях, у 1949 р. висловили Е. Фермі та Ч. Янг [240]. Саме численність адронів сприяла виникненню ідеї кварків. У 1951 р. К. Нишиджима незалежно від М. Гелл-Манна ввів поняття дивності [241]. Проте головним поштовхом до появи праць М.М. Боголюбова в галузі кваркової гіпотези стало відкриття, зроблене М. Гелл-Манном та Ю. Неєманом (1964 р.), що всі адрони можна логічним чином згрупувати в сім'ї — супермультиплети [242].

Нова система симетрії одержала назву "восьмеричного шляху", оскільки вона оперує 8 квантовими числами. У ній мезони утворюють сім'ї з однієї та восьми частинок, а баріони — з однієї, восьми та десяти частинок. Ці сім'ї утворюються за ознакою спінового моменту, значення якого однакове для всіх частинок однієї сім'ї. Всередині сімей частинки розрізняються між собою іншими квантовими числами — ізотопічним спіном та гіперзарядом. З усіх комбінацій значень, які можуть набувати ці два числа, можна побудувати ґратку квантових чисел для кожної сім'ї адронів. Ґратки з одного, восьми та десяти вузлів передбачали існування всіх відомих на той час частинок.

Збереження дивності та ізотопічного спіну приводить до симетрії сильної взаємодії відносно групи так званих унітарних перетворень — групи  $SU(3)$ -симетрії. Вона й дозволила класифікувати адрони, поєднуючи їх в деякі групи

частинок (супермультиплету). Частинки даного супермультиплету мають однакові спін, просторову парність, масу, але розрізняються значеннями дивності та ізотопічного спіну. Ці гратки можна формально описати за допомогою неперервних груп Лі. Група, яка відповідає "восьмеричному шляху", є групою  $SU(3)$  та означає групу унітарних матриць розміру  $3 \times 3$  з детермінантом, що дорівнює одиниці, тобто групу спеціальних перетворень в комплексному просторі. При цьому кажуть, що ці гратки утворюють зображення групи симетрії  $SU(3)$ . Кварки також описуються групою симетрії  $SU(3)$ .

За допомогою теорії  $SU(3)$ -симетрії можна було не тільки пояснити систематику адронів, а й одержати численні цікаві наслідки для процесів їх взаємодії. Проте вона, незважаючи на всі успіхи, не могла розглядатися як остаточна та всеосяжна теорія взаємодії адронів. Ф. Дайсон пише: "Чого ж не вистачає цьому методу? Теорія груп викликає незадоволення, залишаючи без пояснення багато такого, що бажано б було пояснити... І взагалі теорія груп досягає мети тільки тому, що ця мета заздалегідь обмежена: вона не претендує на пояснення всього, і навряд чи з цієї теорії виникне завершена чи всеосяжна теорія фізичного світу" [243].

Подальший прогрес у розумінні властивостей внутрішніх симетрій взаємодії адронів був досягнутий після появи гіпотези кварків. Привабливість складеної моделі елементарних частинок привела до того, що в 1964 р. М. Гелл—Манном та незалежно Г. Цвейгом було висунуто гіпотезу кварків, згідно з якою розглядалася модель елементарних частинок, де всі частинки є зв'язаними станами трьох основних частинок зі спіном  $1/2$  — кварків [244, 245]. За цієї гіпотези всі адрони побудовані з кварків та антикварків, тобто кварки виступають як справжні елементарні частинки. Основне правило для побудови адронів просте: всі квантові числа адрона можна отримати додаванням квантових чисел кварків, які його утворюють. За допомогою цієї процедури кваркова модель вірно передбачає всі відомі квантові числа адронів.

Однак, якщо обмежитись трьома початково введеними кварками ( $u$ ,  $d$ ,  $s$ ), то з'являються значні труднощі, зокрема, через небажані нейтральні струми зі зміною дивності. Вони усуваються шляхом запровадження нового "зачарованого кварка"  $c$ , гіпотезу про існування якого було висунуто Дж. Бйоркеном та Ш. Глешоу, Д. Амати, З. Маки та Й. Онуки, Й. Харою. З'явилась вона лише через рік після появи першої трикваркової схеми Гелл-Манна—Цвейга [246—249].

У 1970 р. Ш. Глешоу, Дж. Ліопулос та Л. Майані вдихнули нове життя в чотирикваркову модель своєю унікальною працею [250], присвяченою більше слабким, ніж сильним взаємодіям. В цій роботі четвертий кварк використовувався для того, щоб пояснити відсутність певних слабких розпадів елементарних частинок. Тут також містився розв'язок проблеми нейтральних струмів, що змінюють дивність.

Однак побудова адронів з кварків, які мають спін  $1/2$  та підпорядковуються статистиці Фермі—Дірака, приводила до протиріччя з принципом Паулі



для частинок с півцілим спіном. Кварки не підпорядковуються цьому принципу, інакше відомі значення спінів баріонів передбачалися б невірні. Так, при створенні баріона часто необхідно, щоб два ідентичні кварки перебували в одному й тому ж стані. Омега-частинка, наприклад, складається з трьох S-кварків, і всі три повинні перебувати в одному стані. Але це можливо лише для частинок, які підпорядковуються статистиці Бозе—Ейнштейна. Отже, виникає суперечність: кварки повинні мати півцілий спін і водночас підпорядковуватись статистиці, придатній для частинок з цілим спіном. Однак зв'язок між спіном та статистикою являє собою непорушний принцип релятивістської квантової механіки. Він впливає безпосередньо з теорії, виконується для всіх відомих частинок, відхилення від нього ніколи не спостерігались, і отже, кварки не можуть бути винятком з цього правила.

Початковий шлях до вирішення проблеми статистики кварків було запропоновано в 1964 р. О. Грінбергом. Вивчаючи так звані параполя, введені Г. Гріном, тобто поля, що не є ні бозе—ні фермі—полями, О. Грінберг поставив питання про існування парapolів та відповідних ним парачастинок у природі. Спочатку в його спільних з А. Мессіа [251, 252] працях було зроблено висновок, що парачастинок не може бути серед тих частинок, які на той момент були відомі. Однак вже в наступній своїй статті [253] він доходить до висновку, що такими частинками, а саме, параферміонами порядку три є кварки, припустивши при цьому, що кварки можуть підпорядковуватись не статистиці Фермі—Дірака, а іншому незвичному набору правил, який він назвав парафермі-статистикою за модулем три. Якщо звичайна статистика Фермі дозволяє в одному стані не більше однієї частинки, то для парафермі-статистики третього порядку кількість частинок в одному стані може дорівнювати трьом. У цьому випадку принцип Паулі не порушується, і кварки залишаються ферміонами, оскільки в баріонах вони будуть знаходитись в одному стані.

Однак запровадження парафермі-статистики нагадувало тавтологію і нічого не пояснювало. Хоча питання статистики кварків було розв'язано, залишались неясними інші моменти динаміки адронів. Наприклад, чому в природі реалізуються тільки системи, утворені кварк-антикварками (мезони) та трійками кварків (баріони), та чому кварки не спостерігаються у вільному стані? Потрібен був інший, незалежний спосіб перевірки статистичних властивостей кварків.

Такий спосіб було винайдено, коли для перевірки статистики кварків почали досліджувати процеси народження пар, наприклад, процеси народження мезонів при електрон-позитронних зіткненнях. Виявилось, що в цьому випадку вимога парафермі-статистики тотожна припущенню про збільшення втричі кількості звичайних ферміонів. Інша пропозиція була висунута одночасно та незалежно декількома авторами: М.М. Боголюбовим, А.Н. Тавхелідзе та Б.В. Струминським [254], М. Ханом та Й. Намбу [255], Міямото. Замість того, щоб змінювати статистику, вони змінили кварки. Це було досягнуто шляхом введення для розрізнення кварків ще одного їх ступеня вільності —



М. Хан



Й. Намбу

нового додаткового квантового числа з трьома значеннями та запропоновано нову схему сильних взаємодій, засновану на трьох триплетах кварків.

У подальшому, після створення квантової хромодинаміки як нової теоретико-польової теорії з введеним лагранжіаном і гамільтоніаном на зміну статичним кварковим моделям прийшли динамічні погляди на природу. Стало зрозуміло, що розглянуті М.М. Боголюбовим, Б.В. Струминським, А.Н. Тавхелідзе та М. Ханом і Й. Намбу стани кварків, які характеризуються введеним ними додатковим квантовим числом, мають розрізнятися саме "кольором", концепція якого виникла, коли з'ясувалося, що всі взаємодії ґрунтуються на калібрувальній неабелевій теорії, а КХД є динамічною теорією. Термін "колір" було введено М. Гелл-Манном, автором таких фізичних термінів, як "дивність", "кварки".

Припускаючи наявність у кожного кварка додаткового квантового числа, яке набуває три значення, можна скласти баріон з кварків з різними квантовими числами, тобто таких кварків, що знаходяться в різних квантових станах. Отже, необхідно знайти механізм, який би гарантував, що кварки у баріоні мають різні значення нового квантового числа.

Згідно з висунутою гіпотезою кварки є звичайними ферміонами, тобто задовольняють статистику Фермі—Дірака. Проте для кожного типу кварків із заданими значеннями ізотопічного спіну, електричного заряду та дивності (тобто для кожного "аромату" кварків) існують три унітарно еквівалентні стани, що різняться кольором. Стає зрозумілим, чому мезони та баріони, на відміну від кварків, безбарвні: кольори кварків компенсують один одного всередині адронів аналогічно тому, як електричні заряди ядра та оточуючих його



А.Н. Тавхелідзе

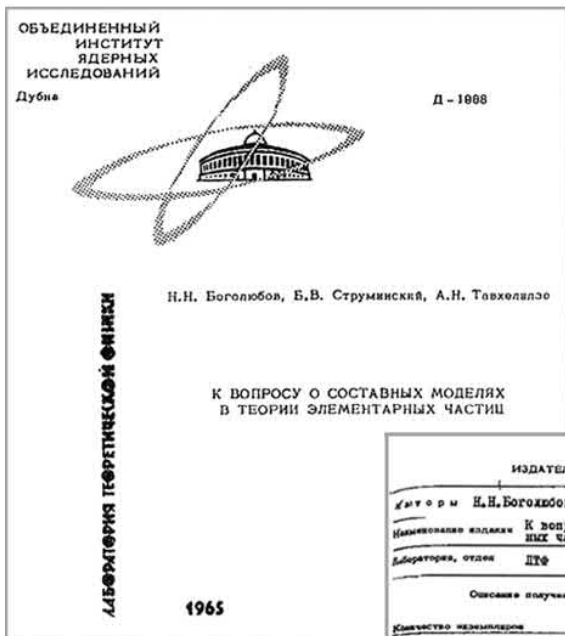


Б.В. Струминський

електронів компенсують один одного в нейтральних атомах хімічних елементів. Прийнято вважати, що кварки мають три значення кольору — червоний, зелений, синій, а антикварки — синьо-зелений, пурпуровий та жовтий.

Парафермі-статистика може розглядатися як окремих випадок гіпотези кольору. Обидві ці теорії еквівалентні за припущення, що колір абсолютно неможливо спостерігати (кольорова сліпота). У цьому випадку кварки різних кольорів здаватимуться ідентичними за всіма властивостями та підпорядкованими незвичній статистиці. Однак гіпотеза кольору припускає, що його можна побачити за певних обставин. Те, що поняття кольору приводить до того ж ефекту, що й пара-статистика, за умови, що ізольовані частинки можуть бути лише кольоровими синглетами, було показано в роботах Г. Фрітча, М. Гелл-Манна та Г. Летвилера [256, 257], а також В. Бардіна, Г. Фрітча та М. Гелл-Манна [258]. (При цьому слід вважати, що ізольовані частинки — завжди бозони або ферміони.)

Нами було встановлено, що рукопис праці М.М. Боголюбова, Б.В. Струминського і А.Н. Тавхелідзе (препринт) [249] надійшов у видавничий відділ ОІЯД 23 січня 1965 р., а вийшов у світ 2 лютого 1965 р. М. Хан та Й. Намбу дійшли того ж висновку про необхідність введення додаткового квантового числа у своїй статті [250], яка була одержана журналом *Physical Review* 12 квітня 1965 р., а надрукована 23 серпня 1965 р. Очевидно, що дати подання робіт розходяться у часі майже на три місяці, а дати виходу у світ — майже на сім місяців. Таким чином, можна говорити, що нами вперше було документально доведено пріоритет введення у фізику даного квантового числа М.М.Боголюбовим з учнями.



Титульна сторінка препринта М.М. Боголюбова, Б.В. Струминського і А.Н. Тавхелідзе щодо введення нового квантового числа, пізніше названого "колір", з датою подання, яка засвідчує пріоритет М.М. Боголюбова з учнями

Видавничка картка препринта.

тир. 200

ИЗДАТЕЛЬСКАЯ КАРТОЧКА **D-1968**

Авторы **И.Н. Боголюбов, Б.В. Струминский, А.Н. Тавхелидзе**

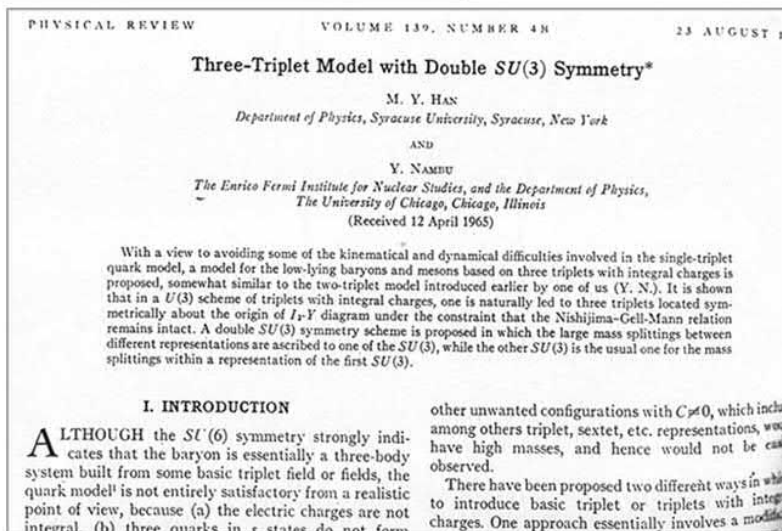
Наименование издания **К вопросу о составных моделях в теории элементарных частиц.**

Лаборатория, отдел **ЦФ**

Описание получаемой рукописи	Параметры	
	русский	английский
Количество экземпляров	2	
Количество экземпляров в 1 экз.	2	
выдается рукопись	препринт	
утверждение протокол комиссии	Созовьев	
подписано распоряжением на печать	24.1.68. Богол.	
№ заказа	Дата поступления в редакцию	Дата выхода в свет
4402	23.1.65 г.	№ 2-А
общ. уч.-изд. листов 0,9		

Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований  
Заказ 4402. Тираж 200. 0,9 уч.-изд. л.  
Техн. ред. В.Р. Саракова Январь 1968 г.

Реквізити препринта.



Перша сторінка статті М. Хана та Й. Намбу

Кольорові ступені вільності відіграють важливу роль в утворенні сильної взаємодії між кварками всередині адронів. Гіпотеза кольорових кварків виявилась тією кардинальною ідеєю, що відкрила шлях до розвитку послідовної картини кваркової побудови матерії. Основною проблемою, що стояла на цьому шляху, була відсутність кварків у вільному стані. Хоч очевидно, що остаточне вирішення проблеми невилітання кварків з адронів залишається розв'язати експерименту, було запропоновано ряд логічно несуперечливих пояснень "вічного полону" кварків усередині адронів. Поняття кольору для цього виявилось найзручнішим, оскільки всі стабільні стани повинні бути синглетами за кольором, тобто безбарвними.

У згадуваній праці М.М. Боголюбова, Б.В. Струминського та А.Н. Тавхелідзе завдяки введенню нового квантового числа було закладено ідею так званого "кваркового мішка", тобто припущення, що вільні кварки досить важкі, або навіть нескінченно важкі, а скалярний потенціал, який зв'язує їх в адрони, "з'їдає" масу кожного з них настільки, що всередині адрону маса стає дуже малою. Величезні сили, які зв'язують кварки в адрони, заважають їх вилітання, але при цьому, стримувані стінками потенціальної ями, кварки в ній виявляються вільними, або квазінезалежними. Така поведінка обумовила концепцію асимптотичної свободи кварків на малих відстанях, що відіграло надзвичайно важливу роль у фізиці адронів. Модель "кваркового мішка" далі інтенсивно була розвинута П.М. Боголюбовим.

Крім того, в працях М.М. Боголюбова, А.Н. Тавхелідзе, В.П. Шелеста, Нгуен Ван Х'єу, Д. Стоянова, Б.В. Струминського та інших було вперше запропоновано нерелятивістське кваркове рівняння, що описує адрони як складені частинки, та допомагає розрахувати магнітні моменти адронів в рамках цього уявлення. У подальшому вони побудували релятивістсько-інваріантне рівняння для адронів як для складених частинок. На цій основі вдалося дістати електромагнітні та слабкі формфактори адронів за абсолютними значеннями їх магнітних моментів.

Принципово новий крок на шляху розвитку динамічної теорії зробив Й. Намбу (1966 р.). Грунтуючись на своїй моделі про незв'язані кварки з цілими зарядами [255], він вперше ввів до розгляду векторні поля — носії кольорової взаємодії — глюони, започаткувавши цією кардинальною ідеєю основу майбутньої теорії сильних взаємодій — квантової хромодинаміки [259].

Якщо електромагнітна сила переноситься частинками одного типу, фотонами, то сила, пов'язана з кольорами кварків, вимагає вісім полів та вісім проміжних частинок. Саме ці частинки було названо глюонами (від англійського glue—клей), через те, що вони "склеюють" кварки в адронах, заважаючи їхньому розльоту. Подібно до фотонів всі вони безмасові та мають спіні, що дорівнює одиниці, подібно до кварків їх не було виявлено як вільні частинки. Кварки взаємодіють шляхом обміну глюонами. Коли такий обмін відбувається, вони змінюють свої кольори, але не аромати. У кожний момент часу баріон складається з червоного, зеленого та синього кварків, а мезон — з кварків



Член-кореспондент НАН України  
В.П. Шелест — учень  
М.М. Боголюбова

одного кольору та відповідного йому анти-кольору. Проте оскільки між кварками постійно відбувається обмін глюонами, неможливо в даний момент часу сказати, який колір має кожний кварк, їх імовірності однакові. Вільні кварки будуть намагатись об'єднуватися в безбарвні адрони, на зразок того, як вільні електрони та іонізовані атоми намагаються рекомбінувати. Ця властивість кольору означає, що вільний кварк або будь-яка інша кольорова система повинна бути менш стабільна, або більш масивна, ніж безбарвний стан. Виявам кольорової калібрувальної теорії було дано образні назви — інфрачервоне рабство та ультрафіолетова свобода. Ультрафіолетова свобода відома також під назвою асимптотичної свободи, оскільки до стану повністю незалежного руху кварків можна наблизитися лише асимптотично, ніколи не досягаючи його реально.

Взаємодії двох кольорових зарядів, що переносяться глюонами, за аналогією до електродинамічних взаємодій двох електричних зарядів, було названо хромодинамічними взаємодіями, а теорія, що описує їх — квантовою хромодинамікою. Її математична відмінність від квантової електродинаміки полягає в тому, що рівняння Максвелла для електромагнітного поля лінійні, а рівняння глюонного поля є нелінійними, ця нелінійність й зумовлює властивості квантової хромодинаміки.

Моделі адронів, в якій всі частинки складено з кварків, зв'язаних за рахунок глюонного обміну, може бути надано елегантної математичної форми. Ця модель є прикладом неабелевої калібрувальної теорії. Такого типу теорії було вперше побудовано Ч. Янгом та Р. Міллсом (1954 р.) [260]. Калібрувальна теорія будується на зразок електродинаміки Максвелла. Для таких теорій характерним є те, що кожна частинка, яка несе певне квантове число, або заряд, створює далекодійне поле, напруженість якого пропорційна цьому квантовому числу. Теорія Максвелла є абелевою теорією. Неабелеві теорії відрізняються від неї тим, що в них самі поля несуть квантові числа, тобто поле діє як джерело самого себе. Теорія гравітації Ейнштейна також є неабелевою, в ній гравітаційне поле саме і є джерелом гравітації.

Сучасну "канонічну" форму теорії слабкої взаємодії було започатковано в 1958 р. працями Р. Фейнмана та М. Гелл-Манна [261], а також Р. Маршака та Е. Сударшана [262]. Істотне доповнення до цієї теорії зроблене Н. Кабібо [263], що дозволило поширити її також на процеси, в яких беруть участь дивні

частинки. Електромагнітні та слабкі взаємодії було об'єднано в ще одну калібрувальну теорію незалежно С. Вайнбергом (1967) та А. Саламом (1968) (Теорія Вайнберга—Салама) [264, 265].

Модель кольорових кварків також дає змогу аналогічно описати сильні взаємодії. Із введенням кольору стало можливим приписати кожному кварку цілі значення електричного заряду і баріонного числа, як, наприклад, у згадуваній моделі Хана—Намбу. Така модель робить колір видимим в тому розумінні, що кварки різних кольорів характеризуються різними масами, електричними зарядами та баріонними числами, і, таким чином, можуть відрізнятися один від одного.

Асимптотичну свободу квантової хромодинаміки було відкрито у 1973 р. працями Д. Політцера [266] та Д. Гросса і Ф. Вільчека [267]. Вони встановили, що ефективна константа зв'язку сильних взаємодій зменшується до нуля у міру того, як характерна енергія процесу зростає до нескінченності. Математично це означало, що нелінійність рівнянь поля не надто суттєва на малих відстанях та можна коректно обчислити характеристики процесів за участю адронів, зокрема, розрахувати результати дослідів з глибоконепружного розсіяння. Зараз у всіх випадках, де можливе порівняння квантової хромодинаміки з дослідом, теорія дає правильну відповідь. Слід зазначити, що у 1968 р. російський вчений українського походження Й.Б. Хриплович (народився у Києві) обчислив перенормування заряду в неабелевій калібрувальній теорії [268].

Необхідно згадати, що квантова хромодинаміка виникла внаслідок поєднання гіпотези кольорових кварків та кольорової унітарної симетрії з принципом локальної калібрувальної інваріантності Янга—Міллса. У зв'язку з цим слід підкреслити, що обговорена вище гіпотеза Грінберга (1964 р.) про парадермі-статистику кварків не дозволяє ввести калібрувальну унітарну симетрію, яка лежить в основі квантової хромодинаміки, та є, таким чином, фізично неприйнятною на відміну від альтернативної гіпотези кольорових фермі-кварків.

Яскравим прикладом динамічного вияву кваркової структури елементарних частинок в процесах взаємодії при високих енергіях є встановлені в 1973 р. учнями М.М. Боголюбова В.А. Матвеевим, Р.М. Мурадянцем та А.Н. Тавхелідзе на основі принципу автомодельності так звані формули кваркового підрахунку, що визначають закон асимптотичної поведінки перерізів пружного розсіяння на великі кути та формфакторів адронів залежно від кількості складових кварків. Ці формули добре описують численні експериментальні дані з розсіяння елементарних частинок, дозволяючи безпосередньо з дослідів одержати інформацію про кваркову структуру адронів та найлегших ядер [269].

Основи теорії симетрії елементарних частинок були предметом багаторічного курсу лекцій, прочитаних М.М. Боголюбовим на фізичному факультеті Московського університету [270]. Фундаментальні за глибиною та ясністю викладення, ці лекції викликали великий інтерес та були прекрасним вступом до цього складного розділу теоретичної фізики.

Численні напрями квантової теорії поля та фізики елементарних частинок розробляли представники київської гілки теоретичної школи М.М. Боголюбова — академіки НАН України О.С. Парасюк та Д.Я. Петрина, члени-кореспонденти НАН України В.І. Фушич та В.П. Шелест, доктори наук Г.М. Зинов'єв, Б.В. Струминський, А.Н. Тавхелідзе, Ю.Л. Ментковський, А.М. Федорченко, В.Г. Писаренко, В.П. Гачок, В.І. Ленд'єл, І.П. Дзюб та інші. Інтенсивній розробці даних проблем сприяло те, що з моменту заснування Інституту теоретичної фізики АН України в ньому було створено відділ теорії елементарних частинок, який очолював А.Н. Тавхелідзе, а з 1971 року — В.П. Шелест. Загальне наукове керівництво роботами здійснював М.М. Боголюбов.

Так, цікаві дослідження з питань аналітичного продовження функцій, що знаходять застосування при строгому виведенні дисперсійних співвідношень, було проведено в 1956—1961 роках академіком НАН України О.С. Парасюком.

Як вже зазначалося, М.М. Боголюбов першим вказав, що причиною появи розбіжностей в квантовій електродинаміці є те, що квантова теорія поля розглядає узагальнені (операторозначні) функції, що інтегровані в деяких класах "основних" функцій  $g(x)$  [271]. Він запропонував своє вирішення цієї проблеми, де головним стало встановлення так званої  $R$ -операції, за допомогою якої усуваються розбіжності. Спільно зі своїм учнем О.С. Парасюком М.М. Боголюбов розробив правила поведінки з узагальненими функціями (передусім, операцію множення) та показав, що в певних випадках, при належному визначенні хронологічно впорядкованих добутків операторів полів, можна побудувати матрицю розсіяння, яка не має розбіжностей. Вони послідовно аксіоматично реалізували ідею регуляризації та дали аксіоматичну схему квантової теорії поля [272—273].

Надалі О.С. Парасюк досліджував питання аналітичного продовження функцій, що знаходять застосування при строгому виведенні дисперсійних співвідношень. Він узагальнив теорему Титчмарша, розглянув парні інтегральні рівняння в класі узагальнених функцій, розв'язання яких звів до проблеми Гільберта в класі узагальнених функцій [274—276].

Розвиваючи строго постульоване С. Мандельстамом подвійне спектральне представлення аналітичних властивостей матричних елементів, О.С. Парасюк зміг показати, що його результати є наслідком двох класичних теорем — мультиплікаційної теореми Адамара та теореми Фабера про ряди за поліномами Лежандра. Він дістав також нові критерії здійсненості подвійних дисперсійних співвідношень теорії збурень та відкрив неочікувану аналогію між аналітичними методами теорії збурень небесної механіки та квантовою теорією поля [277].

Асимптотичні методи розв'язання задач, розроблені на базі методу функціонального усереднення Боголюбова, в основу якого покладене континуальне інтегрування, дозволили ефективно дослідити амплітуди високоенергетичного розсіяння адронів та побудувати наочну геометричну картину розсіяння частинок. Важлива інформація про властивості амплітуд розсіяння



поля міститься в ряді теорії збурень. Для вивчення загального члена цього ряду було розвинуто метод мажорювання діаграм Фейнмана, що дозволяє робити висновки про межі аналітичності доволі складної діаграми за відповідними областями декількох найпростіших діаграм. Тут О.С. Парасюком було запропоновано методу дослідження топологічних властивостей діаграм. Йому належить ідея про те, що внесок будь-якої діаграми Фейнмана має бути розв'язком диференціального рівняння типу Фукса, а також узагальнення методу аналітичної регуляризації (метод Боголюбова—Парасюка—Хеппа) [278].

Важливі результати з аксіоматичної квантової теорії поля одержав представник київської гілки теоретичної школи М.М. Боголюбова, учень О.С. Парасюка В.П. Гачок [279, 280]. Узагальнюючи методи класичної проблеми моментів, він розглядав аксіоматичну квантову теорію поля, вакуумні сподівання якої можуть бути узагальненими функціями як помірною, так і нескінченного зростання. Разом з О.В. Золоторюком та Я.М. Якимівом ним було досліджено питання про регуляризацію алгебри польових операторів та запропоновано новий метод регуляризації сингулярних функцій квантової теорії поля [281].

В.П. Гачок також провів дослідження в галузі конструктивних методів у квантовій теорії поля та вивчив питання про розкладання вектор-станів системи на  $G$ -ергодичні стани. З метою побудови моделей взаємодіючих полів ним було дано теорію реконструкції релятивістського квантового поля за даним евклідовим полем. Таким чином, вдалося ефективно переформулювати умову спектральності в термінах евклідових функцій Гріна, що дало можливість застосувати одержані результати для побудови моделей квантової теорії поля [282].

Над математичними проблемами квантової теорії поля працював з 1966 року О.О. Яцун. Під керівництвом О.С. Парасюка методами аналітичного продовження розкладань за поліномами Лежандра він дістав нові наслідки з постулату унітарності.

Принципові результати в галузі квантової теорії поля було одержано також Д.Я. Петриною. Його відома теорема про неможливість існування нелокальної квантової теорії поля з додатним спектром енергії-імпульсу визначила напрям розвитку квантової теорії поля на значний період. Вченим сформульовано та досліджено рівняння для коефіцієнтних функцій матриці розсіяння квантової теорії поля, вивчено спектри модельних гамільтоніанів теорії надпровідності й надплинності у введених ним просторах трансляційно-інваріантних функцій [283, 284]. Д.Я. Петрина встановив критерії справедливості спектральних представлень для амплітуд розсіяння, вивів рівняння для коефіцієнтних функцій матриці розсіяння, відомих як рівняння Петрини, та першим розв'язав їх для евклідової неполіноміальної теорії.

Д.Я. Петрина запропонував спеціальні простори трансляційно-інваріантних функцій, за допомогою чого встановив термодинамічну еквівалентність широкого класу модельних та апроксимуючих гамільтоніанів [285]. У циклі останніх робіт ним було відкрито нове відгалуження спектра гамільтоніана теорії надпровідності, що стало певною несподіванкою для дослідників [286].

Велика низка праць Д.Я. Петрини стосується дослідження аналітичних властивостей амплітуд розсіяння теорії збурень, де він встановив загальні критерії справедливості спектральних представлень, довів теорему про повноту амплітуд розсіяння в просторі амплітуд, запропонував метод підсумовування внесків від діаграм Фейнмана, показав глибоку аналогію між твірним оператором від діаграм Фейнмана та гамільтоніаном, завдяки чому класифікував комплексні особливості діаграм Фейнмана методами теорії функцій багатьох комплексних змінних. Ним проаналізовано рівняння для матричних елементів у евклідовій області імпульсів для моделі скалярного поля з поліноміальним лагранжіаном взаємодії, а також рівняння для евклідових функцій Гріна квантової електродинаміки [287, 288].

Аналіз віднімальної процедури Боголюбова—Парасюка у квантовій теорії поля лежить в основі запропонованого Д.Я. Петриною нового підходу для розрахунку електростатичних полів в неоднорідному мілкозернистому середовищі.

Ряд цікавих задач з квантової механіки та квантової теорії поля розв'язав В.І. Фушич. Він одержав і дослідив багатовимірні системи лінійних та нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних параболічного та гіперболічного типу, інваріантних відносно груп Галілея, Пуанкаре та конформної групи. Такі рівняння описують реальний рух частинок та полів з довільним спіном. На основі цих результатів В.І. Фушичем було побудовано теоретико-групові засади узагальненої релятивістської квантової механіки для частинок та полів зі змінною масою та довільним спіном, а також виведено та детально вивчено рівняння руху в рамках такої узагальненої механіки. В 70-х роках ХХ століття він запропонував нові способи дослідження симетрій рівнянь теоретичної та математичної фізики, що дозволило відкрити невідомі раніше групи симетрії цілого ряду важливих рівнянь руху [289—294].

Низка фундаментальних результатів була одержана учнями М.М. Боголюбова також у галузі фізики високих енергій та теорії елементарних частинок. Так, результати В.П. Шелеста стосуються побудови структурно-динамічних моделей елементарних частинок, дуальної резонансної моделі та статистичного підходу в ній, який дозволяє описувати деякі властивості множинних процесів; теорії фазових переходів між адронним та кварк-глюонним станами матерії; побудови релятивістсько-інваріантних рівнянь для складених частинок, алгебри струмів у моделі квазінезалежних кварків та деяких модифікацій кваркових моделей, зокрема, моделі ефективних кварків.

Розглянуті ним нерелятивістські задачі трьох тіл дозволили суттєво з'ясувати одне з основних питань теорії елементарних частинок — питання про аналітичну структуру парціальних амплітуд розсіяння елементарних частинок. У подальшому В.П. Шелест із співавторами, застосовуючи методику дисперсійних правил сум, вивчав динамічні моделі адронів у межах кваркових уявлень в теорії вищих симетрій елементарних частинок. На основі релятивістсько-інваріантних рівнянь для складених частинок, запропонованих М.М. Боголюбовим, він вивів рівняння, за допомогою яких на кварковій ос-

нові розвинув теорію опису адронів. Було побудовано релятивістсько-інваріантну модель сильновзаємодіючих елементарних частинок, відому нині як модель ефективних кварків, яка виявилась еквівалентною відомому підходу алгебри струмів, але відрізнялась від нього математичною простотою. Всі ці дослідження проводились з єдиної точки зору на базі вперше запропонованих В.П. Шелестом у 1967 році релятивістсько-коваріантних рівнянь [295—297]. В подальшому учню В.П. Шелеста О.П. Кобушкіну вперше вдалося знайти конструктивний метод для побудови перетворення від "струмових" до "структурних" кварків [298, 299].

Вивчаючи можливість реалізації принципу дуальності в рамках аналітичної теорії  $S$ -матриці, В.П. Шелест у 1971 році спільно з Л.Л. Єнковськи, М.А. Кобилінським та А.І. Бугрієм побудував клас дуальних амплітуд з мандельстамівською аналітичністю і венеціанівською границею (ДАМА). Ними було досліджено проблему появи кратних полюсів у цій моделі та можливий шлях їх усунення. Було одержано аналітичне продовження амплітуди на всю  $S$ -площину, за допомогою якого досліджено властивості таких амплітуд; запропоновано прості вирази для ДАМА та методи її аналітичного продовження за однією та двома змінними; вивчено полюсну структуру амплітуди, її порогову та асимптотичну поведінку, а також властивості подвійної спектральної функції. За допомогою ДАМА описано інклюзивні процеси, сформульовано нове фундаментальне наближення в теорії сильних взаємодій на основі ДАМА, запропоновано та вивчено узагальнення ДАМА на п'ятиточкові процеси, конкретну параметризацію траєкторій Редже на основі обмежень, що випливають з ДАМА, модель траєкторії Померанчука. Вчені показали, що дуальні моделі з мандельстамівською аналітичністю взагалі правильно відбивають природу процесів та можуть використовуватись як для феноменологічних цілей, так і слугувати основою для побудови теорії сильних взаємодій [300—302].

В.П. Шелест, Г.М. Зинов'єв, В.А. Міранський та М.І. Горенштейн розробили також статистичний підхід до вивчення сильновзаємодіючих частинок при високих енергіях. У рамках дуальної резонансної моделі ними було обчислено статистичні середні резонансного спектра: густину адронних станів, середній спін, середню повну ширину, що дозволило дати повний статистичний опис адронної матерії при високих енергіях. Численні риси такого опису досить близькі до результатів статистичної бутстрап-моделі, що дає підстави вважати дуальну резонансну модель динамічною реалізацією статистичного бутстрапа. В ряді праць Г.М. Зинов'єва та його учнів було запропоновано нову інтерпретацію моделі статистичного бутстрапа та на її основі модифіковано статистичне бутстрап-рівняння. При цьому встановлено глибокий зв'язок між статистичною бутстрап-моделлю та моделлю Померанчука для множинного народження, і як наслідок, з'ясовано важливість поняття обсягу взаємодії в бутстрап-теорії [303, 304]. В.А. Міранським модифіковані рівняння ренормалізаційної групи Боголюбова—Ширкова, які були застосовані до вивчення проблеми спонтанного порушення киральної інваріантності в калібрувальних теоріях поля [305—307].



Доктор фізико-математичних наук,  
професор Г.М. Зинов'єв — учень  
М.М. Боголюбова

Відомими є також праці учня М.М. Боголюбова Б.В. Струминського з кваркової моделі елементарних частинок — одного з авторів першої моделі адронів з цілочисловими кварками, на основі якої ним було розглянуто електромагнітні, слабкі та слабкі радіаційні розпади адронів. Він також запропонував підхід, який полягає в тому, що всі покоління кварків об'єднуються в один мультиплет калібрувальної групи, після порушення якої залишаються слабкі взаємодії та нові взаємодії, що приводять до переходів між поколіннями. На цій основі було побудовано модель слабких взаємодій з 8 кварками і 8 лептонами та вивчено властивості нових кварків та лептонів. Інший запропонований Б.В. Струминським підхід до цієї ж проблеми полягає у введенні нової групи "горизонтальних" калібрувальних взаємодій, яка дала можливість класифікувати покоління кварків та лептонів, розро-

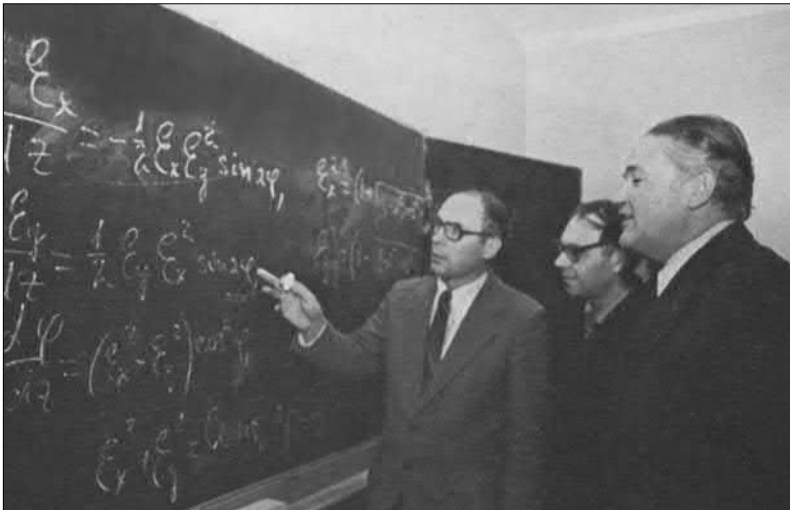
бити механізм порушення  $CP$ -інваріантності і вивчити осциляції в системах нейтральних  $K$ - та  $D$ -мезонів [308—310].

Праці В.Г. Писаренка пов'язані з теорією симетрії елементарних частинок, нелінійними теоріями поля та релятивістською астрофізикою. Він також розробляв методи теорії диференціально-різницевих рівнянь у застосуванні до задач електродинаміки та теорії тяжіння, вивчав співвідношення між магнітними моментами нуклонів у рамках дисперсійних правил сум. Вченим доведено, що метод дисперсійних правил сум може бути використаний для нелокальних адронних полів, та досліджено зв'язок дисперсійних правил сум з високоенергетичною поведінкою різноманітних інваріантних амплітуд фотонародження [311, 312]

Ю.Л. Ментковському належать роботи в галузі великих квантових систем та теорії потенціального розсіяння. Він уперше розглянув широке коло питань квантово-механічного руху частинок у сумарному полі короткодійчих (ядерних) та кулонівських сил. Внаслідок цієї роботи був встановлений вплив кулонівського поля на розміщення та характер особливостей нерелятивістських парціальних амплітуд. Він виявив таким, що було неможливо розробити дисперсійну теорію і доводилось будувати інші функції, які задовольняють дисперсійні співвідношення. Доведення існування таких функцій стало важливим результатом Ю.Л. Ментковського. Вчений розвинув математичний апарат руху нерелятивістської частинки в ядерно-кулонівському полі, а також строго дослідив проблеми, пов'язані з парціальним ядерно-кулонівським рівнянням Шредінгера. Значний інтерес становить побудована теорія відновлення фінітного ядерно-

го потенціалу за даними фазами ядерно-кулонівського розсіяння при досить загальних апріорних припущеннях щодо поведінки ядерних сил [313].

Дослідження А.М. Федорченка стосуються теорії хвильових процесів у плазмі та плазмових середовищах, фізичної акустики та акустоелектроніки. Він вивчав акустичні хвилі в обмежених діелектриках та п'єзоелектриках, підсилення хвиль Релея та Лемба в п'єзонапівпровідниках, розробляв теорію акустичного генератора, підсилювача та новий метод розрахунку поглинання звуку в твердих тілах. Вченим одержано критерії характеру нестійкості (абсолютної чи конвективної), а також просторового посилення, ним було проаналізовано дисперсійні рівняння зв'язаних циклотронних та електромагнітних хвиль, що поширюються вздовж магнітного поля, рівняння для обмеженої системи плазма — пучок у магнітному полі, розглянуто взаємодію швидких електромагнітних хвиль циліндричного хвилеводу з несиметричними хвилями електронного пучка, що обертається, взаємодію струму в провіднику з електромагнітними та акустичними хвилями, яка описувалась не кінетичними рівняннями, а рівняннями гідродинаміки. Він також розглянув плазмовий механізм підсилення ультразвуку та проаналізував дисперсійне рівняння оптичного квантового генератора, дослідив процеси перетворення хвиль на межі діелектрик—плазма, нелінійні ефекти, викликані високочастотним полем, а також взаємодію електромагнітних хвиль з рівноважними флуктуаціями у плазмовому середовищі [314, 315]. Під керівництвом А.М. Федорченка його учнем М.Я. Коцаренком було розроблено методику знаходження стаціонарних характеристик плазми, викликаних високочастотним полем та досліджено стаціонарний розподіл густини плазми в полі електромагнітної



Доктори фізико-математичних наук, професори Київського університету (зліва направо) М.Я. Коцаренко, В.К. Тартаковський та А.М. Федорченко (учень М.М. Боголюбова) досліджують кінетику процесів у газових лазерах

хвилі. Було також вивчено збільшення кількості електронів та іонів у плазмі, викликане поздовжніми та поперечними хвилями [316, 317].

В.І. Ленд'єл, використовуючи аналітичні властивості амплітуди розсіяння та техніку дисперсійних співвідношень, одержав ряд важливих результатів, які стосуються опису низькоенергетичного піон-нуклонного розсіяння  $\pi$ e, зокрема, дисперсійні співвідношення в новій формі — для квадрата амплітуди прямого розсіяння, які дають узгоджений опис процесів взаємодії  $\pi$ -мезонів та нуклонів при даних енергіях. Вчений показав також можливість одержувати динамічний опис процесів низькоенергетичного піон-нуклонного розсіяння без введення довільних параметрів, побудував теорію нуклон-нуклонної взаємодії на основі однобозонної моделі.

Виходячи з дисперсійних співвідношень для синглетної амплітуди протон-протонного розсіяння при фіксованому куті методом екстраполяції в полюс та з урахуванням найближчих розрізів, В.І. Ленд'єл визначив константу зв'язку  $\pi$ -мезонного та нуклонного полів. Комбінуючи дисперсійні співвідношення вперед—назад, одержав коректні співвідношення для парціальних амплітуд та показав, що ці дисперсійні співвідношення можна строго довести за методом М.М. Боголюбова. У 1961 році спільно з Д.В. Ширковим та В.О. Мещеряковим В.І. Ленд'єл підтвердив існування скалярного  $\sigma$ -мезона. Дослідження резонансних процесів розсіяння електронів, фотонів та іонів на атомних структурах дало можливість теоретично обґрунтувати експериментальні дослідження, що проводились в Ужгороді фізиками-експериментаторами [318—320].

І.П. Дзюб розробив кластерні теорії змішаних магнітних кристалів та теорію непружного розсіяння повільних нейтронів у домішкових кристалах, запропонував метод взаємодії домішок з кристалами. Він вивчив динаміку кристалів з ізольованими домішками (при наявності квазілокальних та локальних коливань), визначив переріз непружного розсіяння повільних нейтронів, дослідив спектр спінових збуджень домішкових магнітних кристалів при порівняних концентраціях компонент, запропонував кластерну теорію спінових збуджень розведених та змішаних феро- та антиферромагнетиків при порівняних концентраціях компонент, побудував теорію електронних збуджень в ідеальних магнетиках. У рамках ізотопічної моделі передбачив ефект резонансного затухання фононів та зміщення або розриву їх дисперсійних гілок на частоті квазілокального коливання [321—323].

Результати названих учнів, кожний з яких вже сам має групу послідовників, свідчать про важливість внеску в квантову теорію поля та теорію елементарних частинок київської гілки теоретичної школи М.М. Боголюбова.

РОЗДІА 6

---

**ДОЧІРНІ ШКОЛИ  
М.М. БОГОЛЮБОВА  
В ГАЛУЗІ  
СТАТИСТИЧНОЇ  
ФІЗИКИ —  
НАУКОВІ ШКОЛИ  
І.Р. ЮХНОВСЬКОГО  
ТА С.В. ПЕЛЕТМІНСЬКОГО**

---





*Формування та розвиток наукової  
школи статистичної фізики  
І.Р. Юхновського*

*Формування та розвиток наукової  
школи статистичної фізики  
С.В. Пелетмінського*







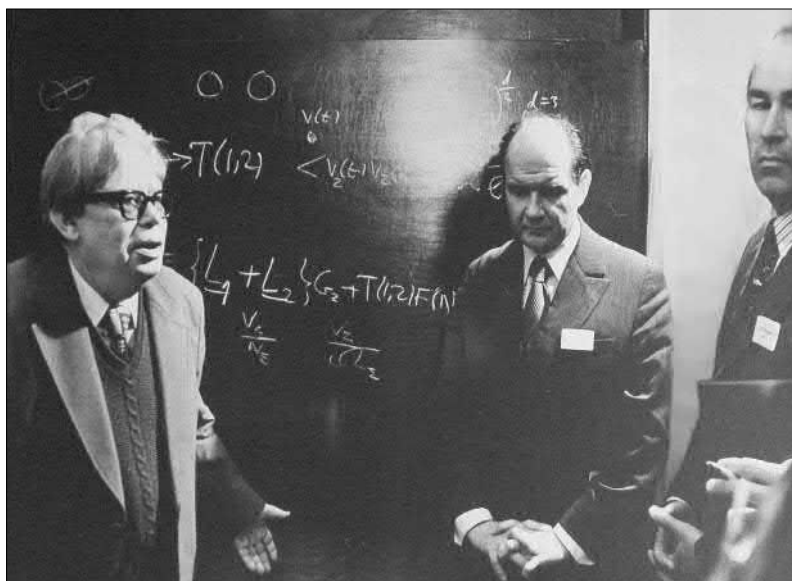
### *6.1. Формування та розвиток наукової школи статистичної фізики І.Р. Юхновського*

Розбудова ідей і методів статистичної фізики в Україні значною мірою пов'язана з науковою та педагогічною діяльністю академіка НАН України Ігоря Рафаїловича Юхновського — видатного вченого в галузі теоретичної фізики, педагога і організатора науки, громадського діяча.

У його працях одержано низку принципово важливих результатів у галузі фізики конденсованої речовини, фазових переходів та критичних явищ, зроблено вагомий внесок у розвиток статистичної теорії рідин, розчинів та роз-плавів електrolітів, металів і сплавів, невпорядкованих систем, квантових рідин, електронного газу в металах, частково збуджених систем, сегнетоелектриків, електrolітичних плівок та мембран, надплинної рідини та високотемпературної плазми. До результатів І.Р. Юхновського належать метод колективних змінних у класичному і квантовому випадках для одночасного коректного врахування коротко — і далекодійних внесків в термодинамічні та структурні властивості багаточастинкових систем, статистична теорія фазових переходів другого роду, мікроскопічна теорія розчинів електrolітів. Ігор Рафаїлович є автором близько 500 наукових праць, в тому числі 7 монографій, серед його учнів більше 40 кандидатів та 21 доктор наук [1—7].

Надзвичайна працездатність, ґрунтовні наукові результати, вимогливість до себе і колег у виконанні прийнятих рішень, чесність та водночас демократизм, інтелігентність, скромність, доброта, чуйність, відкритість та м'якість у спілкуванні — ось риси, якими можна охарактеризувати академіка І.Р. Юхновського.

Один з учнів І.Р. Юхновського І.М. Мриглюд так писав про свого вчителя: "Протягом п'ятдесяти років Ігор Юхновський працює в галузі статистичної фізики та конденсованої теорії матерії. Результатом його діяльності в цій галузі стало створення ряду нових методів у багаточастинковій теорії класичних



Другий радянсько-італійський симпозиум з математичних проблем статистичної фізики. Львів, 1985 р. Академіки НАН України (зліва направо) М.М. Боголюбов, І.Р. Юхновський, Д.Я. Петрина

і квантових систем, поява численних фундаментальних результатів у фізиці конденсованого стану, а також створення Львівської школи статистичної фізики, відомої нині в багатьох дослідних центрах усього світу" [5]. "Учений з іменем, знаний організатор науки, яскравий представник справжньої львівської інтелігенції. М'який за манерою спілкування і наполегливий у рішеннях, ерудований і безмежно відданий своїй справі. Людина, котра вміла знаходити порятунком від тимчасових невдач у важкій до запаморочення праці. Професіонал, який вмів запалити іскорку мрії у багатьох і повести їх за собою. Особистість, яку багато критикували та обговорювали, однак попри все завжди робили це з повагою" [6, с.32].

"Слід зазначити велику заслугу І.Р. Юхновського як організатора науки. Він дуже багато зробив з організації конференцій зі статистичної фізики, які проходили у 70-ті роки та пізніше. Його школа зробила суттєвий внесок у розвиток статистичної фізики рівноважного стану, який пов'язаний із дослідженням моделі Ізінга та фазових переходів у ній", — зазначав академік НАН України С.В. Пелетмінський \*.

"Готуючи до видання вибрані праці з фізики І.Р. Юхновського, редакційна колегія та усі причетні до цієї справи працівники ІФКС НАН України отримали велике задоволення і насолоду від високого теоретичного рівня робіт та їх математичної елегантності, від фізичної інтуїції автора", — писали про наукові праці вчителя І.М. Мриглод, М.Ф. Головка, О.Л. Іванків, М.П. Козловський, І.В. Стасюк та М.В. Токарчук [7, с. 6].

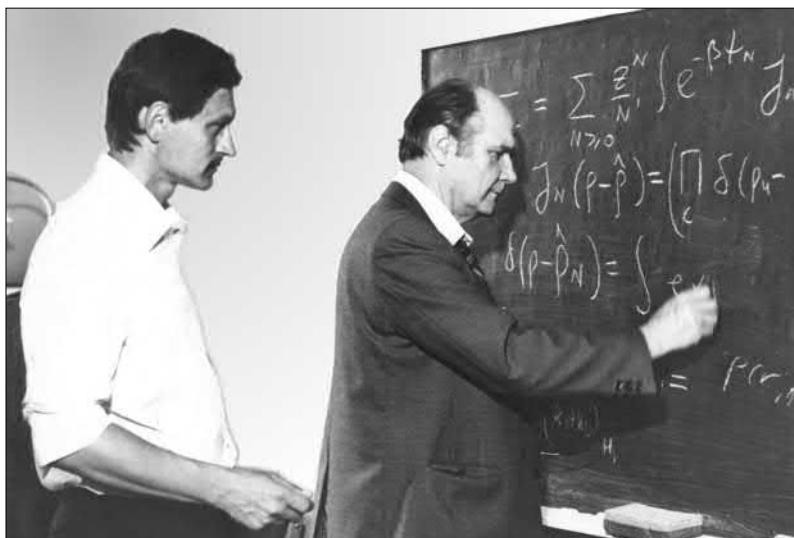


І.Р. Юхновський (другий зліва) та співробітники Львівського відділу Інституту теоретичної фізики АН УРСР. 70-і роки ХХ ст.



Академік НАН України І.Р. Юхновський (в центрі) в колі учнів. 70-і роки ХХ ст.

"Ігор Рафаїлович не є вченим книжного типу, — зазначає його учень член-кореспондент НАН України М.Ф. Головка. — Мудрість Юхновського є природна, від самого себе — і в цьому його неповторність. Будь-який матеріал він переосмислює, дошукується до першопричин, роблячи іноді несподівані висновки. Так сталося, наприклад, коли партійне керівництво в середині 70-х років доручає йому вивчити проблеми АСУ (автоматизованої системи управління) міста. З'ясувавши зв'язок між інформацією та ентропією, Ігор Ра-



Обговорення методу колективних змінних на семінарі Львівського відділення Інституту теоретичної фізики АН УРСР. Доктор фізико-математичних наук, професор М.П. Козловський (зліва) та академік НАН України І.Р. Юхновський. 1980 р.

фаїлович застосовує другий закон термодинаміки до інформаційних систем і робить висновок про нестійкість закритих систем без доступу інформації ззовні" [6, с. 25].

Уміння працювати на межі можливого — ще одна риса, притаманна академіку Юхновському. Він завжди говорив, що досягти результату у фізиці можна, лише повсякденно тяжко працюючи та розв'язуючи надважкі задачі. Тільки так компенсується недостатній рівень забезпечення науковою літературою і віддаленість від столичного наукового життя. "Орієнтація на максимальний результат і обов'язковість у його досягненні, молодечий максималізм, великий життєвий досвід і наполегливість у праці — усе це ми мали змогу спостерігати багато років, і в цьому життєве кредо академіка Юхновського", — писав про свого вчителя член-кореспондент НАН України І.М. Мриглюд [6, с. 34].

Це підтверджує А.В. Свідзинський, який пригадує, що одного разу при випадковій зустрічі у Львівському оперному театрі з Ігорем Рафаїловичем той виявив інтерес до питань про градієнтні перетворення і змусив вченого розповісти в антракті про сучасний стан цієї проблеми. Розмова виявилась цікавою і взаємокорисною, а надзвичайна доскіпливість І.Р. Юхновського при обговоренні, його прагнення ґрунтовного та докладного аналізу були вражаючими [6, с. 39].

Активна наукова позиція І.Р. Юхновського виявляється в тому, що він планомірно пропагує одержані наукові результати, часто їздить на конференції, робить наукові доповіді, старанно до них готуючись. Причому "практично завжди, незалежно від тематики конференції, Ігор Рафаїлович у своїх

виступах демонструє приклад наукового підходу до справи, що базувався на принципах статистичної фізики. До речі кажучи, саме такий підхід пізніше було покладено в основу одного з сучасних напрямів статистичної фізики, який одержав назву екзотичні задачі статистичної фізики і розвивається нині дуже активно", — зазначав І.М. Мриглод \*.

Колег захоплює виняткова працездатність академіка І.Р. Юхновського та вміння швидко переключатись з одного виду діяльності на інший: так, зранку він міг проводити засідання фракції у Верховній Раді, потім науковий семінар у Комітеті з освіти і науки, а після цього виступати в Академії наук. Учень І.Р. Юхновського З.О. Гурський так писав про ці риси свого вчителя: "Ми, молоді, під кінець такого тривалого семінару втомлювалися і не дуже уважно сприймали доповідача, проте цього не скажеш про І.Р. Юхновського: він і під кінець прослуховування виглядав свіжим і допитливим. А часом — по дружньому в'їдливим із своїми запитаннями та зауваженнями. Під час кожної доповіді він щось занотовував у спеціально заведений для цього зошит, але найбільш нас вражало те, що задачі всіх своїх працівників він тримав у пам'яті. Це було навіть і тоді, коли кількість працюючих у відділі перевалила за десяток та ще й додалися аспіранти. І сам І. Юхновський був, є та залишається для нас взірцем працьовитості, наукової порядності і принциповості. При такому заведеному порядку у відділі йшов природним чином відбір найздібніших, найсильніших, найвитриваліших" [6, с. 130—131].

Надзвичайною працездатністю у житті І.Р. Юхновського відзначається період наприкінці 70-х років ХХ століття, коли він працював над задачею розрахунку статистичної суми тривимірної моделі Ізінга — однієї з найактуальніших проблем тогочасної теоретичної фізики. Він щоденно працював в інституті з 10 до 18 години, а потім з 20 до 23 години вдома. Такий режим дав змогу вийти на видатний науковий результат — оригінальний метод обчислення термодинамічних властивостей тривимірної моделі Ізінга.

Можна навести ще один приклад інтенсивнішої роботи академіка І.Р. Юхновського — підготовка за три тижні відпустки 1984 р. рукопису монографії з теорії фазових переходів, і протягом року — підручника з квантової механіки у 1994 р. (при тому, що можливість працювати над ним була тільки у вихідні дні).

"Можу без перебільшення та словесних гіпербол заявити, що за всіма його науковими здобутками, визнаннями, нагородами стоїть насамперед важка, часом дуже виснажлива праця, виняткова цілеспрямованість, воля і наполегливість", — писав про свого вчителя З.О. Гурський [6, с. 134].

Загальна методологія роботи академіка Юхновського як ученого прослідковується в його науково-організаційній діяльності. Чітке розуміння проблеми, постановка задачі, комплексний пошук розв'язків, їх всебічний аналіз з точки зору шляху розв'язання та можливих наслідків, прийняття рішення і наполеглива його реалізація — такий алгоритм його роботи.

І.Р. Юхновський народився 1 вересня 1925 р. у селищі Княгинин Рівненської обл. У місті Кременець на Тернопільщині закінчив ліцей. На фор-

мування його дитячого та юнацького світогляду вплинув дід — священик і лікар. Друга світова війна застала І.Р. Юхновського у Кременці. У 1944 р. він був мобілізований, пройшовши з військами через Західну Україну, Польщу, Австрію, повернувся з війни і у 1946 р. поступив на фізико-математичний факультет Львівського університету, який у 1951 р. закінчив з відзнакою та цього ж року розпочав навчання в аспірантурі. Достроково підготував та у 1954 р. захистив кандидатську дисертацію на тему "Бінарна функція розподілу для систем взаємодіючих частинок". Цього ж року І.Р. Юхновський почав працювати доцентом кафедри теоретичної фізики, згодом у 1959—1969 рр. став завідувачем цієї кафедри (з 1967 — професор), у 1965 р. захистив докторську дисертацію "Статистична теорія систем заряджених частинок". Читав курси термодинаміки, статистичної фізики та спецкурс "Електронна теорія металів", декілька років поспіль очолював Державну екзаменаційну комісію з захисту дипломів студентами фізичного факультету, був членом вчених рад Львівського університету та Львівського політехнічного інституту. Нагороджений пам'ятними знаками "Отличник народного образования СССР" та "Відмінник народної освіти УРСР".

Як завідувач кафедри теоретичної фізики Львівського університету І.Р. Юхновський багато уваги приділяв роботі з аспірантами, передаючи здібним молодим людям, які мали хист і бажання займатися теоретичною фізикою, наявний методологічний багаж та розширяючи коло задач для досліджень. Саме успіхи науковців Львівського університету в галузі статистичної фізики під керівництвом І.Р. Юхновського привели до організації у 1969 р. за його ініціативою та науковою доповіддю Львівського відділу статистичної теорії конденсованих станів Інституту теоретичної фізики АН України, який він й очолив. Спочатку штат новоствореного відділу складався з двох осіб: завідувача та старшого лаборанта, тому постало завдання створити конкурентоспроможний науковий колектив. За короткий час І.Р. Юхновський зумів зібрати групу молодих, талановитих науковців з числа кращих випускників фізичного факультету, які застосовували напрацьовані ним методи до вирішення конкретних завдань теорії конденсованої речовини. У 1980 р. на базі цього відділу було створено Львівське відділення Інституту теоретичної фізики АН України, яким вчений керував до 1990 р., коли очолив створений на базі цього відділення Інститут фізики конденсованих систем НАН України.

Організації відділення сприяв приїзд у 1980 р. до Львова для ознайомлення з діяльністю наукових інститутів Західного наукового центру Президента АН СРСР А.П. Олександрова та Президента АН УРСР Б.Є. Патона. Хоча для виступу керівнику такої малої структурної одиниці, як відділ, було надано мало часу, доповідь І.Р. Юхновського про здобутки відділу та перспективи роботи виявилася настільки ґрунтовною, що А.П. Олександров дав розпорядження про створення Львівського відділення Інституту теоретичної фізики АН УРСР. І.Р. Юхновського призначають заступником директора ІТФ АН УРСР з

1.

Директору  
Институту теоретичної фізики  
АН УРСР

Заява

Прошу придати мені на  
модару кривинна в'язку  
'Статистично теор'ї конденсованих  
систем' Інституту фізики АН УРСР.

М.М. Боголюбов

в.п. Юхновського І.Р.  
проф. доктора фіз.-мат. наук.

Заява

28 V 1969

Заява І.Р. Юхновського  
директору Інституту теоретичної  
фізики АН УРСР  
академіку М.М. Боголюбову.

Знаю акад. АН УРСР І.Р. Юхновського  
как выдающегося специалиста в  
области статистической физики  
всегда поддерживаю предметами  
и организационно под его руководством  
Института физики конденсованных систем  
в г. Львове

1988  
81

акад. Н. Топот

Записка академіка М.М. Боголюбова про підтримку організації  
у Львові Інституту фізики конденсованих систем

наукової роботи і керівником Львівського відділення цього інституту у складі трьох відділів, які очолюють І.Р. Юхновський та його учні — І.О. Вакарчук і М.Ф. Головка.

Важливість одержаних результатів у галузі статистичної фізики в цей період було відзначено також в Постанові Президії АН УРСР № 110 від 12 березня 1980 р. "Про дослідження в галузі статистичної фізики" [8]. В ній, зокрема, йшлося: "Заслухавши доповідь члена-кореспондента АН УРСР І.Р. Юхновського "Про дослідження в галузі статистичної фізики, що ведуться у Львівському відділі Інституту теоретичної фізики АН УРСР, Президія АН УРСР відзначає, що колектив відділу досяг значних успіхів у галузі фундаментальних досліджень зі статистичної фізики. Побудована статистична теорія розчинів електролітів, в якій на мікроскопічному рівні враховані взаємодії між усіма частинками. Одержано аналітичний опис явища дисоціації молекул, сольватації іонів, розподілу іонів і молекул розчинника в середовищі і на границях розділу фаз. Розрахунок тримірної моделі Ізінга дозволив створити основи мікроскопічної теорії фазових переходів.

Визначним науковим досягненням відділу стала побудова кількісної теорії гелію.

Роботи учених Львівського відділу з цих напрямів займають провідне місце в СРСР і у світі.

У відділі також ведуться дослідження з електронної теорії металів та вирішується важлива для техніки проблема впливу водню на міцність металу. Побудована кластерна модель сегнетоактивних сполук. За результатами досліджень опубліковано понад 250 наукових праць у виданнях АН УРСР, АН СРСР і в міжнародних журналах, виходить у світ монографія.

Відділ проводить спільні дослідження з різними інститутами та організаціями країни по 9 договорах про творчу співдружність. На основі одержаних результатів сформульовані рекомендації про структуру мембрани для очищення води від іонів, виконано принципіально новий розрахунок явища радіолізу, розраховані фізичні характеристики сегнетоелектриків типу  $KD_2 PO_4$  і ряд інших. Протягом 10 років у відділі підготовлено 18 кандидатів наук та подано до захисту дві докторські дисертації, успішно завершується робота ще над трьома докторськими дисертаціями. На базі відділу щорічно проводяться всесоюзні і республіканські конференції і школи з проблем статистичної фізики. Разом з тим у роботі відділу є труднощі, які істотно стримують дальший розвиток наукових досліджень в галузі статистичної фізики. Має місце значний відтік з відділу кандидатів наук, що не дозволяє розширити фронт досліджень таких проблем, як теорія електролітичних плівок і мембран, теорія металів і сплавів.

Президія Академії наук постановляє:

1. З метою дальшого розвитку наукових досліджень у галузі статистичної фізики і координації зусиль на найбільш актуальних напрямках і прискорення впровадження наукових розробок у виробництво, створити з 1 квітня 1980 р.



Львівське відділення статистичної фізики Інституту теоретичної фізики АН УРСР у складі трьох відділів:

- статистичної теорії конденсованих середовищ;
- квантової статистики;
- теорії розчинів.

2. Основними науковими напрямками відділення вважати:

- теорія фазових переходів;
- теорія рідкого стану і електролітів;
- статистична теорія металів, сплавів і стекел.

3. Зобов'язати Інститут теоретичної фізики АН УРСР привести наукові напрями відділів у відповідність з науковими напрямками відділення до IV кварталу 1980 р., в установленому порядку оголосити конкурс на заміщення посад завідуючих відділами квантової статистики і теорії розчинів.

4. Встановити, що фінансування Відділення статистичної фізики проводиться окремим рядком по Інституту теоретичної фізики АН УРСР.

5. Надати відділенню статистичної фізики право мати штамп і круглу печатку.

6. Призначити члена-кореспондента АН УРСР І.Р. Юхновського керівником Львівського відділення статистичної фізики ІТФ АН УРСР, залишивши його завідуючим відділом статистичної теорії конденсованих станів. Надати керівнику відділення мати право вести заключення господарських договорів з тематики відділення.

7. Дозволити ІТФ АН УРСР ввести до штатного розпису додаткові посади заступника директора по науковій роботі — керівника відділення, бухгалтера та старшого інспектора.

8. Доручити Науково-організаційному та Фінансово-плановому відділам Президії АН УРСР разом з ІТФ АН УРСР у двотижневий строк підготувати на розгляд Бюро президії АН УРСР питання про додаткове фінансування відділення статистичної фізики ІТФ АН УРСР".

Далі дослідження зі статистичної фізики і теорії конденсованої речовини проводилися (і проводяться надалі) у рамках відомчих тем НАН України, конкурсної тематики Державного фонду фундаментальних досліджень і Міністерства освіти і науки України, а також інших фондів, в тому числі і міжнародних. Координація цих досліджень здійснювалася до 2000 року в рамках діяльності Наукової ради з фізики твердого тіла, а з 2000 року в рамках Наукової ради з фізики м'якої речовини (при якій є секція статистичної фізики, керує І.Р. Юхновським), які функціонують при Відділенні фізики і астрономії НАН України.

Через 10 років у 1990 р. на базі Львівського відділення Інституту теоретичної фізики було створено новий Інститут фізики конденсованих систем НАН України (Постанова Президії НАН України № 213 від 7 вересня 1990 р. "Про створення у м. Львові Інституту фізики конденсованих систем АН УРСР" [9]). Головними напрямками його наукової діяльності стали розробка аналітичних

методів статистичної фізики на основі методу колективних змінних, дослідження фазових переходів, неупорядкованих систем, рівноважних та нерівноважних властивостей твердих, рідких та аморфних систем, складних кристалічних сполук із структурними і сегнетоелектричними фазовими переходами, а також комп'ютерне моделювання фізичних процесів і розрахунки основних фізичних характеристик конденсованих систем.

У 1972 р. І.Р. Юхновського було обрано членом-кореспондентом, у 1982 р. — академіком НАН України. У 1990—1998 рр. він працював головою Західного наукового центру НАН України. Одним із позитивних наслідків діяльності на цьому посту стало відкриття філій вищих навчальних закладів та наукових інститутів у Тернополі, Чернівцях, Ужгороді, Луцьку. В різні роки вчений був головою секції статистичної фізики та проблемних рад з фізики твердого тіла і біофізики АН УРСР, членом Комісії з координації науково-дослідних робіт з проблеми "Фізика рідкого стану" при Науково-технічній раді Міністерства Вищих навчальних закладів СРСР, редактором фізичного збірника Львівського університету, членом редколегій "Українського фізичного журналу", міжвідомчих збірників "Фізика рідкого стану" та "Фізика багаточастинкових систем", головою редколегії збірника "Фізика конденсованих систем", видавцем якого є Інститут фізики конденсованих систем НАН України. У 1986 р. за цикл робіт "Математичні методи дослідження систем із спонтанно порушеною симетрією" йому була присуджена премія ім.М.М. Крилова НАН України.

Високий рівень робіт в галузі статистичної фізики, значне місце в якому займали праці І.Р. Юхновського та його послідовників, за науковою доповіддю



Інститут фізики конденсованих систем НАН України, директором якого у 1990—2006 роках був академік НАН України І.Р. Юхновський



Другий радянсько-італійський симпозиум з математичних проблем статистичної фізики. Львів, 1985 р. Зліва направо: кандидат фізико-математичних наук О.О. Пізіо, доктори фізико-математичних наук, професори І.О. Вакарчук, Ю.К. Рудавський, академік НАН України О.С. Давидов.

М.Ф. Головка було відзначено спеціальною постановою Президії НАН України № 143 от 31.05.2000 "Про стан досліджень з фізики рідкого стану в Україні", у якій було прийнято рішення вважати фізику рідин, рідких кристалів і макромолекулярних систем одним з пріоритетних напрямів фундаментальних досліджень в установах відділень фізики і астрономії та хімії НАН України, а також утворити при Президії НАН України Наукову раду з проблеми "Фізика рідкого стану". В складі цієї ради було створено секцію статистичної фізики [10]. Діяльність ради висвітлено у книзі "Наукова рада з проблеми "Фізика м'якої речовини". Короткий підсумок діяльності у період до 2006 р." [11].

Цікаві спогади І.Р. Юхновського про навчання в університеті. "Я дуже сильно вчився. То страшно, як я вчився, — писав він. — Кожну лекцію конспектував, намагався по кілька разів перевірити себе, чи знаю її: ходив довкола стола і вголос розповідав матеріал, аж поки не досягав логічної ясності" [6, с.36].

Як учений І.Р. Юхновський сформувався під безпосереднім впливом праць та ідей М.М. Боголюбова. З новими результатами, одержаними М.М. Боголюбовим у галузі статистичної фізики, студентів-теоретиків Львівського університету, в тому числі і І.Р. Юхновського, познайомив професор А.Ю. Глауберман. Він прочитав два спецкурси на основі монографій М.М. Боголюбова, що радикально змінили обличчя статистичної механіки: "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" (1946 р.) та "Лекції з квантової статистики" (1949 р.).

Ігор Рафаїлович був дуже захоплений першою книгою, тим більше, що М.М. Боголюбов залишив відкритою проблему дослідження систем за наяв-



Під час Боголюбівських читань. Львів, червень 1999 р. Зліва направо: член-кореспондент Російської академії наук М.М. Боголюбов (молодший), академік НАН України І.Р. Юхновський, доктори фізико-математичних наук, професори І.О. Вакарчук, І.В. Стасюк, член-кореспондент НАН України К.Д. Товстюк



Учасники Боголюбівських читань у Стрийському парку Львова (І.Р. Юхновський — третій зліва у першому ряду). Червень, 1999 р.

ності кулонівської та короткодіючої взаємодії. Значні математичні труднощі, на які вказував Боголюбов, спонукали молодого вченого до активних досліджень. У подальшому, розвинувши потужний метод колективних змінних, Ігор Рафаїлович побудував теорію подібних систем.

Хоча інтереси багатьох випускників-фізиків Львівського університету після успішного подолання розбіжностей у квантовій електродинаміці змістилися у квантову теорію поля (цьому сприяла підтримка у Львові цієї тематики

авторитетним фізиком Василем Степановичем Міліянчуком), проте І.Р. Юхновський наполегливо і послідовно продовжував розробляти задачі статистичної фізики. Свою наукову діяльність у 50-х роках ХХ століття він розпочав із застосування методу розвинень М.М. Боголюбова за плазмовим параметром для розрахунку бінарних функцій розподілу систем заряджених частинок. Були одержані загальні вирази для вищих наближень бінарної функції, які містили у собі замість вихідних потенціалів кулонівської взаємодії уже екрановані потенціали, тобто давали можливість коректно врахувати ефекти далекодії. Ці результати, покладені в основу кандидатської дисертації, більше як на десятиліття випередили аналогічні дослідження зарубіжних вчених, відомих нині як техніка  $\gamma$ -впорядкування (наприклад, [12, 13]). У подальших дослідженнях розвинутий метод був застосований при розробці теорії високо-температурної рівноважної плазми, теорії розчинів сильних електролітів, а також теорії фазових переходів в системах з далекосяжними колективними кореляціями.

М.Ф. Головка згадував, що, написавши дисертацію, Ігор Рафаїлович поїхав до М.М. Боголюбова, якому дисертація сподобалась і він погодився бути опонентом на захисті. З того часу доброзичливі наукові та чисто людські стосунки поєднували вчених. Так, саме за порадою М.М. Боголюбова І.Р. Юхновський розвиває техніку функціонального диференціювання для коректного і рівноправного врахування короткосяжних і далекосяжних взаємодій, консультується з М.М. Боголюбовим при написанні докторської дисертації [6, с. 13]. Особливо тісні наукові контакти виникають між ними, коли в 1969 р. І.Р. Юхновський очолив відділ керованого М.М. Боголюбовим Інституту теоретичної фізики НАН України. М.М. Боголюбов кілька разів приїжджав до Львова, а І.Р. Юхновський був постійним учасником конференцій, які організовував М.М. Боголюбов у Дубні, Москві, Києві, Баку, Римі. Ігор Рафаїлович завжди підкреслює свою нерозривну приналежність до наукової школи М.М. Боголюбова.

Заслугою академіка І.Р. Юхновського є не тільки плідна наукова, а й інтенсивна педагогічна діяльність, результатом якої стало формування у Львові потужного колективу дослідників у галузі статистичної фізики. Ігор Рафаїлович говорив: "Щоб мати учнів, треба спочатку самому напрацюватись, а тоді розроблений напрямок передати учням. Після цього слід братись за вирішення нових проблем" [6, с.13].

Першими аспірантами І.Р. Юхновського в Академії наук стають Р.М. Петрашко, І.О. Вакарчук, П.П. Костробій. Одночасно Ігор Рафаїлович продовжує читати лекції в університеті, де в нього з'являються нові аспіранти М.В. Ваврух, Ю.К. Рудавський, які після закінчення аспірантури переходять працювати у Львівський відділ Інституту теоретичної фізики. Із задачами релятивістської фізики у колектив І.Р. Юхновського входить також Р.П. Гайда із своїми учнями.

Вагомий внесок у становлення Інституту фізики конденсованих систем НАН України та у розвиток статистичної фізики конденсованої речовини бу-

ло зроблено також наступним поколінням учнів І.Р. Юхновського — членами-кореспондентами НАН України М.Ф. Головка та І.М. Мриглодом, докторами фізико-математичних наук З.О. Гурським, Р.Р. Левицьким, М.В. Токарчуком.

І.Р. Юхновський завжди серйозно ставився до підбору учнів. І.М. Мриглод згадує, як це було з ним: "У науковій університетській бібліотеці до мене, як старости групи "теоретиків", підійшов один із "юхнівців" — так інколи жартома називали тих, хто працював тоді під началом члена-кореспондента І.Р. Юхновського у новоствореному Львівському відділенні статистичної фізики Інституту теоретичної фізики АН УРСР. Це був Михайло Токарчук — тоді ще молодий спеціаліст, а нині доктор фізико-математичних наук, завідувач відділу. Мова пішла про те, що він отримав доручення від професора Юхновського запросити до Відділення (першого на Західній Україні академічного підрозділу в галузі фізики) кращих із майбутніх випускників фізичного факультету. ...Найбільше мене вразило при тій розмові те, що Михайло Токарчук мав з собою список, складений особисто Юхновським на основі попереднього досвіду його спілкування із студентами під час викладання квантової механіки та складання відповідного іспиту" [6, С. 33]. І.М. Мриглод "...із великою приємністю відгукнувся на пропозицію Ігоря Рафаїловича виконувати у нього спершу дипломну роботу, а потім і роботу над кандидатською дисертацією. Відповідно, після завершення навчання в університеті був зарахований на посаду провідного інженера до Львівського відділення статистичної фізики Інституту теоретичної фізики, який в той час очолював академік О.С. Давидов. Творча атмосфера відділення, де працювали тоді в основному порівняно молоді науковці, сприяла визначенню кола подальших інтересів — статистична фізика і об'єкти, які є предметом її вивчення" \*.

Говорячи про головні риси І.Р. Юхновського як вчителя, учні відзначають, що він надзвичайно щедрий. Свої ідеї легко передає учням, підтримує їх, надихає на сміливість розвивати нові наукові напрями. Вміє оцінити і підтримати успіх своїх учнів, вважаючи, що учений-початківець обов'язково повинен одержати якнайшвидше свій перший науковий результат, щоб бути впевненим у своїх силах. У своїх вихованців він найбільше цінує ініціативу та індивідуальність, але таку, яка не зводиться до розмов, за нею повинна стояти активна позиція автора. Характеризуючи свого вчителя, І.М. Мриглод зазначав ті якості І.Р. Юхновського, які сприяли формуванню навколо нього потужної наукової школи: "Життєлюбність, моральність, простота у спілкуванні, велика працездатність і наполегливість у досягненні мети, вміння запалити власним прикладом і захопити процесом дослідження молодших колег і учнів" \*.

"Хоча з 1990 року І.Р. Юхновський зайнятий політикою, він не втрачає інтересу до наукових досліджень своїх учнів до цього часу. Нещодавно, у січні 2007 року, при обговоренні однієї з кандидатських дисертацій в ІФКС він запропонував нову цікаву ідею, яку під керівництвом М.П. Козловського зараз успішно розвивають", — писав М.Ф. Головка \*.

Учнів завжди підкоряє особлива манера спілкування І.Р. Юхновського. З будь-якою людиною Ігор Рафаїлович завжди розмовляє однаково, кожен почувває себе з ним спокійно і просто, для кожного він знайде теплі задушевні слова, розмова з ним творчо збагачує. Розмовляти з Ігорем Рафаїловичем про фізику і легко, і складно. Легко тому, що він надзвичайно скромний, применшує свої знання, а найулюбленіша фраза, з якої він починає розмову, така: "Поясни мені, чому...". Складно тому, що він намагається йти до глибин, до вищерпності розуміння.

"Для мене, як і для всіх своїх учнів, І.Р. Юхновський є величезним авторитетом. Спілкується з учнями завжди спокійно, доброзичливо, ніколи не підвищує голосу. Я завжди намагалась розв'язати поставлену переді мною задачу якнайкраще", — писала учениця Ігоря Рафаїловича О.В. Пацаган \*.

І.М. Мриглюд додає: "Усе будується на простих і відвертих стосунках. Ігор Рафаїлович — терплячий і вимогливий вчитель, який завжди був настроєний допомогти своїм учням. У тих нечисленних випадках, коли йому було важко відразу зорієнтуватися у технічних деталях чи новітніх віяннях, з якими прийшов до нього учень, він ніколи не соромився визнати те, що не дуже добре знає про що йдеться і говорив: "Навчи мене". Однак, при цьому часто бувало й так, що він починав згадувати якусь віддалену аналогію із чимось подібним і ситуація могла миттєво змінитися — учень бачив, що в цій аналогії і є мабуть вихід. За технічними деталями і надто мудрими формулюваннями він завжди намагався побачити суть проблеми і поділитися з учнем. Дуже імponує також те, що спілкування з ним ніколи не йшло по лінії "вчитель—учень", а нагадувало скоріше розмову двох колег — досвідченого і мудрого та молодого і недосвідченого. Також думаю, що для Ігоря Рафаїловича важливо бачити не лише чисто формальну професійну основу для спілкування, а й особистість учня і його спрямованість відігравали не останню роль при цьому" \*.

Далі він так пише про атмосферу в колективі, керованому І.Р. Юхновським: "Академік Ігор Юхновський, як науковий керівник і лідер установи, вирізнявся серед інших, насамперед, незрозумілим поєднанням двох протилежностей — демократизм в усьому і максимальна вимогливість до кожного в реалізації уже прийнятих рішень. Перше сильно притягувало людей, настроювало на майже приятельські відносини і дозволяло легко вести діалог чи то на наукові, чи на будь-які інші теми. Друге іноді відштовхувало окремих з нас, бо вимагало уже праці, часу, великого терпіння, а подекуди і боротьби із собою. Ти міг мати інший погляд на предмет, але мав це довести, виконавши усе необхідне і продемонструвавши явно, що є кращий варіант. Пустопорожні балачки тут не проходили. Водночас вражав демократизм Юхновського" [6, с. 33—34].

І.Р. Юхновський завжди виявляє турботу та зацікавленість до своїх учнів. Так, М.Ф. Головка пише, що у спілкуванні з учнями переважають такі його риси, як доброзичливість, вимогливість, уважність та щедрість \*. "У 1965 році я вступив до аспірантури при кафедрі теоретичної фізики Львівського універ-

ситету і був щасливий, що моїм науковим керівником погодився стати І.Р. Юхновський. З тих пір ось уже 35 років моє життя тісно пов'язане з ним. У тому, що мені вдалось досягнути за цей час, я зобов'язаний незмінній увазі та турботі, яку виявляв і виявляє до мене Ігор Рафаїлович не тільки як вчитель, а надзвичайно добра і чуйна людина", — згадує М.Ф. Головка [6, с. 12].

З цими словами співзвучні спогади учня І.Р. Юхновського З.О. Гурського. "У 1964 р. я перевівся на четвертий курс фізичного факультету Московського університету. І от влітку 1965 р., повернувшись з Москви до Львова на канікули, я зустрів біля фізичного факультету по вул. Ломоносова Ігоря Рафаїловича. Він підійшов до мене, привітався, розпитував про навчання в Московському університеті. Я був дуже здивований, що він запам'ятав мене з виступів на студентських наукових конференціях і цікавиться мною" [6, с. 129].

Турбота про популяризацію результатів учнів виявлялась також в тому, що він на конференції завжди намагається взяти з собою когось із своїх вихованців, в будь-якому науковому виступі чи в розмові обов'язково згадає учнів, з якими він отримав той чи інший науковий результат. Наприклад, Ігор Рафаїлович постійно знайомив М.М. Боголюбова із тематикою докторських дисертацій своїх учнів (І.О. Вакарчука, М.Ф. Головка, Ю.К. Рудавського, З.О. Гурського та інших).

При цьому учні кажуть, що з ним завжди повчально обговорювати почуте на наукових зустрічах, а у вільний час цікаво походити по місту, відвідати церкву, костел, музеї. І.Р. Юхновському подобаються усі міста, в які він приїжджає, але особлива любов у нього до Львова та Києва. Коли хтось з шановних гостей приїжджає до Львова, Ігор Рафаїлович вважає, що гостю обов'язково слід показати місто. Причому кожна така екскурсія не схожа на попередні.

"Особливо мені запам'яталась наша перша спільна поїздка в Німеччину (1986) у рамках договору про співробітництво з Інститутом хімії товариства Макса Планка, м. Майнц. Ми пробули разом декілька тижнів. Свої враження Ігор Рафаїлович занотовував, щоб потім передати колегам та знайомим (слід сказати, що вже тоді до всього побаченого він ставився з державницьких позицій, вважаючи, що багато з того, що є в Німеччині, могло б бути використане в Україні: він придивлявся до стану доріг в Німеччині, як працюють німецькі робітники і т. д.). Крім Майнца, побували і в Мюнхені. З ініціативи Ігоря Рафаїловича в Мюнхені ми відвідали музей науки і техніки, від якого в мене й досі залишилось незабутнє враження", — пригадував член-кореспондент НАН України М.Ф. Головка [6, с. 24].

Першим етапом роботи І.Р. Юхновського з учнями була постановка задачі. Ігор Рафаїлович вважав, що задачу треба ставити складну (але таку, яку можна розв'язати) і формулювати її "з перших принципів". Як один із принципів вибору задач для своїх учнів, академік І.Р. Юхновський використовував критерій їх фундаментальності. Так, він часто наголошував, що задача має бути нетривіальною і складною, вона має відкривати широку проблематику і створювати перспективу на роки.



"Така постановка задачі давала свідоме розуміння проблеми, запал на все життя. Саме такий глибинний підхід до проблеми дав змогу І.Р. Юхновському та його учням зайняти провідні позиції в ряді наукових галузей. Пам'ятаю, Ігор Рафаїлович говорив: "Це в Москві можуть дозволити собі розв'язувати прості задачі. Ми, позбавлені достатньої інформації, повинні копати глибоко, робити складні розрахунки, за які не беруться інші наукові групи" [6, С. 18]. "Постановка задачі на основі перших принципів статистичної фізики, строгість, точність математичних формулювань, ясність зроблених наближень, доведення досліджень з формул до графіків та використання отриманих результатів для інтерпретації експериментів", такі головні риси стилю та методів досліджень школи І.Р. Юхновського, — писав М.Ф. Головка \*.

Слід відмітити ще одну рису І.Р. Юхновського як педагога. Він вважав, що в науці не повинно бути "модних" і "немодних" тем. Наприклад, М.Ф. Головка пригадував, як на семінарі доповідав про свою дисертацію викладач Івано-Франківського педінституту І.М. Кітченко, робота якого торкалась теплового розширення твердих тіл. "Мені здавалось, що тематика не надто цікава, не зовсім сучасна. Однак Ігор Рафаїлович не тільки підтримав цю роботу, а й закликав автора продовжувати свої дослідження, не переходячи, як він сказав, на якусь більш модну тематику. В мене також було в певний момент бажання змінити предмет дослідження і я вдячний Ігорю Рафаїловичу, що він не дозволив мені цього зробити", — згадував він [6, с. 19].

У колективі, керованому І.Р. Юхновським, були введені ним та діяли чіткі правила роботи з учнями та перевірки їх звітності. М.Ф. Головка так писав про це: "Мені поталанило бути серед перших вихованців І.Р. Юхновського. Коли в 1966 році після річного перебування в армії я приступив до навчання в аспірантурі, в Ігоря Рафаїловича було фактично 6 учнів, з якими він працював. Це Л.Ф. Блажиевський, який щойно закінчив аспірантуру, М.В. Ваврух, який в цей час був асистентом кафедри, аспірант Г.І. Бігун, а та ще два німецькі стажисти з Ростоцького університету Н. Альберент і Г. Крінке. Останній працює нині професором в Регенсбурзькому університеті і контакти з ним не перериваються. Крім того, ще час від часу з Луцького педінституту приїздив перший аспірант А.О. Некрот, який закінчив аспірантуру раніше і готував до захисту дисертацію. Були ще студенти, які готували під керівництвом І.Р. Юхновського свої дипломні та курсові роботи.

З кожним із нас Ігор Рафаїлович зустрічався один-два рази на тиждень. Був складений спеціальний графік: кожному відводився певний час. Однак часто бувало так, що зустрічі затягувались і я мав можливість послухати розмову Ігоря Рафаїловича з іншими. Іноді ці зустрічі відбувались на кафедрі, інколи вони переносились на Коцюбинського, 11, де він проживав" [6, с. 17].

Принциповою в роботі з учнями стала також втілена І.Р. Юхновським ідея "прослуховування" колективу, на якому кожен працівник розповідає про свої останні результати і плани на найближчий період. Такі "прослуховування" відбувались щоквартально і не давали можливості для розслаблення та само-

заспокоєння, вони згуртовували колектив, оскільки всі знали, що хто робить. Вони давали можливість, незважаючи на невпинне збільшення колективу, бути керівникові в курсі наукової роботи кожного працівника.

"Стиль праці і керування відділом був незвичайним. У нас не було жорсткої, паличної дисципліни чи певних часових рамок приходу на роботу. Кожному працівникові відділу Ігор Рафаїлович формулював тему роботи, конкретні завдання, і кожні три місяці у нас відбувались "прослуховування". Проходили вони, як правило, по середах і починалися десь о 10 годині ранку. Кожен працівник відділу виходив до дошки і розповідав, що йому вдалося зробити за цей час. Така доповідь тривала від 30 хвилин до однієї години, а інколи, якщо виникали запитання, і довше. Незавжди зрозуміти, що таке прослуховування затягувалось до 15—16 годин, а зрідка переносилось і на наступний день, четвер. ...Так що не працювати, бити байдики хоча б кілька тижнів не було найменшої змоги, бо це відразу виявилось б на черговому прослуховуванні", — писав про свій досвід у роботі відділу З.О. Гурський [6, с. 130].

Наступна важлива ділянка виховання учнів — це робота наукового семінару, що відбувався кожного четверга та відігравав важливу роль у становленні школи. "Відвідування цього наукового семінару було обов'язковим для кожного наукового працівника і аспіранта", — писала учениця І.Р. Юхновського О.В. Пацаган \*. На семінарі Ігор Рафаїлович завжди виявляв доброзичливість, уважне ставлення до праць своїх учнів, вміння їх оцінити, підтримати, виявити нові проблеми. На перший погляд прості питання, задані ним, завжди містили у собі прихований зміст проблеми, що розглядається, і давали змогу краще її зрозуміти. Ігор Рафаїлович вимагав мати ясно сформульовані математичні перетворення та наближення, а тому на семінарах завжди було цікаво. Питання обговорювалося всебічно, з увагою до найменших подробиць, що могло тривати кілька годин. Саме чітка постановка проблеми та акуратна математична культура, культивована в колективі, стала в подальшому однією з характерних рис створеної ним школи.

"Особливо мені хочеться сказати про семінари цього інституту, — писав А.В. Свідзинський, — бо стиль їх роботи несе на собі відбиток висококультурної і шляхетної особистості директора інституту. Пишу про це тому, що в своєму житті відвідував багато фізичних семінарів, серед них відомі московські. Для багатьох з них характерне бажання принизити доповідача, довести йому його нікчемність, принаймні — відчутти власну неповноцінність. Такі риси стилю насправді лишали враження культурної неповноцінності активу учасників попри високий суто науковий їх рівень.

Цього і сліду немає у Львові, і ти завжди відчуваєш, що знаходишся не просто в науковому осередку України, а передусім у висококультурній установі, яка випромінює гуманний дух українського менталітету в його найкращих проявах. Доброзичливість і повага до доповідача разом з уважним і справедливим аналізом усіх аспектів його доповіді — ось що визначає атмосферу семінару" [6, с. 40].

Така доброзичлива критика притягує на семінар до І.Р. Юхновського багатьох учених: з виступами приїжджають дослідники з Києва, Харкова, Одеси, Чернівців, Кишинева, Москви, Дубни, Ленінграда, Новосибірська та інших міст колишнього Радянського Союзу. Не перериваються контакти з Ростоцьким університетом, установлюються нові міжнародні зв'язки з ученими з ФРН, США, Канади, Франції, Чехословаччини, Угорщини та інших країн.

Важливим моментом підвищення кваліфікації послідовників І.Р. Юхновського ставали також його лекції, до яких він дуже старанно готувався. Протягом майже 30 років на фізичному факультеті Львівського університету він читав лекції з квантової механіки, статистичної фізики та окремих розділів теоретичної фізики. Ці лекції виявлялись прикладом того, наскільки дохідливо та зрозуміло можна викладати найскладніші розділи теоретичної фізики.

Приходив Ігор Рафаїлович на лекцію зазвичай з дому, обдумуючи все ще раз дорогою. Іноді запізнявся на кілька хвилин і не любив, щоб в цей час його відволікали. Ніколи не користувався конспектом, будь-яка формула на дошці виводилась. На лекції І.Р. Юхновського, крім студентів, завжди приходили аспіранти, дослідники, а також викладачі університету. Ігор Рафаїлович підкоряв своєю барвистою мовою, інтелектуальністю, ясністю та чіткістю викладу матеріалу. "Заняття як одкровення", — так відзивались учні про ці лекції.

"Вперше я зустрів його на семінарі для студентів фізичного факультету, які виявили бажання займатись теоретичною фізикою. — пригадував З.О. Гурський. — Як студент другого курсу, я не все зрозумів, але добре пам'ятаю, що тоді мене сильно вразили логічність і послідовність викладу Ігоря Рафаїловича [6, с. 129]."

"Стимулювало й те, що курс квантової механіки, який він читав, вважався одним із ключових у фаховій підготовці фізиків і був свого роду перевалом, після якого можна було вважати себе майже фізиком. Водночас, слід відмітити, що у викладі професора Юхновського цей предмет для моїх одногрупників "фізиків-теоретиків" звучав, як пісня" [6, с. 33]. "Цей курс (як і особа лектора) був легендарним і більшість студентів-теоретиків із задоволенням його відвідували. Саме за таких обставин я зустрів людину, яка в подальшому мала величезний вплив на мою долю, — писав І.М. Мриглюд \*.

Значну роль у формуванні наукової школи І.Р. Юхновського відіграли також численні конференції та наради, які проводив колектив під його керівництвом. Ще в 1969 р. він домовляється з М.М. Боголюбовим про організацію у Львові регулярних нарад з актуальних проблем статистичної фізики (1969, 1970, 1971, 1972, 1975, 1982). Пізніше тут проводиться всесоюзна школа з теорії твердого тіла, Міжнародна школа з фізики іонної сольватації (1983), Другий радянсько-італійський симпозіум з математичних проблем статистичної фізики (1985), Всесоюзна конференція "Сучасні проблеми статистичної фізики" (1987), робочі наради "Aqueous solutions: The problems of radioactive impurities (1997)" та "Modern problems of soft matter theory" (2000), а

також інші заходи, які сприяли зростанню наукового авторитету школи І.Р. Юхновського. "Дещо модифікувалися назви цих зібрань, але їх учасниками залишалися найвідоміші фахівці з Росії (М.М. Боголюбов та його послідовники), України (представники Києва, Харкова, Одеси та інших міст), Молдови (брати Москаленки і їх учні) та ін. Згодом ці наукові форуми почали відвідувати також і вчені поза меж колишнього СРСР. Традицію таких конференцій, яку було частково припинено наприкінці 80-х, нам вдалося відновити у 2005 році, коли Ігор Рафаїлович святкував свій 80-літній ювілей.

Окрім цього циклу конференцій за ініціативи І.Р. Юхновського започатковані Чорнобильські читання (раз у 5 років фахівці збираються і обговорюють властивості паливовмісних матеріалів у об'єкті "Укриття" в контексті їх зміни і впливу на прогнольні оцінки). Ним також організовувалися різнопланові конференції та робочі наради з багатьох проблем, важливих для майбутнього України. Так, можна пригадати навчальні семінари початку 90-х з питань сучасної математичної економіки, де читалися курси відомими іноземними вченими; "круглі столи" і наради з питань інформаційних технологій, які організовувалися з середини 90-х, а особливо слід відзначити намагання встановити більш тісні зв'язки між вченими та виробничниками, що знайшли своє відображення, зокрема, в Україно-французькому симпозіумі "Наука та індустрія", який відбувся у Львові в 1993 році за активного сприяння І.Р. Юхновського", — згадував І.М. Мриглюд \*.

Ще одну школу проходять учні в Ігоря Рафаїловича. Молоді науковці активно залучаються до керівництва колективом. У різні часи заступниками І.Р. Юхновського як керівника були З.О. Гурський, М.В. Ваврух, Р.М. Петрашко, І.О. Вакарчук, М.А. Кориневський. Інші співробітники проходять цю школу на посаді вченого секретаря колективу: в різні часи її обіймали Ю.К. Рудавський, М.Ф. Головка, М.П. Козловський, І.М. Мриглюд.

У полі зору І.Р. Юхновського завжди знаходиться побут та відпочинок його працівників. Він переконаний, що добре організований і фізично активний вільний час сприяє не тільки зміцненню здоров'я, а й позитивно впливає на ефективність основної роботи, стимулює виконання нових науково-дослідних тем. Сам Ігор Рафаїлович за будь-якої погоди свій робочий день починає з бігу, де б він не перебував. Його ранкова норма — 2 км бігу, а потім півгодини інтенсивних вправ з обов'язковим підтягуванням на перекладині, далі — контрастний душ або купання в річці чи озері. Навіть під час процедури голосування під час його обрання академіком НАН України він займався спортом на стадіоні, перечікуючи хвилюючий час. "Можливо, що в такій високій фізичній культурі, самодисципліні та організованості і є один із секретів доброго здоров'я, високої працездатності та творчого довголіття Ігоря Рафаїловича", — писав З.О. Гурський [6, с. 132].

До цієї діяльності Ігор Рафаїлович залучає профспілкову організацію, яку в різні часи очолювали В.С. Височанський, М.В. Ваврух, Ю.К. Рудавський, І.М. Ідзик, П.А. Глушак. При цьому організуються виїзди на природу, в

Карпати. Пам'ятними стають постійні спільні зустрічі Нового року. Більшість працівників зобов'язані Ігорю Рафаїловичу також розв'язанням своїх квартирних питань.

"Незважаючи на дистанцію в посадах і званнях, він міг вислухати усі твої проблеми — наукові чи то сімейні — і тут же зробити все для їх практичного вирішення. Тому багато із нас, співробітників Відділення, а тепер Інституту фізики конденсованих систем НАН України, багато чим завдячують йому за вчасний дзвінок, прописку у його ж квартирі, вдале звернення чи лист, влаштування дітей у садок чи школу... І при цьому найбільше дивувало те, що більшість із таких розмов "провокувалися" ним же ж, виходячи із твого настрою, тональності розмови чи наявної у нього інформації. Так формувався і виховувався колектив однодумців", — писав про стиль спілкування свого вчителя І.М. Мриглод [6, с. 34].

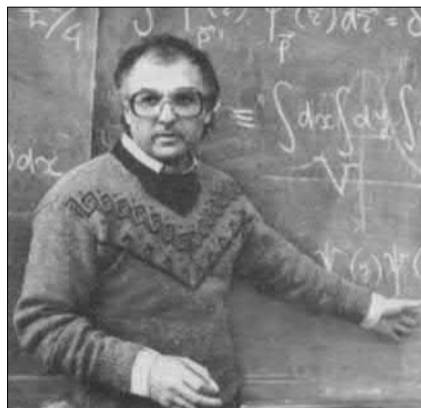
"Загалом особливість спілкування з академіком Юхновським полягає в тому, що він не лише вчить основам фізичного сприйняття світу, а й багато в чому істотно впливає на оточуючих в інших напрямках світосприйняття. Для мене особисто школа Юхновського — це не лише статистична фізика, а й вміння сприймати людей, ставлення до жінки, повага до історії своєї держави та багато інших аспектів життя, які визначають особистість у цілому. Від Юхновського отримав також перші уроки організаційної роботи, навички публічних виступів, вміння слухати співрозмовника і виділяти при цьому основне. З Ігорем Рафаїловичем досі часто спілкуюся і отримую від того справжнє задоволення", — додавав він \*.

Не буде перебільшенням сказати, що для учнів І.Р. Юхновського важливою є його школа сімейного життя, щира любов між Ігорем Рафаїловичем та дружиною і дітьми, постійна підтримка з боку Ніни Василівни чоловіка в його нелегкій праці.

"Його шанобливе ставлення до Ніни Василівни, відношення до дітей Наталі і Павла, тепле опікунство внуками Яринкою і Андрієм створювало такий позитивний фон, в якому із молодих людей швидко формувалися мужчини. Тому завжди маємо за велику приємність і потребу бути вдома у Юхновських. І при цьому не є важливо, чи це львівський дім, а чи київська квартира, бо тут завжди відчуваєш родинний затишок і тепло", — пише І.М. Мриглод [6, с. 36].

Оскільки І.Р. Юхновський глибоко розуміє складність формування фізика-дослідника, він переконаний, що виявляти наукові таланти слід від шкільної партії. У 60-і роки ХХ століття він став організатором фізичної олімпіади школярів, пізніше виступив ініціатором видання лекцій з квантової механіки для юнацької фізико-математичної школи при Львівському університеті і написав третій том. Коли виникали проблеми з друком, видавав їх у вигляді препринтів Інституту теоретичної фізики. У 70-і роки він з ентузіазмом береться за організацію Малої академії школярів Львова та стає її президентом.

Багато учнів І.Р. Юхновського набутий досвід керівництва розвивають на нових посадах: нинішній міністр освіти і науки І.О. Вакарчук у 1990—2007 рр. був ректором Львівського національного університету імені Івана Франка,



Доктор фізико-математичних наук, професор, Міністр освіти і науки України І.О. Вакарчук — учень І.Р. Юхновського



Доктор фізико-математичних наук, професор, у 1992—2007 рр. — ректор Національного університету "Львівська політехніка" Ю.К. Рудавський — учень І.Р. Юхновського

Ю.К. Рудавський у 1992—2007 рр. — ректором Державного університету "Львівська політехніка", а В.С. Височанський та П.П. Костробій — проректорами цих університетів. І.А. Процикевич є директором Української науково-дослідницької мережі УАРНет.

Незважаючи на нелегкі економічні часи, Інститут фізики конденсованих систем НАН України зберіг основний склад колективу. Цьому, безумовно, сприяє генерований його керівником добрий дух працьовитості, наукової та людської порядності, душевної стійкості та пріоритетності наукової праці.

У науковому доробку академіка Юхновського ключове місце займає побудова наприкінці 50-х років ХХ століття методу колективних змінних у класичній та квантовій теорії для описування колективних ефектів у системах взаємодіючих частинок, створеного на базі узагальнення попередніх результатів для систем заряджених частинок. На основі даного методу, у якому центральну роль відіграє яacobіан переходу від індивідуальних координат частинок до колективних змінних, у подальшому І.Р. Юхновським з учнями були проведені дослідження в галузі теорії іонно-молекулярних систем, електронного газу в металах, високотемпературної плазми, бінарних сплавів тощо.

Слід зазначити, що перехід у статистичному описі до простору колективних координат, які б давали змогу адекватно описувати колективні ефекти, як на рівні рівнянь руху, так і на етапі побудови статистичної теорії, намагалися здійснити ряд вчених — Дж. Пайнс, Д. Бом, Ж. Перкус, Г. Йевік, М.М. Боголюбов та Д.М. Зубарев [14—16]. Проте у більшості цих праць колективні координати розглядалися як зайві чи додаткові і перехід до них вимагав або забезпечення умови збереження загального числа ступенів вільності, коли йшлося про рівняння руху, або ж, відповідно, розрахунку яacobіана переходу, під час побудо-

ви статистичної теорії. В останньому випадку, зокрема, виходили з того, якщо розглядати колективні координати як незалежні флуктуаційні хвилі, що описують коливання щільності числа частинок, то згідно з головною теоремою теорії ймовірностей, можна прийти до гауссової форми для якобіана переходу. За такого способу було отримане зображення, відоме під назвою наближення хаотичних фаз. Д.М. Зубарев [17] намагався послідовніше розрахувати якобіан переходу, але в межах гауссової форми. Розвиваючи цей напрям, І.Р. Юхновський запропонував схему розрахунку якобіана, що дало змогу послідовно одержати математично-коректне функціональне представлення для статистичної суми вже у просторі колективних змінних, врахувати кореляції між флуктуаційними хвилями і за допомогою цього вийти за межі гауссового наближення.

Ігор Рафаїлович згадував про народження ідеї даного методу: "Я багато працював над розрахунком якобіана, нічого в мене не виходило, аж голова розболілась. Я пішов гуляти з Ніною Василівною у Стрийський парк. І тут ніби в голові щось переключилось: стало ясно, якою має бути форма якобіана" [6, с. 14].

Колективні змінні в методі Юхновського використовувалися для опису далекоюсяжних кулонівських взаємодій, але оскільки в системі частинок є ще й короткоюсяжні взаємодії, то Ігор Рафаїлович одразу приходить до ідеї виділення системи відліку шляхом усереднення функції переходу до колективних змінних за підсистемою з короткоюсяжною взаємодією. Ці результати були опубліковані в 1958 році. Вони певною мірою випереджали свій час, оскільки методи опису систем з короткоюсяжною взаємодією тоді ще не були достатньо розвинуті. Пізніше він повертається до ідеї системи відліку, яка є ефективною в теорії різноманітних конденсованих систем, зокрема рідин і розчинів.

У запропонованому І.Р. Юхновським формалізмі, що одержав назву базисного підходу, зображення системи взаємодіючих частинок (атомів, іонів, молекул) здійснюється в розширеному фазовому просторі, що утворений як з індивідуальних координат частинок, так з колективних змінних — флуктуаційних хвиль густини для відповідної характеристики системи.

Для врахування короткоюсяжних взаємодій І.Р. Юхновський розвинув два підходи. Перший з них базується на функціональному диференціюванні і веде до узагальнення маєрівських групових розвинень для систем з коротко— і далекоюсяжними взаємодіями, а другий ґрунтується на базисному розгляді короткоюсяжних взаємодій, на фоні яких враховуються уже екрановані далекоюсяжні взаємодії. Останній метод виявився ефективним для кількісного опису різних конденсованих систем, зокрема, ґраткових моделей.

Слід зазначити, що приблизно в той самий час була запропонована інша методологія отримання функціонального зображення у задачах статистичної механіки, що базувалася на використанні інтегральної тотожності Стратоновича—Габарда [18, 19]. У даному підході як змінні виступали величини, комплексно спряжені з колективними змінними. Проте, на відміну від останніх, вони не мали чіткого фізичного змісту. Перевагою підходу Юхновського ста-

ло також те, що він легко узагальнюється у разі врахування багаточастинкових взаємодій, де інша схема стає незастосовною.

Розвинутий метод І.Р. Юхновський застосовує до опису іонно-дипольних систем. Ці праці започаткували побудову мікроскопічної теорії розчинів електrolітів, яка базується на рівноправному врахуванні всіх можливих взаємодій іонів електrolіту та молекул розчинника.

Другий етап у розвитку методу колективних змінних пов'язаний з застосуванням його до опису квантових систем взаємодіючих частинок. Суть запропонованого в 1964 році І.Р. Юхновським підходу, названого методом зміщень і колективних змінних, полягала у послідовному виділенні із квантового статистичного оператора еволюції, що заданий на множині декартових координат частинок, такої частини, яка характеризує взаємодію квантових хвильових пакетів частинок і виражається через колективні змінні. Цю частину Ігор Рафаїлович зобразив у експонентному вигляді як нескінченний ряд, записаний у термінах колективних змінних. У такий спосіб можна було прийти до еквівалентного представлення статистичної суми квантової системи, яке з формальної точки зору ставило їй у відповідність класичну систему із багаточастинковими взаємодіями.

Запропонований підхід виявився продуктивним в теорії різноманітних фермі- та бозе-систем взаємодіючих частинок, таких як високотемпературна плазма та електронний газ в металах. На початок 60-х років ХХ століття у працях Д. Бома, Дж. Пайнса, М. Гелл-Манна, К. Бракнера було побудовано теорію електронного газу для випадку, коли кінетична енергія електронів набагато більша від енергії кулонівської взаємодії, тобто коли значення параметра неідеальності в одиницях радіуса Бора менші від 1. Для густин вільних електронів реальних металів параметр неідеальності знаходиться в інтервалі "проміжних" значень: 2—6. Тому на той час не існувало теорії, яка б адекватно описувала властивості електронного газу, що має густину, характерну для металів. У багатьох наукових центрах інтенсивно працювали над пошуком способів розв'язання цієї задачі.

Досвід показав, що метод зміщень та колективних змінних виявився одним з найефективніших. Особливо плідними були його застосування до кількісної мікроскопічної теорії рідкого гелію. Характеристикою останньої моделі електронного газу в однорідному компенсуючому позитивному фоні є параметр неідеальності — середній об'єм, що припадає на один електрон. Першим, хто почав використовувати разом з Ігорем Рафаїловичем цей підхід в теорії високотемпературної плазми, був Л.Ф. Блажівський, який розробляв як рівноважну статистичну теорію релятивістських систем заряджених частинок, так і нерівноважний статистичний опис релятивістської плазми.

Новий етап розвитку методу колективних змінних наступив на початку 70-х років і був пов'язаний з розробкою І.Р. Юхновським статистичної теорії фазових переходів II роду [20].



Наприкінці 60-х років зазначалося зростання праць у цій галузі. Най той момент стало зрозумілим, що специфічні критичні явища, які спостерігаються поблизу фазових переходів II роду, зумовлені, насамперед, сильними кореляціями в системі. Це призводить до часткової втрати інформації про мікроскопічні деталі, а також до уніфікації поведінки у формально різних фізичних системах. Основні зусилля теоретиків були спрямовані на представлення такого механізму та розробку адекватного математичного апарату розрахунку цих універсальних характеристик широких класів фізичних систем. З цією метою достатньо було обмежитися розглядом деяких моделей, у яких деталі мікроскопічного опису враховуються лише опосередковано. Такими були модель К. Вільсона, який отримав Нобелівську премію з фізики у 1982 р. за внесок у розвиток теорії критичних явищ на початку 70-х років, а також моделі М. Фішера, Л. Каданова, Ж.Зін-Жюстена, Ф. Венгера та інших фізиків-теоретиків, у працях яких була створена сучасна теорія фазових переходів.

Підхід І.Р. Юхновського відрізняється від зазначених робіт послідовною мікроскопічністю. Він поставив задачу розробити теорію, яка б давала можливість починати із розгляду певної конкретної мікроскопічної моделі, і побачити, в який саме спосіб формується універсальна поведінка на прикладі саме цієї моделі, а також дослідити вплив особливостей міжчастинкових взаємодій на поведінку термодинамічних характеристик. В основу підходу І.Р. Юхновського було покладено ідею про те, що статистичний опис процесу фазового переходу має здійснюватись відповідно для кожної фізичної системи фазового простору колективних змінних, серед яких є змінні, пов'язані з відповідним параметром порядку. Паралельно була розв'язана задача визначення функціональних інтегралів, які виникали в теорії, не використовуючи при цьому звичні пертурбативні методи, які призводили до виникнення розбіжностей поблизу фазового переходу. Ідеологія, сформульована при створенні цієї непертурбативної ренормгрупової теорії в 70-ті роки, перетворилася у метод пошарового інтегрування, на основі якого вдалося отримати багато результатів, які наочно демонстрували механізм виникнення ренормгрупової симетрії і формування універсальної поведінки поблизу переходу II роду на прикладах конкретних моделей статистичної фізики. Даний метод дозволив у єдиній схемі виконувати розрахунки як універсальних, так і неуніверсальних характеристик для реалістичних модельних систем у тривимірному просторі в околі точки фазового переходу II роду.

Оскільки Ігоря Рафаїловича зацікавив кулонівський характер поведінки кореляційної функції в точці фазового переходу та пов'язані з цим особливості поведінки термодинамічних величин, то він повертається до плазмових розвинень для бінарних функцій розподілу систем заряджених частинок, класифікує розбіжності і показує, що якобіан переходу до колективних змінних в околі фазового переходу має негауссівську форму і повинен містити в експоненті як мінімум другий та четвертий степені колективних змінних. Запропонований ним підхід виявився досить загальним і застосовним для опису фазових

переходів у різноманітних фізичних системах. Разом з учнями І.Р. Юхновський розвиває теорію фазових переходів у магнітних системах, сплавах, сегнетоелектричних системах, рідинах та розчинах. На першій стадії досліджень постає проблема правильного вибору колективних змінних, "відповідальних" за фазовий перехід. У магнітних системах, наприклад, ці змінні пов'язані з модами коливань спінового моменту, у сегнетоелектриках — з модами коливань дипольного моменту, у системі рідина—газ — з модами відхилень густини від критичної. І.Р. Юхновським було строго доведено, що середні значення тих колективних змінних, які відповідають абсолютному мінімуму фур'є-зображення ефективного потенціалу взаємодії мод, пропорційні параметру порядку. Нижче температури фазового переходу для них з'являються нетривіальні (ненульові) розв'язки. Важливо, що у методі колективних змінних параметр порядку отримується природним чином, а не вводиться ззовні, як це відбувається у феноменологічній теорії фазових переходів II роду Л.Д. Ландау.

Даний метод було узагальнено для дослідження фазових переходів у дво-, три- та багатокомпонентних сплавах, гелії, моделі Гейзенберга, в неупорядкованих магнітних системах, сегнетоелектриках, для критичної точки рідина—пара. Запропонований метод містить у собі також потенційні можливості, особливо щодо застосування в таких складних і важливих об'єктах, як флюїди в пористих середовищах, самоорганізовані та самоасоційовані системи.

"Про одне його наукове досягнення хочеться сказати бодай кілька речень — маю на увазі дослідження з теорії фазових переходів II роду, зокрема з теорії тривимірної моделі Ізінга, — писав А. Свідзинський. — Знаю особисто не одного фізика-теоретика, а часом і математика, який, надихаючись блискучим результатом Онзагера щодо двовимірної моделі, виходив на черговий штурм тривимірної моделі. Однак проблема не піддавалася героїчним зусиллям: точного розв'язку не дав ніхто.

Проблемою зайнявся Ігор Рафаїлович. Він застосував свій улюблений метод колективних змінних, які вигідні при описі фазового переходу тим, що серед них знаходиться параметр впорядкування. Перехід від вихідних змінних, через які записаний гамільтоніан, не є унітарним перетворенням, тому в представленні статистичної суми у вигляді інтеграла за колективними змінними фігурує якобіан переходу, функціональні властивості якого виявляються вельми важливими, він певною мірою подібний до функціонала Гінзбурга—Ландау. Наближену теорію Ігор Рафаїлович побудував шляхом функціонального розкладу, при цьому цікава фізика виникла вже при врахуванні члена четвертого порядку (обмеження квадратичним гауссовим членом дало б стандартну теорію критичних показників). Ігор Рафаїлович розвинув техніку пошарового інтегрування, починаючи із змінних з великим значенням квазіімпульсу і далі — з меншими. На цьому шляху було розкрито мікроскопічний механізм фазового переходу, появу скейлінгового режиму, теорії подібності. Після подальшого розвитку, в якому брали участь учні Ігоря Рафаїловича, теорія була уточнена кількісно і зараз має високий науковий статус не лише як теорія моделі Ізінга,

а й як загальна схема побудови мікроскопічної теорії фазових переходів. Я згадую той величезний інтерес, навіть ентузіазм, який викликала ця робота Ігоря Рафаїловича на найвищих (і найвимогливіших) наукових форумах Москви" [6, с. 41].

У наступних роботах школи І.Р. Юхновського також одержано низку принципово важливих фундаментальних результатів у галузі фізики конденсованої речовини. Це, зокрема, техніка інтегральних рівнянь для іонних та іонно-молекулярних систем з короткодійною взаємодією; багатогустинний формалізм опису асоціативних ефектів у рідинах; методика вузлових операторів для багаторівневих систем і на її основі техніка розрахунку кореляційних функцій; методика симетризованих функцій Гріна та ін. На базі цих методів були створені мікроскопічні теорії: розчинів електролітів, асоційованих рідин та водних розчинів, електролітичних плівок та мембран, колоїдних систем, квантових бозе- та фермі-систем, металів і сплавів, кристалічних та неупорядкованих систем із сильними короткосяжними взаємодіями частинок, сегнетоелектричних кристалів та систем з водневими зв'язками, фазових переходів, оптичних і деформаційних ефектів у кристалах тощо.

Як результат було успішно вирішено одне з центральних завдань статистичної теорії класичних систем взаємодіючих частинок: одночасне коректне врахування коротко- та далекосяжних взаємодій, тобто коротко- і далекодійних внесків у термодинамічні та структурні властивості багаточастинкових систем.

Метод колективних змінних, розвинутий спочатку для моделей заряджених частинок, був успішно застосований для опису різноманітних реальних систем. Зокрема, побудовано іонно-молекулярний підхід у теорії розчинів електролітів, у якій всі міжчастинкові взаємодії (як іонів електроліту, так і молекул розчинника) враховуються рівноправно.

Взагалі проблема концентрованих розчинів сильних електролітів залишалась тривалий час нерозв'язаною. Складність полягала в необхідності одночасного врахування далекосяжних електростатичних та короткосяжних взаємодій, які приводять до протилежних за величиною значень малих параметрів. Задача побудови цієї теорії вимагала передусім явного і послідовного врахування взаємодій іонів електроліту та молекул розчинника. На той час в рамках традиційних іонних підходів явно розглядалася лише іонна підсистема. У деяких московських та зарубіжних наукових колах існував певний скептицизм щодо можливостей застосування мікроскопічних методів до опису складних сольватаційних ефектів у розчинах. Розчинник розглядався як середовище, яке характеризується діелектричною сталою та іншими параметрами, що вводились феноменологічно. Вважалося, що вони відповідають за сольватацію іонів.

Перші спроби у царині теорії розчинів були зроблені І.Р. Юхновським спільно з А.О. Некротом і присвячені іонно-дипольним системам. Тут розчинник ще явно не розглядався, а враховувався як ефективне середовище із певною

діелектричною сприйнятливістю. Властивості розчинника у такому підході моделюють також опосередковано, вибираючи короткосяжну частину між-іонної взаємодії. Додавши до кулонівського потенціалу міжіонної взаємодії короткосяжну частину у формі потенціалу Юкави, вже в першому наближенні методу Боголюбова за плазмовим параметром І.Р. Юхновський отримав узагальнення теорії Дебая—Гюккеля, яке далі було успішно використано для опису фізичних властивостей деяких водних розчинів електролітів, зокрема, NaBr, LiOH, NaOH, HCl. Наступні праці вченого були спрямовані на коректніше врахування короткосяжних міжіонних взаємодій, побудову групових розвинень для опису термодинамічних і структурних властивостей іонних систем та систем заряджених частинок у зовнішніх електричних полях. Зокрема, ним було показано, що для двовалентних водних розчинів електролітів внесок другого групового коефіцієнта в області малих концентрацій може призводити до аномальної поведінки термодинамічних величин, що спостерігається експериментально.

Починаючи з 60-х років, І.Р. Юхновський розвиває іонно-молекулярний підхід у теорії розчинів електролітів, спершу в межах іонно-дипольної моделі, а згодом з урахуванням складнішої електростатичної структури молекул розчинника. Згодом цей підхід був узагальнений на системи з довільною електростатичною взаємодією, що привело до важливого досягнення — побудови мікроскопічної теорії розчинів електролітів (І.Р. Юхновський, М.Ф. Головка та ін.) [21]. Ця задача була успішно розв'язана ними в методі колективних змінних, де далекосяжні взаємодії описувались у фазовому просторі змінних, а короткосяжні — у фазовому просторі індивідуальних координат частинок. Були розраховані функції, які визначають ближній порядок у взаємному розміщенні частинок у розчині, для опису взаємодій з полярними молекулами розвинута методика коректного врахування орієнтаційних рухів молекул. Математична строгість зображення у розширеному фазовому просторі забезпечувалась відповідною узагальненою функцією. М.Ф. Головком була запропонована зручна інтерполяційна формула для вільної енергії густих змішаних іонно-молекулярних систем, справедлива для широкої області термодинамічних станів. Таким чином, була вперше побудована мікроскопічна теорія електролітів, в якій рівноправно враховані взаємодії між усіма частинками розчину.

Як результат було показано, що характер екранування електростатичних взаємодій іонів і молекул розчинника принципово різний. Тоді як іонне екранування приводить до експонентного зменшення всіх електростатичних взаємодій, екранування полярними молекулами визначає діелектричні властивості розчину.

Наукова стратегія І.Р. Юхновського виявилась виправданою, оскільки проведені дослідження показали суттєву роль молекулярного розчинника у формуванні багатьох властивостей розчинів електролітів. Рівноправне врахування обох підсистем дозволило створити теорію, придатну для опису роз-

чинів в широкому інтервалі іонних концентрацій, температур і тисків. Використання групових розкладань допомогло виявити головну роль молекулярної підсистеми для розкриття на мікроскопічному рівні багатьох властивостей розчинів електролітів — явища іонної сольватації та процесу утворення і специфіки близького порядку у розчинах електролітів. Було проаналізовано вплив іонно-молекулярних та міжмолекулярних взаємодій на формування міжіонних потенціалів і доведено, що вони мають кулонівський характер лише на великих відстанях, а на середніх і малих міжіонних відстанях форма ефективного потенціалу відображає лише процеси утворення і розпаду сольватнорозділених іонних пар (І.Р. Юхновський, М.Ф. Головка, В.С. Височанський, А.В. Попов).

Започаткований І.Р. Юхновським та його учнями іонно-молекулярний підхід у теорії електролітів успішно використовується при розв'язанні конкретних задач. Так, у працях І.Р. Юхновського, М.Ф. Головка, І.Й. Куриляка, Є.М. Сов'яка теорію розчинів електролітів було узагальнено на просторово-обмежені системи: електролітичні плівки та мембрани, знайдено функції розподілу іонів та молекул поблизу поверхні поділу фаз. Важливим наслідком цієї теорії стало розуміння, що ефекти екранування у випадку просторово-неоднорідних та об'ємних систем — якісно різні. Це пов'язано з наявністю у напів-обмежених системах сил електростатичного відображення, які зумовлюють адсорбційні ефекти на поверхні електроліту. Явище притягання до поверхні чи відштовхування від неї іонів залежить від діелектричних властивостей розчинника, а також середовища, з яким контактує електроліт. Так, було досліджено ефективну товщину і структуру міжфазної ділянки, її залежність від концентрації електроліту та фізичних характеристик середовища, що обмежує поверхню. Виявлено також ефект збіднення іонами розчинів електролітів при проходженні їх через пористі мембрани з низькою діелектричною проникністю. Ідея поділу потенціалів міжчастинкової взаємодії на коротко- та далекосяжну частини і побудови групових розвинень для кореляційних функцій просторового розподілу іонів та молекул була використана М.Ф. Головком, А.Д. Трохимчуком та К. Хайцингером для розробки якісно нового підходу. В його основу було покладено поєднання методу комп'ютерного моделювання, теорії інтегральних рівнянь та теорії рідин.

Результати, одержані методом колективних змінних, так само були використані в працях М.Ф. Головка, О.О. Пізіо та інших при побудові теорії сольо-



Завідувач відділу теорії розчинів Інституту фізики конденсованих систем НАН України член-кореспондент НАН України М.Ф. Головка — учень І.Р. Юхновського.

вих і метало-сольових розплавів іонних розплавів, які довели, що при переході від високотемпературної іонної плазми в інтервал низьких температур і великих густин відбувається фазове перетворення: іонний газ—іонна рідина. Причому теоретично одержані бінарні функції просторових кореляцій атомів розплавів лужно-галоїдних солей добре узгоджуються з експериментальними даними з пружного розсіювання нейтронів на ізотопозаміщених зразках іонних розплавів.

Ю.В. Калюжним було розвинуто атом-атомний підхід до опису розчинів електролітів, який ґрунтується на конкретній деталізації реальної структури молекул та розподілу їх зарядів. У рамках такого підходу відкриваються широкі можливості для кількісного опису впливу розчинника на хімічні реакції.

Іонно-молекулярний підхід було використано в працях М.В. Токарчука для представлення нерівноважних властивостей розчинів електролітів. Узагальнену модель іонно-молекулярних систем, у якій явно враховується присутність компенсуючого поля, було розвинуто у працях І.А. Процикевича та М.Ф. Головка. У подальшому за допомогою цієї моделі ними була описана структура розчинів металів у рідкому аміаку.

Побудована мікроскопічна теорія розчинів електролітів має важливе прикладне значення для передбачення їх термодинамічних і структурних властивостей у різних зовнішніх умовах. Зокрема, отримані результати для електролітичних плівок сприяють розумінню на мікроскопічному рівні явища опріснення електролітів, та перш за все води [22]. Результати досліджень класичних систем взаємодіючих частинок методом колективних змінних підсумовано в 1980 р. у монографії І.Р. Юхновського та М.Ф. Головка "Статистична теорія класичних рівноважних систем" [21]. Сьогодні напрям теорії електролітів, розвивається з урахуванням різноманітних асоціативних та сольватційних ефектів у розчинах і описанням складних анізотропних рідин. Так, один з перших учнів І.Р. Юхновського член-кореспондент НАН України М.Ф. Головка, з яким вони опублікували понад 60 наукових праць, продовжує дослідження в цій галузі. Він запропонував ідею врахування кластеризаційних ефектів. Методи їх опису у системах взаємодіючих частинок дозволили поширити методи опису простих рідин, на складні рідини, включаючи різноманітні об'єкти фізики м'якої речовини — полімерні та сіткоутворювальні системи, колоїдні та міцелярні системи, поліелектроліти, мікроемульсії, рідини у пористих середовищах, біологічні об'єкти.

У полі уваги Ігоря Рафаїловича постійно перебувають проблеми нерівноважної статистичної фізики: його цікавить, як результати, отримані для рівноважного випадку, використати для систем з нерівноважними властивостями. Ця задача в колективі І.Р. Юхновського розв'язується сьогодні в роботах М.В. Токарчука, І.М. Мриглода та їх учнів. Однією з таких проблем є зворотно-осмотичні процеси мембранної фільтрації. У цьому напрямі розроблено статистичну теорію процесу фільтрації в системі "розчин електролітів—мембрана—фільтрат" (М.В. Токарчук, Р. Желем). Інша актуальна задача стосуєть-

ся досліджень фізичних процесів, що відбуваються у ядерній магмі четвертого блока Чорнобильської АЕС та вивчення дифузійних процесів поширення радіонуклідів.

Метод зміщень і колективних змінних розвивали також Л.Ф. Блажиевський в теорії високотемпературної плазми, М.В. Ваврух в теорії квантових фермі-систем, І.О. Вакарчук в теорії квантових бозе-систем. Ідеї І.Р. Юхновського з теорії фазових переходів втілювали його учні Ю.К. Рудавський, М.П. Козловський, З.О. Гурський та інші.

Так, принципово важливою задачею стало узагальнення методу колективних змінних для квантових систем взаємодіючих частинок. При переході до розгляду квантових систем необхідно врахувати ефекти, зумовлені квантовим характером руху частинок і наявністю спіну. Як вже зазначалося, метод коректного врахування колективних явищ у квантових системах був запропонований І.Р. Юхновським на прикладі моделі електронного газу та названий методом зміщень і колективних змінних. У працях І.Р. Юхновського та його учнів М.В. Вавруха, Г.І. Бігуна, П.П. Костробія на основі цього методу, починаючи з 1964 р., розраховувалися енергетичні характеристики електронного газу неперехідних металів — середня та вільна енергії, теплоємність і енергія зв'язку неперехідних металів, а також рівняння стану виродженого електронного газу [23].

Особливо слід відзначити низку праць, присвячених розв'язанню ще одного актуального завдання теорії електронного газу: дослідженню бінарної функції просторового розподілу електронів сильно неідеального електронного газу. Так, І.Р. Юхновський і Р.М. Петрашко коректно описали кореляції на близьких відстанях між електронами та визначили правильну асимптотичну поведінку бінарної функції електронів, у даному випадку, для густин, що типові для металів. Ними було вперше чітко сформульовано ідею про узагальнення класичних групових розкладань на квантові системи взаємодіючих частинок [24, 25].

Два оригінальні методи для сильно неідеального електронного газу було запропоновано в працях М.В. Вавруха. Це квантові групові розкладання і модифікований метод зміщень. М.В. Ваврух та його співробітники виконали прецизійні розрахунки інтегральних, локальних та одночастинкових характеристик моделі електронної рідини та інших квантових систем. Побудовано кореляційну теорію однорідних та неоднорідних електронних систем. Отримано енергетичні та діелектричні характеристики, а також функції розподілу сильно неідеального електронного газу [26]. Результати розрахунку, здійсненого М.В. Ваврухом та Т.Є. Крохмальським, є найкращими з усіх попередніх, одержаних аналітичними методами. Вони найближчі до одержаних методом Монте-Карло (відхилення не перевищує 1 % в області металів). Авторами запропоновано послідовний статистичний підхід до побудови електрон-іонної моделі металу. Отримано ефективний гамільтоніан, що описує підсистему колективізованих електронів у полі іонів. При цьому знайдено багаточастинкові нелокальні потенціали взаємодій електронів між собою та з іонами. У цих працях вперше застосовано багаточастинковий підхід до задачі електрон-іонних взаємодій.

Базисний підхід з виділенням системи відліку, для якої відомо точний розв'язок, був використаний у дослідженнях різноманітних фізичних об'єктів. Зокрема, ідея І.Р. Юхновського про розгляд короткосяжних взаємодій у просторі індивідуальних координат частинок, а далекосяжних — у фазовому просторі колективних змінних, була далі розвинена в його спільних з Р.Р. Левицьким та С.І. Сороковим працях, присвячених дослідженню класу матеріалів, які описуються псевдоспіновими моделями (сегнетоактивні сполуки із водневими зв'язками, низьковимірні магнетики). Для цього класу матеріалів характерними є низьковимірні короткосяжні кореляції та тривимірні далекосяжні взаємодії. Було запропоновано метод, в основу якого покладено розрахунок функціонала вільної енергії з базисним урахуванням короткосяжних кореляцій, тобто коли система з короткосяжними кореляціями служить системою відліку. Сформульовано загальну методику отримання узгоджених наближень для термодинамічних та динамічних характеристик псевдоспінових систем, одержано вирази для вільної енергії і температурних кумулятивних функцій Гріна.

Особливо ефективним метод зміщень і колективних змінних виявився для бозе-систем. Роботи у цьому напрямі впливали із потреби побудови кількісної мікроскопічної теорії рідкого гелію-4, який був предметом інтенсивних теоретичних і експериментальних досліджень, зокрема, у працях П.Л. Капіци, Л.Д. Ландау та М.М. Боголюбова.

За допомогою цього методу І.Р. Юхновським, І.О. Вакарчуком та їх учнями у доброму узгодженні з експериментальними даними було вивчено основний і слабозбуджений стани рідкого гелію. Оскільки хвильові функції бозе-систем мають "чисте" зображення у колективних змінних, тому метод зміщень і колективних змінних став ефективним інструментом досліджень властивостей бозе-рідин. Вже у нульовому наближенні цього підходу отримуються результати теорії бозе-рідин М.М. Боголюбова. Було знайдено хвильові функції основного та слабкозбуджених станів із урахуванням чотиричастинкових кореляцій, розраховано енергію основного стану та спектр елементарних збуджень, отримано структурні функції та проаналізовано проблему бозе-ейнштейнівської конденсації. Так, було встановлено зв'язок спектра збуджень і кількості атомів в бозе-конденсаті із структурними функціями. Таким чином, в цих роботах вперше на основі мікроскопічної теорії отримані кількісні результати для структурних функцій і швидкості звуку рідкого гелію-4. З'ясовано механізм формування фононної області спектра збуджень в бозе-рідині.

У працях І.О. Вакарчука запропоновано новий метод розрахунку матриць густини класичних і квантових багаточастинкових систем. На основі цього методу побудована кількісна теорія явища бозе-ейнштейнівської конденсації в надплинному гелії. Знайдено нове зображення квантової статистичної суми багаточастинкових систем у вигляді континуального інтеграла. Досліджені властивості фермі- і бозе-рідин в низькотемпературній області та в області фазового переходу в надплинний стан, побудовано теорію зоряних спектрів [27].



Львівською школою статистичної фізики розроблялась також теорія псевдопотенціалу — ефективного потенціалу електрон-іонної взаємодії в реальних металах і сплавах. У теорії псевдопотенціалу можна виділити два основні напрями. Більш ранній з них — моделювання псевдопотенціалів простими аналітичними функціями з декількома параметрами. З.О. Гурським і Т.Л. Краском запропоновано модельний двопараметричний псевдопотенціал для представлення електрон-іонних взаємодій в неперехідних металах, який інтенсивно використовувався при дослідженні широкого кола фізичних властивостей неперехідних металів і сплавів в твердому й рідкому станах.

Другий підхід — обчислення псевдопотенціалів "з перших принципів", без моделювання і підганяльних параметрів. На основі запропонованого З.О. Гурським методу повністю ортогоналізованих плоских хвиль була успішно вирішена проблема узагальнення теорії псевдопотенціалу на випадок перехідних та рідкісноземельних металів з частково заповненими електронними оболонками *d*- або *f*- типу. Це дало змогу описати властивості типових перехідних металів (заліза, кобальту, нікелю) в твердому і рідкому станах. Результати теоретичних розрахунків електроопору металів у рідкому стані, ширини заповненої частини зони провідності добре узгоджуються з експериментальними даними. Згаданими працями започаткована мікроскопічна теорія перехідних металів.

Групою М.В. Вавруха розроблена загальна схема побудови так званих оптимальних базисів одночастинкових хвильових функцій металічних систем, яка використовується при розрахунку псевдопотенціалів не тільки в ідеалізованих безмежних системах, а й у випадку систем з просторовими межами (поверхня металу, контакти та ін.).

Синтез методів псевдопотенціалів та колективних змінних виявився надзвичайно плідним. У працях І.Р. Юхновського, З.О. Гурського та І.М. Зеленчука розвинута теорія термодинамічних властивостей бінарних сплавів заміщення неперехідних металів. Отримані формули для вільної енергії, теплоємності та інших термодинамічних характеристик бінарних сплавів. Вперше вдалося з'ясувати кінетичні властивості бінарних сплавів в евтектичних точках, кількісно описати властивості сплавів поблизу температури впорядкування, які реалізуються як фазовий перехід II роду [28]. У сплавах, на відміну від моделі Ізінга, коефіцієнти якобіана переходу до колективних змінних є складними функціями хімічних потенціалів компонентів сплаву (З.О. Гурський). Показано, що далекий порядок у сплавах пов'язаний із середніми значеннями тих колективних змінних, які відповідають абсолютному мінімуму фур'є-зображення потенціалу впорядкування. Обчислено статистичну суму сплаву і розроблено схему побудови фазових діаграм. Одержано і проаналізовано рівняння для знаходження хімічних потенціалів компонентів сплаву, при розв'язку яких можна представити енергію сплаву у вигляді функції температури і концентрації компонентів та побудувати діаграму стану. Таким чином, було розв'язано одну з важливих задач теоретичного матеріалознавства: прог-

ноз поведінки фізичних властивостей сплаву залежно від зовнішніх параметрів — температури і складу сплаву.

Ідея І.Р. Юхновського про виділення системи відліку виявилась ефективною також при побудові теорії термодинамічних властивостей сплавів з урахуванням теплових коливань та локальних статичних зміщень атомів (З.О. Гурський та інші). Теорія будувалась поетапно. Спочатку методом колективних змінних було розв'язано задачу для системи відліку: ідеального неупорядкованого сплаву в наближенні жорсткої ґратки. Потім визначалась динаміка ґратки сплаву із використанням кореляційних функцій системи відліку. Задача третього етапу — обчислення амплітуд статичних зміщень атомів — розв'язується із застосуванням результатів попередніх етапів: унарної та бінарної функцій просторового розподілу атомів та фононних частот "середнього" сплаву.

У середині 70-х років були закладені основи третього ключового напрямку досліджень школи І.Р. Юхновського — сучасної мікроскопічної теорії фазових переходів II роду .

Відправною точкою цих досліджень стала робота з обґрунтування форми базисного розподілу другого роду, виконана спільно з Ю.К. Рудавським. Як вже зазначалося, головним при побудові теорії фазових переходів було створення І.Р. Юхновським нового математичного апарату, що дає змогу обчислити статистичну суму системи з використанням негауссового розподілу. Даний розподіл описує флуктуації колективної змінної, яка асоціюється з параметром порядку. Ці висновки було покладено в основу розробленого І.Р. Юхновським методу інтегрування статистичної суми моделі Ізінга з негауссовим базисним розподілом. Дана модель дозволяє вивчати основні закономірності фазових переходів у різноманітних фізичних об'єктах: магнітних (спінових) системах, бінарних сплавах тощо.

Так, в працях І.Р. Юхновського та Ю.К. Рудавського [29, 30] дано представлення статистичної суми моделі Ізінга в просторі спінових колективних змінних, що мають зміст фур'є-компонент функцій спінової густини. У рамках отриманого зображення було введено поняття базисного розподілу, який є необхідним для опису поведінки системи в околі критичної точки. На основі аналізу діаграмних рядів для спінової кореляційної функції було доведено, що для адекватного представлення критичної поведінки тривимірної моделі Ізінга в околі температури фазового переходу необхідно використовувати негауссовий четвертий базисний розподіл, який, крім гауссового члена, повинен містити у собі ще і четвертий степінь спінових функціональних змінних. Диференціальна форма рівнянь ренормгрупи дала змогу авторам знайти основні характеристики досліджуваних систем в критичній області.

Дослідження одержаних рекурентних співвідношень здійснювалось з використанням як числових, так і аналітичних методів. Були проаналізовані різні можливі підходи до розв'язання цієї задачі ( $z$ -розкладання — спільно з М.А. Козловським,  $g$ - та  $P$ -розкладання — спільно з І.О. Вакарчуком, Ю.К. Рудавським, В.О. Коломійцем та Ю.В. Головачем,  $1/s$ - розкладання — спільно з

І.М. Мриглодом) і встановлено, що поблизу критичної точки спостерігається особливий критичний режим, в якому виникає новий тип симетрії, а саме, симетрія ренормалізаційної групи. Головним наслідком, що зумовлює появу такої симетрії, є виникнення універсальних характеристик, що залежать лише від загальних властивостей модельної системи — вимірності простору, кількості компонент параметра порядку, типу взаємодій тощо. Отже, у межах мікроскопічного підходу підтвердилися усі напівфеноменологічні гіпотези, що були сформульовані раніше Л. Кадановим, К. Вільсоном та іншими.

У працях І.О. Вакарчука, Ю.К. Рудавського та Ю.В. Головача метод був узагальнений на багатокомпонентні спінові моделі. Основна увага приділялась представленню універсальних властивостей цієї моделі з використанням диференціальних рівнянь ренормалізаційної групи. Застосовуючи методіку Юхновського поетапного інтегрування статистичної суми, автори вперше без теорії збурень одержали значення критичних показників для цілого ряду класичних спінових систем з багатокомпонентним виродженим параметром порядку.

Пізніше в працях Ю.В. Головача було розглянуто критичну поведінку анізотропних моделей, які широко використовуються для магнітних та структурних фазових переходів, а також знайдено критичні показники моделі з кубічною анізотропією та проаналізовано процес виникнення асимптотичної симетрії у такій моделі.

Проте, критичний режим не вичерпує усієї картини. Він описує еволюцію коефіцієнтів блочної задачі лише в певній обмеженій області їх зміни, яка залежить, зокрема, від близькості до критичної точки. Були знайдені, крім того, два інших режими: один з них характеризує входження в область скорельованої ренормогрупової поведінки, а інший — вихід з неї. Тільки послідовне урахування впливів від усіх цих областей дало можливість розрахувати всі термодинамічні характеристики системи поблизу фазового переходу. Якщо для низьковимірних систем існували на той час ідейно близькі підходи, що базувались на схемах виключення короткохвильових змінних у прямому просторі координат, зокрема, на ідеології трансфер-матриці, процедурі децимації, розгляді спінових блоків тощо, то для тривимірних систем така схема не мала аналогів.

Уперше такі комплексні розрахунки універсальних (критичні показники) та не універсальних (теплоємність, сприйнятливність, температура фазового переходу) величин для температур як нижче, так і вище від критичної, були виконані І.Р. Юхновським та М.П. Козловським наприкінці 70-х — на початку 80-х років ХХ століття на прикладі моделі Ізінга. Ними була розроблена методика, завдяки якій вперше в світовій практиці було одержано явні вирази для всіх термодинамічних характеристик моделі Ізінга як функцій температури і мікроскопічних параметрів гамільтоніана задачі вище та нижче температури фазового переходу. Особливу цінність становили криві для ентропії та теплоємності, розрахунки яких не вдавалося виконати на мікроскопічному

рівні до того часу. Ними також було визначено сферу застосувань методу ренормалізаційної групи, досліджено рекурентні співвідношення між коефіцієнтами суміжних ефективних блочних гамільтоніанів, які виникають при обчисленні статистичної суми тривимірної моделі Ізінга.

Варто зауважити, що ця модель, незважаючи на свою простоту, має широку галузь реалістичних застосувань, а також може розглядатись як еталонна модель при дослідженні багатьох інших моделей, значно складніших за своєю побудовою. Саме тому розробка послідовної теорії фазового переходу в моделі Ізінга стала ключем для побудови загальнішої теорії критичних явищ у тривимірних системах.

Прецизійні розрахунки (з використанням ЕОМ) характеристик моделі Ізінга виконали М.П. Козловський та В.О. Коломієць [31]. Було одержано числові значення критичних показників кореляційної довжини, теплоємності і середнього спінового моменту, а також встановлено, що у вузькій області температур, де термодинамічні функції якісно змінюють свою поведінку, відбуваються два основних флуктуаційних процеси. Перший з них, який автори назвали "критичним режимом", характеризує короткохвильові флуктуації і зображується рівнянням ренормалізаційної групи. Другий процес відповідає довгохвильовим флуктуаціям і характеризується гауссовим розподілом, дисперсія якого має неаналітичну залежність від температури. Враховуючи ці два процеси, вдалося успішно завершити створення теорії фазових переходів та побудувати комплексний підхід до розрахунку як універсальних (критичні індекси), так і не універсальних (вільна енергія, ентропія, теплоємність, температура фазового переходу) характеристик тривимірних систем поблизу точки фазового переходу.

В подальшому І.Р. Юхновський, М.П. Козловський та І.В. Пилюк дослідили залежність неуніверсальних характеристик моделі Ізінга від мікроскопічних параметрів моделі, зокрема, вигляду потенціалу. Для теплоємності, параметра порядку і сприйнятливості вони винайшли доданки, які враховують поправки до скейлінгу [32].

Вивченню особливостей передперехідної поведінки та опису фазового переходу в системі з багатокомпонентним параметром порядку присвячено праці, виконані І.М. Мриглодом [33]. Зокрема, було показано, що системи з переходами типів зміщення та порядок—хаос можуть досліджуватись у рамках єдиної схеми, а особливості динамічного структурного фактора для систем типу зміщення, відомі як проблема центрального піку, знаходять своє логічне пояснення у формалізмі утворення передперехідних кластерів упорядкування.

Важливим виявилось поширення методу колективних змінних на ізінговські системи з анізотропними взаємодіями, наприклад, на одновісні сегнетоелектрики типу порядок—хаос, де головну роль відіграє дипольна взаємодія. Для таких систем І.Р. Юхновським та М.А. Кориневським було запропоновано схему пошарового інтегрування, що враховує анізотропію міжчастинкового потенціалу. Ця схема була згодом в середині 80-х років ХХ століття використа-

на для дослідження ними моделі кластерного сегнетоелектрика [34]. Було проаналізовано специфіку та відмінності цієї моделі від моделі Ізінга, реалізовано схему комплексного опису фазового переходу в даній системі, при включенні розрахунків вільної енергії, теплоємності та інших термодинамічних характеристик. На основі встановлення зв'язку між трансляційно-симетричними моделями феромагнетиків та їх аналогів, які мають ієрархічну симетрію подібності, Ю.В. Козицьким було описано ієрархічні моделі. Ці результати цікаві насамперед тим, що для даного класу моделей рекурентні співвідношення Юхновського є точними, на відміну від інших моделей статистичної фізики, де вони все ж мають наближений характер, оскільки під час їх одержання здійснюється усереднення потенціалу взаємодії у кожному із шарів інтегрування.

Вагомим є внесок І.Р. Юхновського у розвиток теорії фазових переходів у неперервних системах — флюїдах. На відміну від ґраткових моделей, флюїди не мають трансляційної симетрії, що істотно ускладнює їх теоретичне представлення. Першим кроком до побудови теорії неперервних систем стало відповідне функціональне зображення для статистичної суми у великому канонічному ансамблі. Метод колективних змінних застосовується для системи флюїдів в околі критичної точки в працях І.Р. Юхновського, що виконані спільно з І.М. Ідзиком та В.О. Коломійцем. Згідно з концепцією системи відліку, конфігураційний інтеграл флюїду вдалося звести до функціонала, заданого на ефективній ґратці, і застосувати методи, розвинені для моделі Ізінга. Отримані явні аналітичні вирази для коефіцієнтів функціонала, є, фактично, структурними функціями системи відліку. Дослідження загальних властивостей цих коефіцієнтів дозволило знайти спосіб побудови кількісної теорії критичної точки.

Ними було дано визначення критичної точки і знайдені її координати, з виділеною системою відліку було знайдено функціональне представлення системи рідина—газ, за допомогою якого обчислено статистичну суму, розраховано критичні індекси і показано стрибкоподібну залежність хімічного потенціалу в двофазній області, проаналізовано поведінку термодинамічних характеристик системи в однофазній та двофазній областях. Уперше в явній формі з урахуванням внеску від ділянки ренормгрупової симетрії була розрахована вільна енергія та інші термодинамічні функції системи рідина—газ в



Директор Інституту фізики конденсованих систем НАН України, член-кореспондент НАН України І.М. Мриглод—учень І.Р. Юхновського

околі критичної точки. Ці результати важливі були для реальних речовин поблизу критичної точки.

Метод колективних змінних з виділеною системою відліку І.Р. Юхновський спільно з О.В. Пацаган поширив на випадок класичних багатокомпонентних сумішей. На основі даного методу було одержано функціональне представлення великої статистичної суми багатокомпонентної моделі, розвинуто статистично-польову теорію для систем багатьох частинок, а також мікроскопічний підхід до фазових переходів у бінарних сумішах. Детально розглянуто ряд моделей, серед яких симетрична бінарна суміш, прості моделі іонних плинів. Проаналізовано умови стійкості системи відносно фазового переходу розшарування типу газ—газ та газ—рідина, а також розраховано температури цих переходів залежно від складу суміші.

Значна увага була сконцентрована на вивченні кристалічних сполук з структурними, в тому числі і сегнетоелектричними фазовими переходами. Особливий інтерес становлять сегнето- і антисегнетоелектрики з водневими зв'язками. Можливості широкого ізоморфного заміщення атомів і вирощування кристалів високої якості завдяки численним фізичним властивостям зробили їх дуже популярними об'єктами експериментальних і теоретичних досліджень. У працях І.В. Стасюка, Р.Р. Левицького і М.А. Кориневського одержано ефективний квазіспінфононний гамільтоніан сегнетоактивних сполук типу  $\text{KN}_2\text{PO}_4$ . У рамках кластерного наближення було розраховано і досліджено вільну енергію та деякі динамічні властивості сегнетоелектриків і антисегнетоелектриків даного типу. Була запропонована кількісна мікроскопічна теорія релаксаційних явищ та термодинамічних властивостей квазіодномірних сегнетоелектриків з водневими зв'язками (Р.Р. Левицький, І.Р. Зачек).

Ідея базисного підходу наприкінці 80-х років ХХ століття була поширена на квантові системи типу порядок—хаос, що описуються псевдоспіновими моделями (сегнетоелектрики з водневими зв'язками, ізінгові магнетики тощо). З метою дослідження таких квазі-спінових систем з коротко- і далекосяжними взаємодіями І.Р. Юхновським, Р.Р. Левицьким та С.І. Сороковим розроблений самоузгоджений метод. Для розрахунку вільної енергії та кореляційних функцій базисної системи було запропоновано кластерний підхід. Цей підхід дозволяє у межах кластерного наближення одержати рівняння Орнштейна—Церніке для базисних кореляторів довільного порядку. Показано, що для одновимірної моделі Ізінга в рамках цього методу одержуються точні результати. Досліджено конкретні квазі-спінові моделі сегнетоелектриків з водневими зв'язками і магнетиків. Ці праці започаткували подальший розвиток теорії модельних квазіспінових систем.

Важливим напрямом наукової діяльності відділення на початку 50-х років ХХ століття стає вивчення оптичних явищ у складних кристалічних системах. І.В. Стасюком та його учнями запропоновано новий мікроскопічний підхід до вивчення індукованих оптичних ефектів першого порядку у діелектричних кристалах іонного типу. Для зображення таких систем запропонована модель,

яка ґрунтується на формалізмі операторів вузлових збуджень (операторів Хаббарда). І.В. Стасюком та П.М. Слободяном була розроблена діаграмна техніка для операторів Хаббарда. Використання апарату операторів Хаббарда допомогло розглянути з єдиної точки зору кристали, у яких відбувається так званий кооперативний ефект Яна—Теллера (структурний фазовий перехід, що стимулюється перебудовою спектра енергій електронів).

У працях І.В. Стасюка, О.Я. Сабана вивчалися можливі типи електронних та іонних впорядкувань. І.В. Стасюком та С.С. Коцуrom, О.М. Попелем розвинута теорія, яка дала змогу описати з єдиної точки зору електрооптичний і п'єзооптичний ефекти, електрогірацію та п'єзогірацію. Було розкрито мікроскопічний механізм цих явищ у діелектричних, зокрема сегнетоелектричних кристалах. Вперше була розроблена мікроскопічна теорія явища електрогірації. Суть цього ефекту, відкритого О.Г. Влохом та І.С. Жолудевим, полягає у появі або зміні оптичної активності кристалів під впливом зовнішнього постійного електричного поля. Проведено симетричний аналіз можливих ситуацій виникнення іонної електрогірації. На основі числових оцінок передбачені значення коефіцієнтів електрогірації у різних кристалах.

Теорія індукованої оптичної активності кристалів була поширена також на явище п'єзогірації, у якому причиною ефекту є постійне механічне напруження (зовнішній тиск), прикладене до кристала. Вперше запропонована мікроскопічна картина п'єзооптичного ефекту у діелектричних кристалах іонного типу. Проведені розрахунки п'єзооптичних, пружнооптичних та пружних констант сегнетоелектричних кристалів типу  $\text{KN}_2\text{PO}_4$  та ян-теллерівських кристалів. Пояснені аномалії цих констант поблизу точок фазових переходів, які спостерігаються експериментально.

Останнім часом сформувався напрям з вивчення оптичних властивостей і динаміки кристалів, елементи структури яких можуть розвпорядковуватися. У працях І.В. Стасюка, С.С. Коцура та їх учнів побудована теорія оптичної активності таких систем та досліджені особливості квадратичного електрооптичного ефекту. Вивчається динаміка коливань ґратки у цих кристалах та досліджуються деякі аспекти комбінаційного розсіювання світла, пов'язані з так званим конфігураційним розщепленням у фононному спектрі.

Технічний прогрес вимагав нових перспективних матеріалів, це привело до бурхливого розвитку порівняно молодій галузі фізики — фізики неупоряд-



Завідувач відділу квантової статистики Інституту фізики конденсованих систем НАН України член-кореспондент НАН України І.В. Стасюк — учень І.Р. Юхновського

кованих систем, об'єктами якої є аморфні та рідкі метали, напівпровідники, неупорядковані сплави, склоподібні стани речовини та ін. Важливими в цьому напрямі є дослідження неупорядкованих магнітних систем. Інтерес до них був викликаний унікальним поєднанням корисних технологічних властивостей, якого часто неможливо досягти для традиційних кристалічних зразків. Разом з тим при спробах математичного опису поведінки таких речовин виникає широке коло фундаментальних теоретичних проблем, які стимулюють розвиток нових концепцій і підходів. Відсутність періодичної кристалічної ґратки, структурна метастабільність, необхідність подвійного усереднення (термодинамічного та конфігураційного) — це, по суті, основні принципові труднощі теоретичного представлення неупорядкованих систем.

Наприкінці 70-х років ХХ століття у Львівському відділенні статистичної фізики ІТФ АН УРСР розпочалось активне вивчення двох перспективних класів неупорядкованих систем — аморфних і рідких магнетиків. Для опису термодинамічних і структурних характеристик цих речовин запропоновано новий оригінальний підхід. Він ґрунтується на математичному формалізмі функціонального інтегрування та колективних змінних (І.Р. Юхновський, І.О. Вакарчук, Ю.К. Рудавський, Г.В. Понеділок). Було одержане нове представлення для статистичного оператора та вільної енергії структурно неупорядкованої квантової моделі Гейзенберга, запропонована система рівнянь у функціональних похідних для спінових температурних функцій Гріна. На основі цього методу була сформульована теорія аморфних та рідких магнетиків. Проведено детальне дослідження впливу структурної неупорядкованості на магнітні властивості. Зокрема, отримані нові вирази для вільної енергії аморфних і рідких магнетиків, знайдені і проаналізовані рівняння для намагніченості і температури Кюрі в цих речовинах. Показано, що одночасне врахування магнітних та структурних флуктацій приводить до пониження температури магнітного фазового переходу. Були прогнозовані нові ефекти, встановлено, що зовнішнє магнітне поле підвищує ізотермічну стисливість рідкого феромагнетика, зменшує швидкість звуку, підвищує критичну температуру фазового переходу рідина—пара.

З метою аналізу спінової динаміки була розрахована конфігураційно-усереднена поперечна функція Гріна аморфного феромагнетика, одержані рівняння для магнетного спектра та його затухання. Ці рівняння справедливі в широкому діапазоні зміни температури, магнітного поля, щільності атомів.

Відомо, що у критичній області точки фазового переходу головну роль відіграють розмірність простору, число компонент спіну, симетрія гамільтоніана. У зв'язку з цим І.В. Вакарчуком спільно з І.Р. Юхновським та Ю.К. Рудавським було отримано представлення за допомогою функціонального інтеграла статистичної суми моделі Стенлі, яка описує критичну поведінку систем з багатокомпонентним виродженням параметром порядку. Спільно з І.Р. Юхновським та І.О. Вакарчуком методами функціонального інтегрування без застосування теорії збурень була побудована диференціальна форма наближе-



ного перетворення ренормалізаційної групи (РГ). Знайдені в явному вигляді рівняння РГ і система рівнянь для нерухомих точок і лінійного оператора РГ, спектр якого визначає критичний показник кореляційної довжини. Доведена універсальність спектра лінійного оператора РГ.

З появою у 60-х роках ХХ століття потужних джерел електромагнітного випромінювання актуальною виявилася задача про статистичні властивості системи атомів, частина з яких під впливом зовнішньої дії перебуває у збудженому електронному стані. Такі системи можуть розглядатись як квазірівноважні, оскільки, з одного боку, час життя збудженого електронного стану значно перевищує час установаження рівноваги за поступальними ступенями вільності, так, що система демонструє рівноважні властивості. З іншого боку, ці властивості зумовлені новими ефективними взаємодіями, що виникають у системі тотожних різнозбуджених атомів — резонансними взаємодіями, які можуть істотно впливати на термодинаміку такої системи. Детальне дослідження резонансних взаємодій у групах трьох, чотирьох і більше атомів, встановлення їх багаточастинкового характеру, вивчення їх залежності від просторової конфігурації атомів стало предметом досліджень, розпочатих І.Р. Юхновським, на початку 70-х років ХХ століття, разом з Р. Кадоб'янським, а згодом — з Р.Р. Левицьким і О.В. Держком. У їх працях була створена послідовна теорія статистичних властивостей частково збуджених систем. Проаналізовано зміст поняття частково збудженої системи у квантовій картині. Побудовано фазову діаграму частково збудженого газу. Це дало змогу пояснити вплив резонансного опромінення на фазовий перехід газ—рідина, що спостерігається експериментально. Глибоко вивчалися ефективні міжчастинкові резонансні взаємодії в групах тотожних різнозбуджених частинок. Було встановлено їх значну залежність від просторової конфігурації, зокрема показано, що вони мають багаточастинковий анізотропний характер. Це приводить, як впливало з розрахунків функцій розподілу та другого і третього віріальних коефіцієнтів, до істотних змін у термодинаміці частково збудженого газу. Дослідження віріального рівняння стану та побудова рівняння вандервальсового типу виявили, що присутність збуджених атомів навіть у незначній концентрації приводить до значного впливу на фазовий перехід рідина—газ, приводячи до змін у кривій співіснування та зростання критичної температури. Згодом ця теорія була поширена на двокомпонентні суміші газів з урахуванням дії зовнішнього електричного поля. Отримані результати мають значний інтерес у зв'язку з експериментальними дослідженнями впливу потужного резонансного опромінення, зокрема лазерного, на умови конденсації та фазовий перехід газ—рідина.

Численні експериментальні дослідження в галузі фізики твердого тіла, створення нових нетрадиційних матеріалів, відкриття високотемпературної надпровідності, а також потреби сучасного виробництва ставлять нові задачі перед сучасною статистичною фізикою. Невипадково від самого початку переходу на роботу в НАН України Ігор Рафаїлович приділяє значну увагу засто-

суванню комп'ютерних методів у статистичній фізиці. В інституті здійснюються прикладні дослідження в галузі комп'ютерних та інформаційних технологій; процесів, що відбуваються з лавоподібними паливовмісними матеріалами в об'єкті "Укриття" [35]; взаємодії ядерної магми з водою на Чорнобильській атомній електростанції, проблеми гетерогенного каталізу та паливних комірок; розробки оптичних елементів голографічних систем розпізнавання образів, процесів мембранної фільтрації. Діє потужний розрахунковий кластер, з 1992 р. розпочато науково-телекомунікаційну діяльність із застосуванням засобів мережі Інтернет, яку здійснює Науково-телекомунікаційний центр "Українська академічна і дослідницька мережа" (UARNet). Дослідженнями високогрупових розвинень для бінарних функцій іонно-молекулярних систем займається спеціаліст з обчислювальної математики В.С. Височанський.

Ігор Рафаїлович постійно контролює забезпечення обчислювальних можливостей очолюваного ним колективу. Згодом з ініціативи І.Р. Юхновського було укладено договір про співробітництво його колективу з німецьким Інститутом хімії товариства Макса Планка, що дає змогу науковцям ознайомитись із сучасними методами комп'ютерного моделювання. Так, Ігор Рафаїлович багато обговорював з нами та німецьким партнером К. Гайнцінгером методику комп'ютерного моделювання. Виникла ідея поєднання методу комп'ютерного моделювання із методом системи відліку. Згодом на цьому шляху було досягнуто значних успіхів у теорії діелектричних і зв'язаних з ними властивостей води та водних розчинів.

Таким чином, викладені вище наукові результати, особисті риси як людини та педагога, прагнення творити в колективі привели до формування навколо І.Р. Юхновського наукового колективу, який можна ідентифікувати як авторитетну наукову школу в галузі статистичної фізики. Ядро її складають члени-кореспонденти Національної академії наук України М.Ф. Головка та І.М. Мриггод; доктори наук І.О. Вакарчук, Ю.К. Рудавський, М.В. Ваврух, Р.Р. Левицький, М.П. Козловський, Л.Ф. Блажівський, З.О. Гурський, М.А. Кориневський, М.В. Токарчук, В.І. Третяк, Ю.В. Каложний, Ю.В. Головач, П.П. Костробій, Ю.В. Козицький, Р.М. Петрашко, Т.М. Брик, О.В. Держко, М.В. Шовгенюк, І.Р. Зачек; кандидати наук Г.І. Бігун, В.С. Височанський, П.А. Глушак, М. Габаші, О.Л. Іванків, І.М. Ідзик, В.О. Коломієць, С.С. Коцур, Т.Є. Крохмальський, І.Й. Куриляк, А.О. Некрот, О.В. Пацаган, О.М. Попель, О.О. Пізіо, П.М. Слободян, Є.М. Сов'як, С.І. Сороков, С.Р. Баран, О.Л. Гонопольський, О.Я. Сабан, А.В. Попов, М. Зеленчук, В.Є. Шпитко, Я.М. Льницький, І.В. Пилук, М.А. Шпот.

Як підкреслювала О.В. Пацаган, "стиль наукової роботи школи І.Р. Юхновського можна характеризувати так: вибрати дуже складну та актуальну проблему і здійснювати її дослідження систематично, починаючи з мікроскопічних взаємодій" \*.

## 6.2. *Формування та розвиток наукової школи статистичної фізики С.В. Пелетмінського*

Значний внесок у розвиток методів статистичної фізики необоротних процесів, що базуються на ідеї скороченого опису нерівноважних багаточастинкових систем, а також щодо застосування цих методів у галузі надплинності, надпровідності, теорії плазми, фізики магнітних і спінових явищ у твердих тілах належить академіку НАН України, заслуженому діячу науки і техніки України, лауреату державних та іменних премій України в галузі науки і техніки Сергію Володимировичу Пелетмінському. Велика частина його досліджень присвячена узагальненню рівняння Больцмана та обґрунтуванню сфери його застосувань. С.В. Пелетмінський вирішував проблеми нерівноважної ентропії, для цього узагальнив формулу Больцмана ентропії ідеального газу для газу взаємодіючих частинок. Ним вивчалися термодинамічні властивості релятивістського газу електронів, позитронів та фотонів, що дало змогу дослідити кінетику чорного випромінювання.

Науковий доробок Сергія Володимировича складає понад 250 наукових праць, у тому числі 5 монографій, серед яких три перекладено на англійську мову. "Яскравий талант фізика-теоретика, високі моральні якості та наукова принциповість створили йому заслужений авторитет і повагу серед колег та учнів", — писали про вченого академіки НАН України В.Г. Бар'яхтар, В.В. Єременко та В.Ф. Зеленський [36, с. 528].

"Характерна риса наукової діяльності С.В. Пелетмінського — прагнення до вирішення найбільш складних проблем теоретичної фізики, яке поєднується у нього із значною глибиною і ясністю у розумінні природи явища та широтою у застосуванні методів дослідження", — додає академік НАН України В.Є. Іванов [37].

"Ви, як і Ваш вчитель О.І. Ахієзер, фізик-теоретик — універсал. Ваші дослідження охоплюють майже всі розділи теоретичної фізики — квантову електродинаміку і квантову теорію поля, теорію явищ перенесення у твердих тілах, теорію магнетизму, теорію надплинності і надпровідності, узагальнення магнітної гідродинаміки на випадки пружних тіл і нейтронної матерії, теорію електронної плазми і теорію кварк-глюонної плазми, релятивістську космологію", — писали у вітальному адресі на честь 75-річного ювілею С.В. Пелетмінського колеги з Інституту фізики плазми Національного наукового центру "Харківський фізико-технічний інститут" \*.

Учень С.В. Пелетмінського член-кореспондент НАН України Е.Г. Петров пригадує: "Моя дипломна робота була присвячена з'ясуванню руху сингулярностей у гравітаційних полях сферичної симетрії. Тоді я вперше побачив, як Сергій Володимирович ставить задачу і як розв'язує її. Потім, вже навчаючись в аспірантурі під керівництвом С.В. Пелетмінського, я зрозумів, наскільки Сергій Володимирович заглиблюється у проблему, наскільки досконалим є його вміння проводити складні теоретичні розрахунки та наскільки широкий діапазон його наукових інтересів. Якщо моя дипломна робота була пов'язана з



Під час роботи над спільною монографією "Спінові хвилі". Академіки НАН України (зліва направо) Віктор Григорович Бар'яхтар, Олександр Ілліч Ахієзер та Сергій Володимирович Пелетмінський. Харків, 1967 р

гравітацією, то вже дисертаційна робота відносилась до зовсім іншої галузі фізики, фізики магнетизму твердих тіл \*.

"Якщо розглядати роботи Сергія Володимировича, то можна зазначити їх характерну особливість: вони написані, як говорять фізики, на основі перших принципів з чітко поставленою задачею та з формулюванням одержаних результатів, і це суттєві результати. Все це дозволяє вважати Сергія Володимировича послідовником М.М. Боголюбова в статистичній фізиці, теоріях надплинності і надпровідності. Підкреслюю, одним з найбільш талановитих продовжувачів його справи", — писав колега С.В. Пелетмінського член-кореспондент НАН України К.М. Степанов \*. Відзначаючи характерні риси С.В. Пелетмінського як вченого, К.М. Степанов продовжує: "Відповім на це запитання за пунктами: 1. Передусім, талант дослідника, дивовижна пробивна сила при роз'язанні конкретних задач. Ці якості дозволили йому одержати найважливіші наукові результати. 2. Широта наукових інтересів. Він з когорти фізиків-універсалів, які могли творчо працювати у багатьох галузях теоретичної фізики і одержувати там важливі результати, і яких, на жаль, з часом стає все менше. 3. Відданість своїй справі. Сергій Володимирович вважає теоретичну фізику найвищою з усіх наук, найефективнішою у пізнанні таємниць природи, і служіння їй — святою справою. 4. Дивовижна працездатність і дисциплінованість у всіх справах. 5. Скромність. Про силу його таланту говорять, може бути, такі фактори: він проводить теоретичну викладку (виведення формул для величин, що описують дане явище) майже зразу, начисто, не роблячи помилок; він може опанувати, зрозуміти, що зроблено, будь-яку теорфізичну працю; він має каліграфічний почерк — риса, притаманна, за думкою деяких,

талановитим людям. С.В.Пелетмінський протягом багатьох років читав курс квантової електродинаміки студентам 4-го курсу фізико-технічного факультету Харківського державного університету, дві перші пари по суботах, а наступні дві пари читав курс "Фізика плазми" і часто милувався довгими рівними формулами, написаними на дошці каліграфічним почерком С.В. На жаль, в останні роки почерк С.В. став більш мілким, але все одно виписані формули красиві. Сергій Володимирович вже рік не читає цей курс...

Розкажу про деякі епізоди його наукової біографії. Після закінчення 4-го курсу Сергій Володимирович підходить до мене і просить дати йому книгу Гайтлера "Теорія випромінювання", переклад з англійської, 1940 р. Це відомий підручник з квантової електродинаміки. Сам Сергій Володимирович вже прослухав курс квантової механіки, а на 5-му курсі мав прослухати курс квантової електродинаміки, який читав Л.Розенцвейг за рукописом тоді ще не виданої монографії О.І. Ахієзера та В.Б. Берестецького "Квантова електродинаміка". Через два місяці (пройшли липень та серпень 1952 року) він приносить мені взяту книгу. Я був здивований, що за цей час С.В. подолав річний курс, але він відповів, що все прочитав, та подякував за книгу. Досі не можу зрозуміти, коли він зміг подолати найскладніший за тих часів матеріал.

Сергій Володимирович являє собою приклад дисциплінованого працівника: кожний день рівно о 9-й ранку приходить на роботу, о 18-й годині чи пізніше закінчує свій робочий день. Так триває з 1956 року, більше ніж 50 років. Його співробітники намагаються наслідувати його. На роботі він робить усі викладки. В його кабінеті 4 чи 5 письмових столів, за якими працюють його співробітники. Я вважаю, що робота к одному кабінеті декількох співробітників погіршує робочу атмосферу, але всі багаторічні розмови з С.В. на цю тему ні до чого не привели. Сергій Володимирович за своєю суттю демократ і не бажає мати окремих кабінет" \*.

Учень С.В. Пелетмінського професор О.Й. Соколовський зазначав: "Сергій Володимирович підкоряє відданістю науці, працьовитістю. Протягом 37 років нашого знайомства він щодня працює у своїй робочій кімнаті в ХФТІ з 9 до 18 години (з перервою на обід). Велике враження справляє універсальність С.В. як теоретика, про що свідчать його наукові статті й монографії. У цьому аспекті він поступається хіба що О.І. Ахієзеру, і зараз фактично є головою харківської школи теоретичної фізики" \*.

С.В. Пелетмінський народився 14 лютого 1931 р. у селі Тьоткіно Курської обл. (Росія). У 1953 р. закінчив Харківський університет, після чого навчався в аспірантурі університету під керівництвом академіка О.І. Ахієзера. З 1957 р. він працює у Харківському фізико-технічному інституті, де входить до групи молодих талановитих теоретиків, яку О.І. Ахієзер сформував у 50-ті роки (В.Ф. Алексін, В.Г. Бар'яхтар, Д.В. Волков, К.М. Степанов, П.І. Фомін та інші). У цей час практично всі співробітники відділу О.І. Ахієзера займались теорією та розрахунками лінійних прискорювачів електронів і важких частинок. За словами К.М. Степанова, створення таких прискорювачів було однією з найваж-

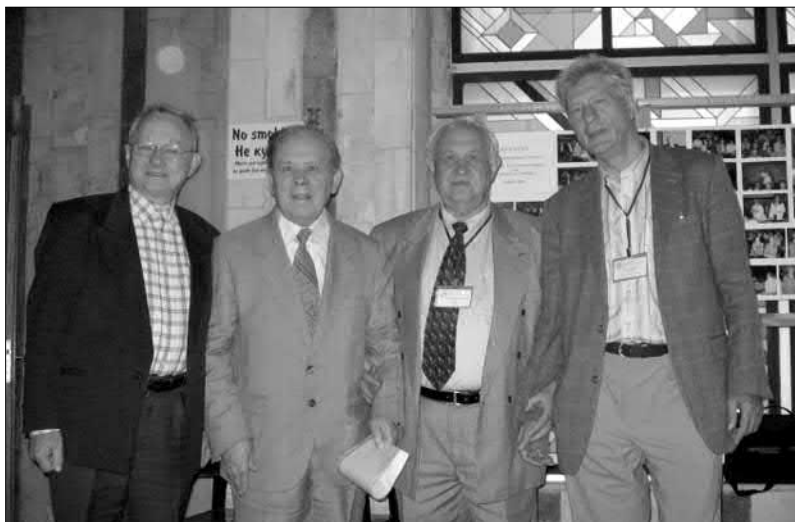


Вдома у О.І. Ахієзера. Академіки НАН України (зліва направо): Яків Борисович Файнберг, Олександр Ілліч Ахієзер, Віктор Григорович Бар'ятар, Сергій Володимирович Пелетмінський. 30 жовтня 1998 р.

лівіших задач, що були поставлені Фізико-технічному інституту керівництвом радянського атомного проекту. "Керівники теоретичних відділів О.І. Ахієзера та І.М. Ліфшиць вважали, що теоретики інституту повинні досліджувати проблеми, які стоять перед експериментаторами ФТІ АН СРСР, і проводили цю наукову політику ненастирливо, але досить твердо. Така політика була однією з суттєвих сторін наукової роботи теоретиків інституту. І сьогодні вона успішно проводиться в Інституті теоретичної фізики ім.О.І. Ахієзера Національного наукового центру "Харківський фізико-технічний інститут", — зазначав К.М. Степанов \*.

Спочатку Сергій Володимирович працював науковим співробітником відділу теоретичної фізики, у 1971—1988 рр. — завідувачем лабораторії, у 1989—1997 рр. — начальником теоретичного відділу, у 1997—2003 рр. — відділу квантової теорії поля і статистичної фізики. Після захисту кандидатської (1959 р.) та докторської (1966 р.) дисертацій стає професором (1969 р.), заслуженим діячем науки і техніки України (1998 р.), обирається членом-кореспондентом (1978 р.) та академіком НАН України (1990 р.). Про науковий авторитет С.В. Пелетмінського свідчить те, що його кандидатура була висунута в академіки НАН України Науково-технічною радою ХФТІ та особисто академіком М.М. Боголюбовим, підтримана вченими радами Радіоастрономічного інституту, Інституту фізики, Інституту ядерних досліджень НАН України, а також академіком І.Р. Юхновським [38].

Своїми враженнями про спільний початок життєвого та наукового шляху ділиться близький друг із студентських років, колега та співавтор праць С.В. Пе-



На конференції, присвяченій пам'яті Л.Д. Ландау. (Зліва направо: професор Володимир Васильович Ганн, академіки НАН України Сергій Володимирович Пелетмінський, Віктор Григорович Бар'яхтар, Олександр Степанович Бакай). Харків, 2004 р.



Вдома у С.В. Пелетмінського. Академік НАН України Сергій Володимирович Пелетмінський (зліва), його дружина Валентина Григорівна, академік НАН України Віктор Григорович Бар'яхтар. Харків, 2004 р.

летмінського академік НАН України В.Г. Бар'яхтар: "Ми із Сергієм Володимировичем Пелетмінським разом навчались. Познайомились ми у 1951 році. Нас одночасно перевели у Харківський університет, його з Воронізького університету, а мене з Ленінградського. Жили разом у гуртожитку на вулиці Артема, 49.

Сергій Володимирович ще у студентські роки виділявся серед нас своїми глибокими знаннями з фізики — квантової механіки, спеціальної та загальної теорії відносності. Його вирізняла глибина сприйняття, для нього дійсно не було проблем з математикою, яку він прекрасно схоплював і розумів. Це дуже глибока людина, і я радий, що доля мені дала можливість багато років співпрацювати з ним.

Ми разом поступили в аспірантуру. Олександр Ілліч Ахієзер поставив перед нами задачу про дослідження радіаційних явищ у квантовій електродинаміці. Ми проводили величезні обсяги розрахунків, просто колосальні, працювали, як правило, до дев'яти-десяти вечора кожен день. І к середині 1955 року здійснили дуже велику роботу. Це був дійсно натхненний час, коли ми з Сергієм Володимировичем багато працювали, обмірковували дуже багато ідей, і багато чому навчилися тоді, це було могутнє професійне зростання нас як теоретиків. Ми з Сергієм Володимировичем робили все разом тоді, і потім, і все життя. Це була дійсно надзвичайно дружня праця. Оскільки всі вчені досить честолюбні люди, то наша співпраця була занадто незвичайна, і це, безумовно, завдяки привабливості особистості Сергія Володимировича.

Заслугою Сергія Володимировича стало розуміння того, що до наших досліджень треба підходити, використовуючи методи М.М. Боголюбова. У 1961 році ми поїхали до М.М. Боголюбова у Дубну, там дві години доповідали йому. З тих часів у нас встановились дуже тісні творчі взаємини з Миколою Миколайовичем, який високо цінував Сергія Володимировича, особливо його праці з доведення існування ентропії у будь-якому порядку теорії збурень, з квантових рідин, а також монографію зі статистичної механіки, написану Ахієзером та Пелетмінським.

З праць Сергія Володимировича я б виділив, перш за все, дослідження надплинних електронних рідин, а також доведення зростання ентропії — видатні результати, без сумніву, світового класу, які мають загально-філософське значення. Вони важливі для вирішення проблеми переходу від впорядкованого руху до хаосу — однієї з центральних проблем сьогодні. Зростання ентропії є одним з методів, за яким можна прослідкувати, як із оборотної механіки виникають необоротні явища, формується стріла часу. Звичайно, в статистичній фізиці є інші напрями. Напряма, що розробляли московські математики, наприклад, Я.Г. Синай. Суттєві результати в галузі біології та кінетики в металах належать І.М. Ліфшицю. Сьогодні у Києві працює Е.А. Пашицький, у Харкові — І.О. Кулик та В.П. Галайко. Зараз "бум" у всьому світі — бозе-ейнштейнівська конденсація. Тут також є першокласні праці — В.М. Локтев, Г.А. Мелков. Це сучасна статистична фізика. На жаль, досі ніхто не зрозумів природу високо-температурної надпровідності, не вирішена проблема виникнення хаосу у ди-



намічних системах. Є дуже багато яскравих результатів, але мені приємно, що деякі з них належать особисто Сергію Володимировичу — моєму другові.

У Сергія Володимировича є дуже добра якість — він вмів обговорювати наукові проблеми, і приділяв цьому багато часу. Причому не тільки з теоретиками, а й з експериментаторами. Тому закономірно, що він став співавтором двох Державних премій. У нього багато блискучих учнів. Це виключно глибокий дослідник, математик екстракласу, він має сильну фізичну інтуїцію. Іноді він просто здогадувався. Одного разу ще у студентстві нам треба було знайти рівні нейтрона. Відомо, що у нейтрона є тільки один рівень зв'язаних станів. Де він розміщується: біля верхнього краю потенціальної ями або біля нижнього? Я вважав, що біля нижнього, а Сергій сказав, що біля верхнього, і виявився правим. Ми тоді ще не досконало знали ядерну фізику, але пам'ятаю, як він сказав: "Він же потім розвалиться. Так коли йому легше розвалитись: коли рівень на дні чи коли рівень на верхівці? Трохи додав енергії — і він розвалився!".

Сергій Володимирович — надзвичайна особистість. Це найкраща людина (після Ахієзера), з якою мені пощастило зустрітись у житті. Ми товаришували сім'ями, я добре знав його батьків та відвідував їх гостинний дім. Чудова мама, прекрасний батько — інженер, який працював на цукрових заводах та прищепив Сергію інтерес до вищої математики. Та й сам Сергій Володимирович — це та людина, з якою, коли поспілкуєшся, то починаєш вірити, що все ж таки, в світі існує справедливість, вірна багаторічна дружба, високі ідеали. І якщо слідувати цим ідеалам, то життя складеться так, як у Сергія Володимировича.

Він приваблює своїм розумом та любов'ю до науки, доброзичливим ставленням, але разом з тим і вимогливістю. Іноді доводиться чути, що Пелетмінський настільки добрий, що може подарувати свої результати. Однак він постійно вимагає відповідального ставлення до роботи, тому ледар чи людина, не віддана науці, не може вжитись поряд з ним. Хоч він не сварить, не кричить, проте вмів показати, з ким приємно працювати, а з ким — ні.

Починаючи з 1959 року, з того часу, коли нас залучив до педагогічної діяльності Олександр Ілліч, ми працювали на фізико-технічному факультеті Харківського університету. Сергій Володимирович лише минулого року за станом здоров'я відмовився від педагогічної діяльності. Це давало, безумовно, нам можливість відбирати кращих, я також, як Ю.О. Храмов, вважаю, що для створення школи необхідно поєднання науки та педагогічного процесу. І, звичайно, семінари. Тут Сергієм Володимировичем також була здійснена величезна робота. Семінари відбувалися раз на тиждень у Будинку вчених Харкова, часто закінчувалися спільним обідом, на якому продовжувалось обговорення науки" \*.

Семінари та наукові форуми, керовані С.В. Пелетмінським, стали надзвичайно авторитетними. Це, перш за все, семінар відділу статистичної фізики та квантової теорії поля, міський семінар з теоретичної фізики, який проводився до початку 90-х років у Будинку вчених Харкова, Міжнародна конференція "Сучасні проблеми статистичної фізики" (1991 р.), де С.В. Пелетмінський очо-



Академік НАН України Сергій Володимирович Пелетмінський дає інтерв'ю авторці монографії Аллі Степанівні Литвинко. Харків, травень 2007 р.

лював оргкомітет, Перша та Друга Міжнародні конференції "Квантова електродинаміка і статистична фізика" (2001, 2006 рр.), де він був замісником керівника Оргкомітету та членом Міжнародного консультативного комітету відповідно. С.В. Пелетмінський входив також у склад Оргкомітетів інших численних конференцій, присвячених різним проблемам статистичної фізики чи вибраним питанням інших галузей теоретичної фізики конденсованих середовищ, у дослідженні яких активно використовуються методи статистичної фізики.

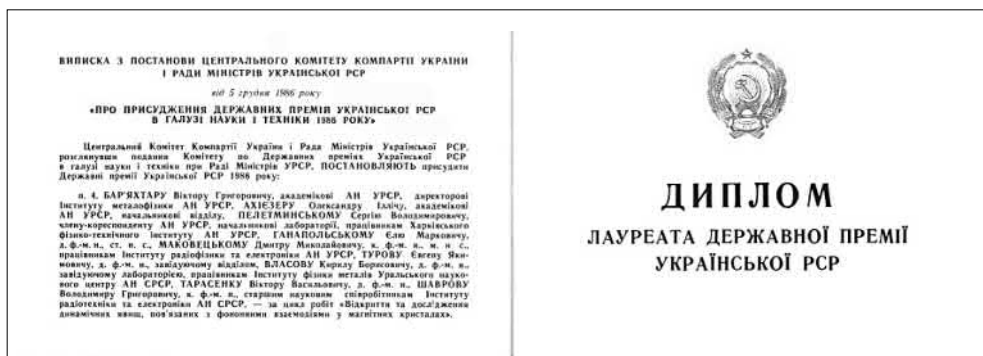
"Мені доводилося відвідувати Міжнародний симпозиум зі статистичної фізики (на початку 90-х років), який був організований С.В. Пелетмінським. Я повинен відзначити дуже могутній склад учасників та високий рівень представлених доповідей. Крім того, я виступав з доповідями на декількох наукових семінарах відділу, очолюваного С.В. Пелетмінським. Рівень питань, які ставилися, був надзвичайно високим, а атмосфера семінару характеризувалася найвищим ступенем доброзичливості", — писав Е.Г. Петров \*.

У період інтенсивного розвитку плазмових досліджень у 60-ті роки С.В. Пелетмінський спільно з В.Г. Бар'яхтаром та В.Ф. Алексініним під керівництвом О.І. Ахієзера звертаються до побудови теорії плазми. Їх праці були присвячені теорії радіаційних ефектів у процесах релаксації та перенесенню у плазмі, яка знаходиться у сильному магнітному полі, а також квантовим ефектам у електродинаміці релятивістської електрон-іонної та електрон-позитрон-фотонної плазми. Особливе місце серед цих досліджень належить спільній з О.І. Ахієзером праці 1960 р. "Застосування методів квантової теорії поля до досліджень

Диплом про присудження Премії ім.К.Д. Синеельникова НАН України В.Г. Бар'ятару, О.І. Ахієзеру, С.В. Пелетмінському. 1978 р.



Диплом про присудження Державної премії УРСР в галузі науки і техніки В.Г. Бар'ятару, О.І. Ахієзеру, С.В. Пелетмінському та іншим. 1986 р.



термодинамічних властивостей газу електронів та фотонів" [39]. Тут було запропоновано новий механізм релаксації електронів у плазмі, пов'язаний з процесами випромінювання та поглинання фотонів електронами в магнітному полі, а також вивчено інтеграл зіткнень електронів плазми, який враховує процеси випромінювання та поглинання фотонів. Цей механізм виявився визначальним для релаксації електронів і явищ перенесення в плазмі в області малих густин і високих температур, тому знайдений інтеграл зіткнень для гарячої плазми виявився суттєвішим, ніж звичайний інтеграл зіткнень Ландау. Важливо, що одержані результати були широко використані для досліджень релятивістської (електрон-позитронної) плазми, а у 80-ті роки ХХ століття виявилися актуальними щодо досліджень властивостей кварків та пошуків кварк-глюонної плазми. Характеризуючи цей цикл праць, К.М. Степанов писав: "Зупинюсь коротко на аналізі роботи О.І. Ахієзера, В.Ф. Алексіна, В.Г. Бар'ятара та С.В. Пелетмінського, а також двох наступних праць Сергія

Володимировича, у яких вони показали, що релаксація в електронному газі у сильному магнітному полі може здійснюватися завдяки обміну між електронами та магнітотормозними фотонами. У такій плазмі може виникнути електричний опір внаслідок поглинання (зштовхування) такого фотону з нерівностями поверхні камери. Цей ефект було використано Дж. Доусоном (J. Dowson) та П. Ко (P. Kaw) для підтримки струму рівноваги у токамаку. Роботу було продовжено С.В. Касиловим (ННЦ ХФТІ) та його колегою з Інституту теоретичної фізики технічного університету Граца (Австрія) В. Кернбихлером (W. Kernbichler), які знайшли "оптимальне" гофриування поверхні камери" \*.

Праці С.В. Пелетмінського з теорії магнетизму визначили сучасний рівень теорії кінетичних і релаксаційних явищ в магнітовпорядкованих кристалах. У 60-ті роки ХХ століття ним разом з О.І. Ахієзером та В.Г. Бар'яхтаром на основі розвинутого О.І. Ахієзером у 1946 р. уявлення про магнони як взаємодіючі спінові хвилі, вперше були виконані дослідження магнітопружних хвиль у феромагнетиках та антиферомагнетиках, побудована квантова теорія кінетичних, релаксаційних та височастотних процесів у феродіелектриках (1959 р.) і теорія зв'язаних магнітоакустичних хвиль [40, 41], а також у 1956 р. передбачено нове явище — магнітоакустичний резонанс [42]. Відкриття мало назву "Явище взаємодії гіперзвукових і магнітних (спінових) хвиль у феро-, фері- та антиферомагнетиках (магнітоакустичний резонанс)" та було зареєстровано в Реєстрі відкриттів СРСР у 1966 р. з пріоритетом відкриття 16 березня 1956 р. (диплом № 46).

У цей період В.Г. Бар'яхтаром та С.В. Пелетмінським було також розвинуто мікроскопічну квантово-механічну теорію термо-гальвано-магнітних явищ в металах та напівпровідниках на основі конкретної структури інтеграла зіткнень електронів з фононами; О.І. Ахієзером та С.В. Пелетмінським було поставлене та розв'язане питання про встановлення розподілу Планка для фотонів в середовищі [43].

Ці результати увійшли у монографію С.В. Пелетмінського, О.І. Ахієзера та В.Г. Бар'яхтара 1967 р. "Спінові хвилі" [44], вони були відзначені премією ім.К.Д. Синельникова НАН України за 1978 р. За цикл праць "Відкриття і дослідження динамічних явищ, пов'язаних з фононними взаємодіями в магнітних кристалах" С.В. Пелетмінському, В.Г. Бар'яхтару та О.І. Ахієзеру було присуджено Державну премію України в галузі науки і техніки за 1986 р.

У подальшому в 60—70-ті роки ХХ століття С.В. Пелетмінський виконав фундаментальний цикл робіт у галузі розбудови методології статистичної фізики. Ним було запропоновано метод опису кінетичних процесів, де завдяки певній структурі гамільтоніана стан в області великих часів характеризується певним набором параметрів, який визначається ергодичними співвідношеннями. Використовуючи метод сумування секулярних членів, Сергій Володимирович з'ясував фізичну і математичну причини можливості такого скороченого опису. В цих працях він розвиває та узагальнює метод М.М. Боголюбова скороченого опису нерівноважних процесів для широкого класу макроскопічних систем, використовуючи такі загальні принципи, як принцип просто-

рового послаблення кореляцій та ергодичні співвідношення. З цього приводу О.І. Ахієзер навіть говорив, що С.В. Пелетмінський в такій самій мірі є учнем М.М. Боголюбова, в якій і його учнем. О.І. Ахієзер писав: "Наукова спадщина М.М. Боголюбова величезна. Вона стосується багатьох галузей теоретичної фізики. І я можу гордитися тим, що розвиток досліджень у галузі статистичної фізики, пов'язаних з ім'ям Миколи Миколайовича Боголюбова, з великим успіхом продовжується в нашому інституті надзвичайно талановитим вченим, академіком Національної академії наук України Сергієм Володимировичем Пелетмінським, моїм найстаршим учнем і найближчим співробітником. Ми разом з С.В. Пелетмінським написали книгу "Методи статистичної фізики". У цій книзі ми відзначаємо значення видатних праць М.М. Боголюбова з отримання кінетичних рівнянь та основ статистичної фізики" \*.

"Наукове коріння Сергія Володимировича, різноманітність та широта тематики його досліджень закладені у школі його вчителя О.І. Ахієзера. Сам С.В. Пелетмінський завжди підкреслював свою приналежність до школи теоретичної фізики О.І. Ахієзера, ставився до Олександра Ілліча з глибокою повагою. Олександр Ілліч неодноразово говорив: "У мене три сини: Леся, Вітя та Сергій". Цими словами Олександра Ілліча висловлено його глибоку повагу до Сергія Володимировича і Віктора Григоровича, їх таланту, ставлення до науки та суспільних явищ", — писав з цього приводу К.М. Степанов \*.

У С.В. Пелетмінського були контакти також і з учнем М.М. Боголюбова С.В. Тябликовим, який одного разу в Дубні у кабінеті М.М. Боголюбова познайомив його та В.Г. Бар'яхтара, що також був учнем О.І. Ахієзера та однокурсником С.В. Пелетмінського, з Миколою Миколайовичем, і відтоді між ними встановились добрі робочі контакти. С.В. Пелетмінський не тільки значно розвинув ідеї Боголюбова в статистичній фізиці, а й ознайомив харківських теоретиків з цими ідеями. Він говорив, що монографія М.М. Боголюбова "Динамічна теорія в статистичній фізиці" захопила його, як художня література. Ще навчаючись в аспірантурі, він організував семінар за цією книгою \*.

Важливо, що при математичному обґрунтуванні методу скороченого опису С.В. Пелетмінським було з'ясовано вирішальну роль принципу просторового послаблення кореляцій між молекулами, а також ергодичних співвідношень для нерівноважного статистичного оператора [45—47]. Одержане рівняння Пелетмінського—Яценко для статистичного оператора стало значним досягненням нерівноважної статистичної фізики [48].

Оскільки макроскопічна система з великим ступенем точності є системою з нескінченно великим числом степенів вільності, то будь-який макроскопічний опис таких систем по суті може бути тільки скороченим. Причому за наявності малого параметра ідея скороченого опису може застосовуватися не тільки до станів статистичної рівноваги, а й до широкого класу нерівноважних станів [49]. Поклавши в основу розрахункової схеми добре розроблені квантово-польові методи, на базі запропонованого методу С.В. Пелетмінський побудував квантові кінетичні рівняння для нормальних та вироджених систем.

У тих випадках, коли характер взаємодій в системі не допускає кінетичного етапу еволюції, залишається можливим гідродинамічний етап (наприклад, при малих градієнтах фізичних величин). Для цього випадку С.В. Пелетмінський та В.Г. Бар'яхтар показали, що метод скороченого опису дає змогу одержувати рівняння гідродинаміки, а також інші макроскопічні рівняння, причому коефіцієнти перенесення виражаються в термінах рівноважних часових флуктуацій потоків фізичних величин [50, 51]. Даний метод знайшов застосування при зображенні гідродинамічного етапу еволюції надплинної рідини, теорії релаксації магнітного моменту у феродіелектриках, кінетики чорного випромінювання.

Ці результати стали важливими для фізики твердого тіла, а саме, для теорії явищ перенесення в металах у сильних магнітних полях, коли суттєвим є квантування руху електронів в магнітному полі. Слід зазначити, що в літературі висловлювався сумнів з приводу того, що принцип Онсагера та співвідношення Ейнштейна виконуються для скісних компонент кінетичних коефіцієнтів в умовах квантування руху електронів в магнітному полі. С.В. Пелетмінським було показано, що принцип симетрії кінетичних коефіцієнтів Онсагера, а також співвідношення Ейнштейна будуть виконуватись, якщо враховувати поверхневі діаманітні потоки заряду та енергії.

Розроблений метод скороченого опису, об'єднаний з іншим методом теорії багатьох частинок — методом функцій Гріна, дозволив знаходити асимптотичні представлення останніх в різних областях частот та хвильових векторів, де стандартні методи теорії збурень незастосовні. Так, С.В. Пелетмінським та В.С. Щолоковим було досліджено асимптотичні представлення електродинамічних функцій Гріна, а також одночасткових функцій Гріна вроджених бозе- та фермі-систем [52—54].

Кінетичні явища в феро- та антиферомагнетиках та нерівноважну матрицю густини вивчав з 1967 р. член-кореспондент НАН України Е.Г. Петров — один з перших учнів С.В. Пелетмінського [55]. Тепер ці дослідження у вигляді кінетичних рівнянь у стохастичних полях застосовуються ним для задачі молекулярної і біомолекулярної електроніки (протяжних молекул) [56].

Ідея скороченого опису нерівноважних станів дала змогу також дослідити питання побудови кінетичної теорії крупномасштабних флуктуацій та вирішити таку фундаментальну проблему статистичної механіки, як побудова нерівноважної крупноструктурної ентропії системи взаємодіючих частинок. Ця проблема залишалась нерозв'язаною з часу виникнення статистичної механіки. Тому праці С.В. Пелетмінського 1974—1978 років, де було вирішено це питання і знайдено загальний вираз для крупноструктурної ентропії, який узагальнив формулу Больцмана для ентропії ідеального газу, стали суттєвим внеском у світову статистичну фізику. С.В. Пелетмінським з учнями О.Й. Соколовським, Ю.В. Слюсаренком та В.І. Приходьком було знайдено універсальну структуру кінетичних рівнянь для флуктуацій, побудовано гідродинамічну теорію довгохвильових флуктуацій, а також досліджено степеневі закони релаксації системи до стану статистичної рівноваги.

С.В. Пелетмінському, Ю.П. Вірченко, О.Й. Соколовському та М.Ю. Ковалевському вдалося з'ясувати, у чому полягає різниця між мілкоструктурною ентропією (ентропія Неймана), та крупноструктурною ентропією, яка з часом зростає [57—59]. Виявилось, що мілкоструктурна ентропія для огрубленого статистичного оператора розбігається, і це пов'язане з переходом від точного до скороченого опису. Використовуючи відомі міркування Гіббса про структуру фазового простору в області великих часів, вчені побудували зростаючу з часом крупноструктурну ентропію, вільну від згаданих розбіжностей. Ними було показано, що побудована нерівноважна ентропія задовольняє всі фізичні вимоги, що ставляться до неї, тобто у стані рівноваги вона збігається з термодинамічною ентропією та реалізує її максимум, а також приводить до термодинамічних сил, які задовольняють основний принцип нерівноважної термодинаміки — принцип симетрії кінетичних коефіцієнтів. Було показано, що питання побудови крупноструктурної ентропії можна пов'язати з визначенням добутків узагальнених функцій із збіжними особливостями (регуляризація).

Інший важливий напрям, який розроблявся у працях Сергія Володимировича та його учнів (Н.М. Лавриненко, О.Й. Соколовський, Ю.В. Слюсаренко, В.І. Приходько та О.М. Тарасов), був пов'язаний з побудовою теорії систем із спонтанно порушеною симетрією, дослідженням асимптотичної поведінки функцій Гріна таких систем та поширенням цих результатів на квантово-механічні системи, з використанням концепції квазісередніх. До таких систем належать, наприклад, надплинні рідини та надпровідники, ферромагнетики, квантові кристали, спіральні магнітні структури. У 1986 р. за цикл робіт з теорії систем зі спонтанно порушеною симетрією С.В. Пелетмінському спільно з П.М. Боголюбовим та І.Р. Юхновським було присуджено премію імені М.М. Крилова НАН України.

У 80—90-х роках ХХ століття у працях С.В. Пелетмінського та його учнів О.О. Яценка, В.В. Красильникова та О.О. Ісаєва на основі запропонованої Л.Д. Ландау концепції фермі-рідини одержала розвиток теорія фермі-рідини та було побудовано узагальнений фермі-рідинний підхід для надплинних систем [60—63]. На базі знайденого вченими простого виразу для ентропії нерівноважного газу елементарних збуджень, було побудовано просте рівняння самоузгодження для визначення рівноважних нормальної та аномальної функцій розподілу. Це рівняння не передбачає слабку взаємодію між частинками. Була також побудована напівфеноменологічна теорія надплинних систем синглетним та триплетним паруванням та розвинута кінетична та гідродинамічна теорія довгих (макроскопічних) нерівноважних флуктуацій. Знайдено універсальну структуру кінетичних рівнянь для флуктуацій, на основі якої було побудовано гідродинамічну теорію флуктуацій; одержані рівняння флуктуаційної гідродинаміки та досліджено степеневі закони релаксації. Вивчено явища надплинності та надпровідності при наявності зв'язаних станів ферміонів, які існують вище за точку переходу (О.І. Ахієзер, С.В. Пелетмінський,

О.О. Яценко), запропоновано підхід до побудови гідродинаміки надплинної рідини з урахуванням дисипативних процесів. Таким чином, створена теорія є узагальненням, з одного боку, звичайної теорії фермі-рідини Ландау—Силіна на надплинні системи (включаючи  $He^3$ ), а з іншого боку — теорії БКШ—Боголюбова на системи, в яких не передбачається слабка взаємодія.

За ініціативи О.І. Ахієзера ці методи було також застосовано С.В. Пелетмінським з учнями для дослідження фазових переходів в ядерній матерії. Ці праці становлять перспективний напрям на межі ядерної фізики, статистичної фізики, астрофізики та спрямовані на дослідження фізичних процесів в нейтронних зорях (пульсарах). За цикл робіт "Кінетичні явища в квантових рідинах і кристалах" академіку С.В. Пелетмінському з групою вчених було присуджено Державну премію України в галузі науки і техніки за 1996 р. У 2002 р. разом з Л.А. Пастуром та В.Г. Кадишевським він був нагороджений премією ім.М.М. Боголюбова НАН України за цикл праць "Теорія поля та теорія неупорядкованих систем". Останнім часом С.В. Пелетмінський розробляє теорію періодичного бозе-конденсату [64].

Дослідження С.В. Пелетмінського та його учнів щодо загальних методів статистичної механіки та їх застосувань до фермі- та бозе-систем увійшли у монографію 1977 р. О.І. Ахієзера та С.В. Пелетмінського "Методи статистичної фізики" [65].

Займаючись статистичною фізикою, велику увагу Сергій Володимирович приділяв також застосуванням методів квантової теорії поля та теорії елементарних частинок. У 80—90-х роках ХХ століття С.В. Пелетмінським та О.І. Ахієзером були написані дві великі монографії з квантової теорії поля, які відображають останні досягнення в цих галузях теоретичної фізики, пов'язані з поєднанням слабкої, електромагнітної та сильної взаємодій, відкриттям кварків, введенням суперсиметрії [66, 67].

Водночас з інтенсивним науковим пошуком Сергій Володимирович віддає багато сил і часу підготовці нових кадрів. Викладати у Харківському університеті він почав ще у 1956 р., будучи аспірантом. Більше 40 років він як професор кафедри теоретичної ядерної фізики, читає студентам фізико-технічного факультету лекції з квантової електродинаміки, фізичної кінетики, а також спецкурс "Додаткові розділи квантової статистики". Його лекції завжди вирізняються ясністю та глибиною викладення.

Сергій Володимирович багато зробив для становлення цього факультету, є членом спеціалізованої вченої ради з захисту кандидатських і докторських дисертацій при факультеті, входить в редакційну колегію "Вісника Харківського національного університету" (серія фізична, "Ядра, частинки, поля"). Він є членом вчених рад Фізико-технічного інституту та Інституту монокристалів, тривалий час керував філософським семінаром Фізико-технічного інституту.

За словами Е.Г. Петрова, С.В. Пелетмінського як наукового лідера і людину характеризує "глибока порядність, відданість науці, ретельність та акуратність у виконанні досліджень, фундаментальність у підході до вирішення





Національний науковий центр "Харківський фізико-технічний інститут", де у 60—70-х роках ХХ століття сформувалась наукова школа статистичної фізики С.В. Пелетмінського



Академік НАН України Сергій Володимирович Пелетмінський (в центрі) з учнями на фізико-технічному факультеті Харківського університету з нагоди святкування свого 50-річного ювілею у 1981 р. (Зліва направо: перший ряд: С.В. Пелетмінський, Н.М. Лавриненко; другий ряд: Е.А. Іванченко, В.Д. Цуканов, М.Ю. Ковалевський, В.В. Красильников, Ю.П. Вірченко, М.В. Ласкін, В.І. Приходько; III ряд: А.А. Водяницький, О.М. Тарасов, О.О. Яценко, С.М. Плохов, Ю.В. Слюсаренко)

проблеми, дуже інтелігентне, делікатне та рівне поводження з учнями, відсутність снобізму" \*.

В.В. Красильников зазначає, що "С.В. Пелетмінський надзвичайно вимогливий до себе як вчений, має значно розвинену наукову інтуїцію та титанічну працездатність. Як вчителю йому немає рівних. Він прекрасний педагог, пояснює ясно, чітко та дохідливо, завжди показує особистим прикладом, як треба боротися за правильність наукового результату. Характер спілкування С.В. Пелетмінського зі своїми учнями дуже м'який та простий. Учням завжди приємно спілкуватись з С.В., оскільки він завжди знає, як вийти з "глухого кута". При цьому він ніколи не натякає і не підкреслює, який він великий вчений чи "великий начальник". Він завжди рівний зі своїми учнями" \*.

"Видатний вчений світового рівня, С.В. Пелетмінський — інтелігентна, виключно добра та терпелива людина, в принципових питаннях — не визнає компромісів. Завжди готовий щедро ділитися ідеями та знаннями як з учнями, так і з колегами. Головна риса як вченого — безмірна любов до науки та інтерес практично до всіх галузей фізики, вимогливість до рівня наукових результатів та математичної точності їх одержання. С.В. Пелетмінський щиро любить своїх учнів, піклується про них. Відносно науки — вимогливий вчитель та колега, завжди готовий поділитися у разі необхідності порадою чи ідеями. Йому дійсно цікаво спілкуватися з учнями. Він завжди працює сам навіть із наймолодшими серед своїх учнів, початківцями. Завжди вимагає від них багато працювати, щоб підтвердити зростання свого наукового рівня (захист дисертацій та одержання наукових звань)", — таким бачить свого вчителя Ю.В. Слюсаренко \*.

"Як вчителя С.В. Пелетмінського вирізняє доступність та простота у спілкуванні, доброзичливість і прагнення допомогти і навчити, особливо молодих учнів, які починали свою наукову роботу під його керівництвом. Разом з тим, він усіяко вітає та заохочує потяг до самостійності у дослідницькій роботі, але при цьому з незмінною вимогливістю до досить високого рівня теоретичних методів, використаних у роботі. Результуючі формули мають бути досить красиві з математичної точки зору, і в цьому, як правило, запорука їх справедливості. Як вченого, С.В. Пелетмінського виділяє також принциповість у наукових питаннях. Він охоче консультує з різних питань теоретичної фізики всіх, хто звертається до нього за порадою. Щодо стиля роботи С.В. Пелетмінського як вченого слід відзначити такі його риси, як широта наукових інтересів, вміння чітко сформулювати задачу наукового дослідження та математично красиво її роз'язати. Для нього характерна самодисципліна, його ставлення до роботи може слугувати прикладом не тільки для учнів, а й для інших співробітників", — згадував О.М. Тарасов \*.

"Сергій Володимирович, залучаючи співробітників до спільної роботи (молодих, або тих, хто має досвід роботи), має приблизний план постановки задачі, вибору вихідних рівнянь та методів їх аналізу, всю головну частину досліджень виконує сам. Службові стосунки зі співробітниками рівні, товариські. Дуже делікатний: не може зробити зауваження співробітнику, навіть у

тих випадках, коли той його заслугоує. Своїм прикладом показує, як повинна виконуватись робота фізика-теоретика", — згадував К.М. Степанов \*.

Висвітлені риси особистості С.В. Пелетмінського викликають повагу, навіть захоплення у його учнів. "Ми, учні, розуміли, скільки знань, вміння, сил він нам віддає. Ми намагались йому у всьому слідувати, і перш за все у відповідальності за одержаний науковий результат. Ми обожнювали його. Ми любили і любимо його і зараз, хоча доля розкидала нас по білому світу", — писав В.В. Красильников \*.

Плідна наукова та педагогічна діяльність, скромність і сердечність у спілкуванні дали змогу С.В. Пелетмінському створити відому в світі школу зі статистичної фізики. Серед його учнів 12 докторів та 7 кандидатів наук. Це члени-кореспонденти НАНУ Е.Г. Петров, Ю.В. Слюсаренко, та доктори наук О.О. Яценко, В.І. Приходько, Ю.П. Вірченко, О.Й. Соколовський, М.Ю. Ковалевський, Н.М. Лавриненко, В.В. Красильников, М.В. Ласкін, О.О. Ісаєв, Д.Д. Цхакая, кандидати наук В.Д. Цуканов, О.М. Тарасов, В.С. Шолоков, С.С. Плохов, Е.А. Іванченко, В.П. Скрипник, А.А. Рожков.

Характерними рисами наукової школи академіка С.В. Пелетмінського є "широкий спектр фізичних проблем: фізика конденсованого стану речовини, ядерна фізика, магнетизм, надпровідність. Роботам притаманний фундаментальний характер, використовуються найсучасніші методи досліджень, запозичені як з квантової теорії поля, так із статистичної фізики", — писав Е.Г. Петров \*. Ю.В. Слюсаренко так характеризує стиль цього неформального творчого колективу: "Вимогливість до строгості своїх досліджень та досліджень колег, високий рівень наукових результатів, акуратність та точність формулювань вихідних положень та результатів, їх математична вишуканість та завершеність. Високі вимоги до робіт, що друкуються, до постійної апробації результатів шляхом їх публікації у фахових наукових журналах та доповідей на авторитетних вітчизняних та закордонних наукових форумах. Доброзичливість і товариський дух у колективі, взаємодопомога" \*.

"Особливості досліджень у науковій школі С.В. Пелетмінського полягають у наступному: найвищій математичний рівень, фундаментальність підходу до вирішення теоретичних проблем, відповідальність за одержаний результат, актуальність задач, які розглядаються. Щодо стилю та методів досліджень, то тут відмічається, перш за все, висока ерудиція вченого у своїй галузі, володіння багатством палітри математичних та теорфізичних методів, принципів своєї позиції", — додає В.В. Красильников \*.

"Дослідження Сергія Володимировича та його учнів характеризують чітка постановка задачі, використання основних рівнянь та методів їх розв'язання у якомога більш загальному вигляді (вибір малих параметрів, граничних асимптотичних розв'язків, розгляд розв'язків у окремих випадках)", — зазначав К.М. Степанов \*.

О.М. Тарасов підкреслює, що "С.В. Пелетмінського та більшу частину представників його наукової школи в галузі статистичної фізики вирізняє

прагнення одержувати загальні результати, які мають, як правило, фундаментальний характер, на основі загальних методів статистичної фізики і квантової теорії поля з використанням аналітичних математичних методів. Протягом приблизно останніх 15 років, після того, як у нас з'явилась можливість користуватися персональними комп'ютерами, водночас з цими методами все більш активно та частіше стали використовувати і розрахункові можливості комп'ютерів (особливо більш молоді представники школи Сергія Володимировича).

При цьому сам С.В. Пелетмінський віддає перевагу аналітичним математичним розрахункам у стилі академіка М.М. Боголюбова, оскільки відносить себе та своїх найближчих учнів до числа послідовників і певною мірою продовжувачів справи М.М. Боголюбова в галузі статистичної фізики, привносячи та розвиваючи також свої методи дослідження" \*.

О.Й. Соколовський так писав про свого вчителя: "У Сергії Володимировичі приваблюють відданість науці, працелюбність. Протягом 37 років нашого знайомства він кожний день працює в своїй робочій кімнаті у ХФТІ з 9.00 до 18.00 (з перервою на обід). Глибоке враження справляє універсальність Сергія Володимировича як теоретика, краса листків з його розрахунками, про що свідчать його наукові статті і монографії. В цьому аспекті він поступається хіба що О.І. Ахієзеру і зараз фактично очолює харківську школу теоретичної фізики.

Сергій Володимирович — чудовий учитель. Він мудро, крок за кроком, веде молодого вченого до розуміння складних речей і вирішення наукової проблеми. Йому притаманна делікатність, яка майстерно поєднується з твердим відстоюванням своїх переконань, чіткість думок та винахідливість. Сергій Володимирович дуже простий у спілкуванні, з ним не відчуваєш дистанції, а тільки позитивні емоції від того, що зрештою все так просто" \*.

Уважне ставлення Сергія Володимировича до всіх учнів сприяло тому, що в колективі природним чином відбувалося наукове зростання молодих учених. Е.Г. Петров розповідав так: "Знайомство відбулося у 1963 році, коли я, будучи студентом Воронізького державного університету, приїхав проходити курсову практику в теоретичному відділі ХФТІ АН УРСР. Потім у 1964 р. курсова практика перейшла в дипломну. Після вступу до аспірантури ХФТІ тему дисертації мені запропонував С.В. Пелетмінський уже як керівник" \*.

Так, наукові результати члена-кореспондента НАН України Е.Г. Петрова стосуються статистичної фізики, молекулярної електроніки, біофізики, магнетизму. Ним розвинуто теорію магнітних екситонів для неколінеарних магнітовпорядкованих кристалів, що дозволило пояснити спектральні властивості антиферромагнетиків у сильних магнітних полях [55, 68, 69]. Великий цикл його праць присвячений також дослідженню кінетики транспорту електронів у низькорозмірних молекулярних сполуках, зокрема, біологічного походження. Тут для одержання кінетичних рівнянь, які описують пружні та непружні шляхи транспорту електронів, були використані ідеї С.В. Пелетмінського із застосуванням методу нерівноважної матриці

Член-кореспондент НАН України Е.Г. Петров, завідувач відділу квантової теорії молекул та кристалів інституту теоретичної фізики НАН України — учень С.В. Пелетмінського

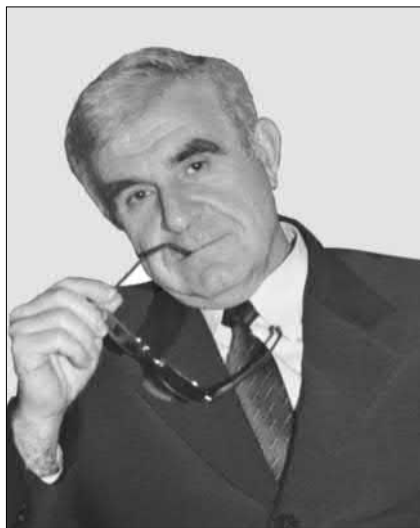


густини. В результаті Е.Г. Петровим було розроблено донор-акцепторну модель перенесення електронів у білкових сполуках, що дозволило зрозуміти механізм дистанційного трансмембранного електронного руху, фізику розділення зарядів на первинних стадіях фотосинтезу, а також кооперативність окиснювально-відновлювальних реакцій у ферментах. Ці роботи було узагальнено у побудові кінетичного підходу до опису транспорту зарядів через молекули, в рамках якого виявлено важливу регуляторну роль стрибкових процесів у тунелюванні електронів та дірок при резонансному режимі трансмісії зарядів [70]. Е.Г. Петров постійно підтримує контакти з С.В. Пелетмінським, хоча одразу після закінчення аспірантури почав працювати в Інституті теоретичної фізики НАН України, де зараз керує відділом. Наприклад, вони працювали за спільними темами "Фундаментальні дослідження зі статистичної фізики нерівноважних процесів" (проект ДКНТ № 2/151, 1992—1993 рр.), та "Фундаментальні проблеми нерівноважних процесів в конденсованих середовищах" (проект ГКНТ № 2.3/657, 1994—1995 рр.).

Професор Ю.В. Слюсаренко також відбувся як науковець завдяки безпосередньому спілкуванню з С.В. Пелетмінським із студентських років. Він слухав його лекції з квантової електродинаміки та статистичної фізики на 4 курсі фізико-технічного факультету Харківського університету, підготував під його керівництвом три курсові і одну дипломну роботу, навчався в аспірантурі університету у Сергія Володимировича, захистив кандидатську та докторську дисертації.

Пізніше Ю.В. Слюсаренко проводив спільні наукові дослідження з С.В. Пелетмінським на кафедрі теоретичної ядерної фізики Харківського університету та у теоретичному відділі ХФТІ, і став наступником Сергія Володимировича у керівництві теоретичним відділом та співвиконавцем дослідних програм, зокрема, розділу "Теоретичні дослідження з проблем статистичної механіки конденсованих систем і теорії поля" у програмі "Атомна наука і техніка" для ННЦ ХФТІ (1996—2005).

Ю.В. Слюсаренку належить узагальнення методу скороченого опису на випадок систем з нерівноважними крупномасштабними флуктуаціями, а також систем зі спонтанно порушеною симетрією (кристалічні структури, феро- та антиферомагнетики, магнітоакустичні системи). Зокрема, ним побудовано



Член-кореспондент НАН України Ю.В. Слюсаренко — наступник С.В. Пелетмінського на посаді завідувача відділу квантової теорії поля і статистичної фізики Національного наукового центру "Харківський фізико-технічний інститут"

загальну макроскопічну теорію довгохвильових флуктуацій та розглянуто її застосування в теорії турбулентності (Ю.В. Слюсаренко, С.В. Пелетмінський), виконано піонерську роботу з дослідження бозе-ейнштейнівської конденсації частинок з цілим спіном у зовнішньому магнітному полі (Ю.В. Слюсаренко, С.В. Пелетмінський, О.І. Ахієзер), за допомогою методу квазі-середніх доведено існування просторово-періодичних станів бозе-ейнштейнівського конденсату, передбачено ряд нетрадиційних

фазових переходів у нормальних фермі-рідинах та відкрито ефект появи у системі ферміонів спонтанної швидкості внаслідок нетрадиційного фазового переходу (аналог ефекту Ейнштейна—де Гааза) (Ю.В. Слюсаренко, С.В. Пелетмінський, О.С. Пелет-мінський), вивчено адсорбційно-десорбційну рівновагу на поверхні металів, що знаходяться у розрідженій атмосфері кисню в умовах бомбардування поверхні іонним пучком, розв'язано задачу про залежність виходу вторинних токів від току первинного пучка, а також задачу про вплив зовнішнього електричного поля на енергетичний спектр вторинних іонів, розроблено модель опису початкової стадії та еволюції тонкоплівкових покриттів в умовах бомбардування поверхні важкими іонами та встановлені умови формування зародків у вигляді сферичних куполів [71—75].

"У нас і досі є спільні наукові інтереси, наукове співробітництво, спільні публікації. Я продовжую розробляти ідеї С.В. Пелетмінського, працюючи як у співавторстві з ним, так і самостійно, зокрема, з точки зору їх застосувань у суміжних галузях фізики. Наприклад, в галузі фізики поверхні та взаємодії з поверхнею заряджених частинок", — писав Ю.В. Слюсаренко \*.

Один з учнів С.В. Пелетмінського — це відомий фахівець у галузі необоротних процесів у матеріалознавстві професор В.В. Красильников. Він розвинув кінетичну теорію електронних систем з парамагнітними домішками, в якій обчислено кінетичні коефіцієнти, зокрема, аномальну поведінку електропровідності внаслідок інтерференції електрон-домішкової та кулонівської взаємодій, описано спінові хвилі. Вивчив вплив непрямого обміну магнітних домішок на спінові хвилі у електронній фермі-рідині, розглянув особливості низькочастотної електропровідності в області низьких температур, розвинув теорію електронної фермі-рідини з парамагнітними домішками, фермі-рідинну теорію двофазних надпровідників, яка застосовується у високотемпера-

турній надпровідності. Показав можливість фазових переходів першого роду у моделі надплинної фермі-рідини та побудував феноменологічну фермі-рідинну теорію важкоферміонних сполук.

В.В. Красильников так згадував про початок свого наукового шляху: "З С.В. Пелетмінським моє знайомство відбулось у Харківському фізико-технічному інституті в 1968 р. В той час я займався теоретичною ядерною фізикою, тобто працював у галузі, доволі далекій від інтересів Сергія Володимировича. Про С.В. Пелетмінського я вже чув на той час як про талановитого молодого вченого, який вивчає нерівноважну статистичну фізику. Обставини сприяли моєму знайомству з С.В., оскільки я взяв, що ми працюємо з ним у сусідніх кімнатах одного й того ж будинку. Невдовзі магнетизм вченого та особистості "затягнули" мене в лабораторію С.В., і я почав працювати під його керівництвом у галузі кінетичної теорії електрон-домішкових систем. Моя робота під керівництвом С.В. Пелетмінського тривала близько 30 років і обумовила вибір теорії необоротних процесів у статистичній фізиці як вузької спеціалізації та теми дисертації "Фермі-рідинний підхід до опису термодинамічних та кінетичних процесів у конденсованих середовищах".

За час спільної праці я весь час постійно вчився у Сергія Володимировича, відвідував його лекції в Харківському університеті, брав участь у всіх семінарах, на яких він виступав з доповідями, наприклад, у міському семінарі у Будинку вчених, який проходив під керівництвом Сергія Володимировича, а також у Міжнародній конференції зі статистичної фізики в ХФТІ в 1991 році, яку проводив Оргкомітет на чолі з академіком С.В. Пелетмінським. Захистив кандидатську і докторську дисертацію при його активній підтримці. У багатьох моїх наукових працях керівництво С.В. Пелетмінського втілювалось передусім в актуальній постановці даної конкретної задачі, і, звичайно, у досягненні теоретичного результату високої значущості. Сьогодні я працюю в іншій галузі фізики, а саме, в галузі матеріалознавства, проте знання та навички, набуті під час роботи з С.В. Пелетмінським, мені дуже допомагають" \*.

Представником молодшого покоління учнів С.В. Пелетмінського є старший науковий співробітник відділу статистичної фізики та квантової теорії поля харківського фізико-технічного інституту кандидат фізико-математичних наук О.М. Тарасов. Галузь його наукової спеціалізації — рівноважна та нерівноважна механіка квантових багаточастинкових систем зі спонтанно порушеними симетріями, перш за все, надплинних бозе- та фермі-рідин (як з синглетним, так і з триплетним за спіном паруванням ферміонів), а також магнітних систем. О.М. Тарасов вивчав  $^4\text{He}$  та системи квазічастинок з довільним законом дисперсій у конденсованих середовищах як бозе-системи, як фермі-рідини з триплетним паруванням — низькотемпературні надплинні фази рідкого  $^3\text{He}$  в магнітному полі, а також фази надгустої нейтронної рідини, що існує усередині нейтронних зір, які виявляють властивості надплинності нуклонів та мають сильне магнітне поле [76, 77].

Так, ним було виведено кінетичні рівняння для частинок низьких енергій (нейтронів та заряджених частинок), які взаємодіють з колективними збудженнями у конденсованих середовищах. У межах мікроскопічного підходу на основі методу квазісередніх та методу скороченого опису нерівноважних процесів було запропоновано виведення термодинамічних співвідношень та рівнянь гідродинаміки для надплинних бозе-систем, таких як  $^4\text{He}$ , для систем квазічастинок, підпорядкованих довільному закону дисперсії у різних конденсованих середовищах та для релятивістських надплинних бозе-рідин, а також для надплинних фермі-систем із синглетним типом куперівського парування. Для цих же систем було знайдено загальний вигляд низькочастотних асимптотик запізнювальних функцій Гріна (що описують відгук системи на зовнішнє збурення), що побудовані з довільних квазілокальних операторів. Для низькотемпературних надплинних фаз рідкого гелію  $^3\text{He}$ , у яких відбувається триплетне куперівське парування атомів  $^3\text{He}$ , побудовані рівняння гідродинаміки на основі методу квазісередніх та методу скороченого опису нерівноважних процесів. У цьому ж підході одержані рівняння "гідродинаміки" також для багатопідґраткових магнетиків.

Використовуючи загальний фермі-рідинний підхід, О.М. Тарасов для надплинних фаз  $^3\text{He}$  при температурах, близьких до температури переходу з нормального у надплинний стан, вивів рівняння Гінзбурга—Ландау з урахуванням зовнішнього магнітного поля та течії гелію-3. Одержав також загальні вирази для функцій розподілу квазічастинок у надплинних фазах фермі-рідини з триплетним за спином паруванням при наявності досить сильного магнітного поля та течії рідини. Ці вирази дозволили одержати термодинамічні функції таких фермі-рідин, як надплинні фази гелію-3, а також надплинні фази у густій нейтронній матерії, яка існує всередині сильно намагнічених нейтронних зір. Зокрема, одержані аналітичні вирази для температур фазового переходу цих фермі-рідин з нормального стану у різні надплинні фази з триплетним за спіном паруванням у магнітному полі, а також вирази для щільності в енергетичному спектрі квазічастинок у надплинних фазах. Ці надплинні фермі-рідини виявляють цікаві магнітні властивості і тому були одержані вирази також для їх магнітної сприйнятливості.

Шлях О.М. Тарасова в науку був типовим для представників школи С.В. Пелетмінського завдяки плідній педагогічній праці Сергія Володимировича. "Познайомились ми із Сергієм Володимировичем у вересні 1976 року. Тоді я був студентом четвертого курсу Фізико-технічного факультету Харківського університету і навчався на кафедрі теоретичної ядерної фізики. С.В. Пелетмінський читав нам курс квантової електродинаміки. У той же період часу необхідно було виконати курсову наукову роботу, і я звернувся до Сергія Володимировича з проханням бути моїм науковим керівником. Він погодився і запропонував мені цікаву тему з нелінійної скалярної електродинаміки. Через рік, вже на 5 курсі, після того, як нам прочитали курс лекцій зі статистичної фізики, я вирішив, що буду спеціалізуватися саме в галузі статистичної фізи-



ки і попросив Сергія Володимировича допомогти мені вибрати тему для наукової роботи в цій галузі теоретичної фізики. Була виконана спочатку курсова, а потім дипломна робота зі статистичної фізики під керівництвом С.В. Пелетмінського. З 1979 р. я почав працювати в Харківському фізико-технічному інституті у теоретичному відділі О.І. Ахієзера, в лабораторії, якою керував Сергій Володимирович", — пригадував О.М. Тарасов \*.

Учень С.В. Пелетмінського доктор фізико-математичних наук О.Й. Соколовський у 1971 р. закінчив кафедру теоретичної фізики фізичного факультету Дніпропетровського національного університету, за рекомендацією завідувача кафедри В.С. Ваняшина був відряджений до Харківського фізико-технічного інституту, де підготував дипломну роботу, у 1971—1974 рр. навчався в аспірантурі, у 1989—1992 рр. — докторантурі при кафедрі теоретичної ядерної фізики фізико-технічного факультету Харківського університету під керівництвом С.В. Пелетмінського.

Спільно з С.В. Пелетмінським учений розробив новий підхід до побудови нерівноважної ентропії, запропонував формули для операторів потоків та мікроскопічну теорію для обчислення потоків у рівноважній надплинній рідині (1974 р.); узагальнив теорію бозе-конденсації Гроса—Питаєвського на випадок наявності квазічастинок та принцип симетрії кінетичних коефіцієнтів Онсагера (з М.Ю. Ковалевським, 1977 р.). Побудував мікроскопічну гідродинаміку надплинної бозе-рідини (з М.Ю. Ковалевським, Н.М. Лавриненко та В.С. Щолоковим, 1974—1982 рр.), теорію броунівського руху в нерівноважному середовищі (1977—1982 рр.), гідродинаміку гранульованої системи з непружних куль (1985—1986 рр.), дав проєкційне формулювання методу скороченого опису нерівноважних станів (і з'ясував його зв'язок з дослідженнями І.Р. Пригожина) (1986—1998 рр.); концепцію згладжених довгохвильових флуктуацій та флуктуаційну гідродинаміку (з С.В. Пелетмінським, 1991—1992 рр.). Винайшов розв'язок проблеми Боголюбова—Греда для флуктуаційної гідродинаміки та узагальнення теорії взаємодіючих мод (з С.В. Пелетмінським, 1991—2006 рр.). Запропонував флуктуаційну електродинаміку в рівноважному та гідродинамічному середовищах (2001—2005 рр.); концепцію хвиль кореляцій електромагнітного поля та їх взаємодії з плазмовими й звуковими хвилями; кінетику систем випромінювачів електромагнітного поля (з 2003 р.) та систем у зовнішньому випадковому полі (спільно з Ю.В. Слюсаренко, з 2003 р.)

Спільно з С.В. Пелетмінським та іншими представниками його наукової школи брав участь у Проєкті ІНТАС № 00577 "Динаміка флуктуацій в нерівноважних системах" (2001—2003 рр.) та Проєкті державного фонду фундаментальних досліджень України № 2.7/418 "Вплив макроскопічних флуктуацій на нерівноважні системи".

Таким чином, взаємна повага в колективі та тісні творчі контакти, безумовно, свідчать про монолітність, згуртованість та постійний розвиток наукової школи академіка С.В. Пелетмінського.



## ПІСЛЯМОВА

2009 рік — це рік святкування 100-річного ювілею видатного вченого та яскравої особистості — академіка НАН України Миколи Миколайовича Боголюбова. Статистична фізика, яка є одним з найфундаментальніших розділів фізичної науки, завжди була улюбленим полем його дослідницьких інтересів. Інтенсивна наукова та педагогічна діяльність М.М. Боголюбова сприяли тому, що запропоновані ним ідеї і методи в галузі статистичної фізики, а також їх застосування в теорії рідин, теорії металів, магнетизмі, квантовій теорії поля, теорії елементарних частинок — набули поширення і розвитку в Україні. На своїх учнів та послідовників М.М. Боголюбов здійснював безпосередній та опосередкований вплив у процесі наукового спілкування, викликав захоплення молодого покоління вчених та бажання працювати в науці. Це приводило до того, що у подальшому учні продовжували розробляти дану тематику в інших наукових інститутах, профільних відділах і кафедрах, які часто створювалися саме ними.

Теоретична школа М.М. Боголюбова багатoproфільна та інтернаціональна. У 1928—1973 рр. М.М. Боголюбов працював в Академії наук України, з 1936 до 1949 рр. був професором, завідувачем кафедри теорії функцій (пізніше — математичної фізики) у Київському університеті, в 1946—1949 рр. — деканом механіко-математичного факультету, з 1945 до 1956 рр. завідував відділом Інституту математики АН України. У 1957 р. за його пропозицією в Інституті фізики АН України було створено лабораторію атомного ядра та елементарних частинок, керівником якої став він сам, у 1966 — 1973 рр. Микола Миколайович очолював Інститут теоретичної фізики НАН України, створений за його ініціативою як крупний міжнародний фізичний центр. Нині Інститут теоретичної фізики носить ім'я М.М. Боголюбова.

У 1948 р. М.М. Боголюбова обрали академіком АН України. З 1947 р. він працював в Математичному інституті ім. В.А. Стеклова у Москві, з 1956 р. — в Об'єднаному інституті ядерних досліджень у Дубні, директором якого був з 1965 до 1989 рр.

Праці з статистичної фізики стали традиційними перш за все для тих установ, де М.М. Боголюбов працював: Інституту математики, де його учні академіки НАН України О.С. Парасюк та Д.Я. Петрина, член-кореспондент НАН

України В.І. Фушич очолювали відділи; Інституту теоретичної фізики, де керували чи керують відділами учні Миколи Миколайовича академіки НАН України О.С. Парасюк та Д.Я. Петрина, доктор фізико-математичних наук, професор Г.М. Зинов'єв, працювали чи працюють доктори фізико-математичних наук Б.В. Струминський, Ю.Л. Ментковський, М.С. Гончар. Директори інституту в різний час академіки НАН України О.Г. Ситенко та А.Г. Загородній широко використовували методи М.М. Боголюбова в теорії плазми. Тісно співпрацював з М.М. Боголюбовим у галузі теорії магнетизму академік НАН України В.Г. Бар'яхтар, який очолював у 1982—1985 рр. відділ Інституту теоретичної фізики. Першим замісником директора Інституту теоретичної фізики був учень Миколи Миколайовича член-кореспондент НАН України В.П. Шелест.

З Інститутом теоретичної фізики пов'язана також діяльність академіка НАН України І.Р. Юхновського, який був замісником директора інституту, очолював Львівський відділ, пізніше — Львівське відділення інституту, на базі якого було створено Інститут фізики конденсованих систем НАН України та сформовано наукову школу статистичної фізики І.Р. Юхновського. Учні І.Р. Юхновського керували Львівським національним університетом (доктор фізико-математичних наук, професор І.О. Вакарчук) та університетом "Львівська політехніка" (доктор фізико-математичних наук, професор Ю.К. Рудавський), продовжуючи разом вже зі своїми учнями розробляти сучасні проблеми статистичної фізики.

Послідовники М.М. Боголюбова працюють також у Київському університеті. Тривалий час тут керував кафедрою теоретичної фізики його учень доктор фізико-математичних наук, професор А.М. Федорченко. У 1965 році в університеті була створена кафедра квантової теорії поля, засновниками якої стали академіки М.М. Боголюбов та О.Г. Ситенко (перший завідувач кафедри). Тематика наукових досліджень кафедри охоплює, зокрема, питання теорії елементарних частинок, теорію плазми та кінетичних явищ.

Розробляв ідеї та підходи М.М. Боголюбова в галузі статистичної теорії рідин керівник кафедри теоретичної фізики Одеського університету доктор фізико-математичних наук, професор Й.З. Фішер. Одним з учнів М.М. Боголюбова є академік НАН України С.В. Пелетмінський, який керував відділом Національного наукового центру Харківський фізико-технічний інститут і став лідером відомої наукової школи в галузі статистичної фізики.

Розглянутий широкий спектр наукових праць численних учнів і послідовників М.М. Боголюбова свідчить про те, що, за словами професора Г.М. Зинов'єва, "його результати та досягнення — це жива спадщина світової фізики, яка досі бурхливо розвивається, вирішуючи актуальні питання та ставлячи нові проблеми перед молодими генераціями дослідників" \*.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

### ДО ВСТУПУ

1. *Гиббс Дж.* Основные принципы статистической механики. — М.; Л.: Гостехиздат, 1946. — 203 с.
2. *Киттель Ч.* Элементарная статистическая физика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960. — 278 с.
3. *Винер Н.* Кибернетика и общество. — М.: Изд-во иностр. лит., 1958. — 200 с.
4. *Пригожин И., Стенгерс И.* Время, хаос, квант: К решению парадокса времени. — М.: Прогресс, 1999. — 266 с.

### ДО РОЗДІЛУ 1

1. *Боголюбов А.Н., Урбанский В.М.* Николай Митрофанович Крылов. — К.: Наук. думка, 1987. — 175 с.
2. *Боголюбов Н.Н. (мл.), Санкович Д.П.* Николай Николаевич Боголюбов. Очерк научной деятельности // Физика элемент. частиц и атом. ядра. — 1993. — **24**, вып. 5. — С. 1224—1293.
3. *Центральный* державний архів вищих органів влади і управління України. — Ф. 166. — Оп. 2 — Од. зб. № 755. — Л. 416.
4. *Особиста* аспірантська картка М.М. Боголюбова // Центральный державний архів вищих органів влади і управління України. — Ф. 166. — Оп. 12. — Т. 1. — Од. зб. № 662. — Л. 3.
5. *Протокол* засідання науково-дослідної кафедри сільськогосподарської механіки Інституту технічної механіки від 8.07.1928, присвяченого захисту аспірантської роботи М.М. Боголюбова // Центральный державний архів вищих органів влади і управління України. — Ф. 166. — Оп. 12. — Т. 1. — Од. зб. № 662. — Л. 6—8.
6. *Лист* директора Інституту технічної механіки К.К. Симінського Зав. Укр. Науки Озерському // Центральный державний архів вищих органів влади і управління України. — Ф. 166. — Оп. 12. — Т. 1. — Од. зб. № 662. — Л. 1.
7. *Лист* М.М. Крилова Л.М. Левицькому // Центральный державний архів вищих органів влади і управління України. — Ф. 166. — Оп. 12. — Т. 1. — Од. зб. № 662. — Л. 5
8. *Покровский А.* Исследовал мастер // Правда. — 1982. — 13 февраля.
9. *Митропольский Ю.А.* Николай Николаевич Боголюбов: [Математик]: К 75-летию со дня рождения // Укр. мат. журн. — 1948. — **36**. — № 5. — С. 651—652.
10. *Владимиров В.С., Логунов А.А., Новиков С.П.* Николай Николаевич Боголюбов: [Физик]: К 80-летию со дня рождения // Успехи мат. наук. 1989. — **44**, вып. 5. — С. 5—12.
11. *Митропольский Ю.А., Тябликов С.В.* М.М. Боголюбов [Физик]: К 50-летию со дня рождения // Укр. физ. журн. — 1959. — **69**, вып. 1. — С.159—164.
12. *Лебеденко М.* Ученый. О физике М.М. Боголюбова // Культура и жизнь. — 1967. — **10**. — С. 34—35.

13. Митропольский Ю.А., Шелест В.П. Неутомимый искатель нового. К 60-летию со дня рождения М.М. Боголюбова // Математика в школе. — 1969. — 4. — С. 83—85.
14. Амбарцумян В.А., Вартапетян Г.А., Гарибян Г.М. и др. Николай Николаевич Боголюбов: [Физик]: К 75-летию со дня рождения // Изв. АН Арм ССР. Сер. Физика. — 1984. — 19, вып. 4. — С. 232—234.
15. Резерфорд — ученый и учитель: К 100-летию со дня рождения / Под ред. П.Л. Капицы. — М.: Наука, 1973. — 215 с.
16. Логунов А.А. Философия нелинейности. К 80-летию академика М.М. Боголюбова // Сов. Россия. — 1989. — 20 авг.
17. Дорошкевич А.Г., Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Кинетическая теория нейтрино в анизотропных моделях // Проблемы теор. физики. Сборник, посвященный М.М. Боголюбову в связи с его 60-летием. — М.: Наука, 1969. — 380 с.
18. Медведев Б.В., Поливанов М.К. К вопросу о перенормировке операторов поля // Проблемы теор. физики. Сборник, посвященный М.М. Боголюбову в связи с его 60-летием. — М.: Наука, 1969. — 380 с.
19. Богомолец А.А. Избранные труды. — В 3-х т. — К.: Изд-во АН УССР, 1956—1958.
20. Борн М. Размышления и воспоминания физика. — М.: Наука, 1977. — 280 с.
21. Вавилов С.И. Собрание сочинений. — В 4-х т.— М.: Изд-во АН СССР, 1954—1956.
22. Капица П.Л. Эксперимент. Теория. Практика. — М.: Наука, 1974. — 288 с.
23. Лебедев П.Н. Собрание сочинений. Сер. Классики науки. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 127 с.
24. Оствальд В. Великие люди. — С.-Пб., 1910. — 398 с.
25. Семенов Н.Н. Наука и общество: Статьи и речи. — М.: Наука, 1973. — 479 с.
26. Зербино Д.Д. Научная школа как феномен. — К.: Наук. думка, 1994. — 135 с.
27. Кун Т. Структура научных революций. — М.: Прогресс, 1975. — 288 с.
28. Лакатос И. История науки и ее рациональные реконструкции // Структура и развитие науки. — М.: Прогресс, 1978. — С. 203—269.
29. Школы в науке. — М.: Наука, 1977. — 523 с.
30. Ланге К.А. Организация управления научными исследованиями. По материалам развития физиол. науки в СССР. — Л.: Наука, 1971. — 248 с.
31. Очерки истории и теории развития науки. — М.: Наука, 1969.
32. Добров Г.М. Наука о науке. — К.: Наук. думка, 1970. — 320 с.
33. Кара-Мурза С.Г. Проблемы организации научных исследований. — М.: Наука, 1981 — 205 с.
34. Карцев В.П. Социальная психология науки и проблемы историко-научных исследований. — М.: Наука, 1984. — 308 с.
35. Храмов Ю.А. Школы в науке // Вопросы истории естествознания и техники. — 1982. — № 3. — С. 54—67.
36. Храмов Ю.А. Научный лидер и его характерные черты // Науковедение и информатика — 1986, вып. 27. — С. 81—91.
37. Храмов Ю.А. Научные школы в структуре потенциала науки. — Научно-технический потенциал: структура, динамика, эффективность. — К.: Наук. думка, 1987. — С. 133—157.
38. Храмов Ю.А. Научные школы в физике. — К.: Наук. думка, 1987. — 400 с.
39. Храмов Ю.А. История формирования и развития физических школ на Украине. — Киев: МП "Феникс", 1991. — 216 с.
40. Храмов Ю.А. История физики. — Киев: Феникс, 2006. — 1176 с.
41. Бойко Е.С. Школа академика А.А. Андропова. — М.: Наука, 1983. — 200 с.
42. Мирская Е.З. Научные школы как форма организации науки // Наука и науковедение. — 2002. — № 3. — С. 8—24.
43. Пететминский С.В., Яценко А.А. К квантовой теории кинетических и релаксационных процессов // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1967. — 53, вып. 4 (10). — С. 1327—1335.

44. *Пелетминский С.В., Красильников В.В., Яценко А.А., Рожков А.А.* К теории сверхтекучей ферми-жидкости // Физика элемент. частиц и атом. ядра. — 1988. — **19**, вып. 6. — № 4. — С. 1440—1466.
45. *Боголюбов Н.Н.(мл.), Ковалевский М.Ю., Курбатов А.М. и др.* К микроскопической теории сверхтекучих жидкостей // Успехи физ. наук. — 1989. — **159**. — № 4. — С. 585—620.
46. *Пелетминский С.В., Петров Э.Г., Яценко А.А.* Об уравнениях движения сингулярностей // Укр. физ. журн. — 1966. — **11**. — № 2. — С. 124—132.
47. *Барьяхтар В.Г., Петров Э.Г.* Кинетические явления в твердых телах. — К.: Наук. думка, 1989. — 294 с.
48. *Попов В.А.* Эквивалентный гамильтониан и энергия сильносвязанных р-электронов в диэлектрическом кристалле // Физика твердого тела. — 1966. — **8**. — С. 467—474.
49. *Попов В.А., Логинов А.А.* Исследование спиновых и орбитальных возбуждений сильносвязанных l-электронов в магнитоупорядоченном кристалле // ВИНТИ АН СССР. — **ЛТ-10**. — 1965.—№ 4.
50. *Галайко В.П.* Кинетические уравнения для процессов релаксации в сверхпроводниках // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1971. — **61**, вып.1. — С. 382—397.
51. *Галайко В.П.* Релаксация электронов на примесях в сверхпроводниках // Теорет. и мат. физика. — 1975. — **22**. — № 3. — С. 375—390.
52. *Галайко В.П.* Кинетические уравнения для процессов релаксации в сверхпроводящих сплавах // Теорет. и мат. физика. — 1975. — **23**. — № 1. — С. 111—120.
53. *Свидзинский А.В.* Пространственно-неоднородные задачи теории сверхпроводимости. — М.: Наука, 1982. — 309 с.
54. *Свідзинський А.В.* Мікроскопічна теорія надпровідності. — Луцьк: Волинський національний університет: "Вежа", 2001.
55. *Ситенко А.Г.* Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. — К.: Наук. думка, 1977. — 248 с.
56. *Ситенко О.Г., Мальнев В.М.* Основы теории плазмы. — К.: Наук. думка, 1994. — 374 с.
57. *Павленко В.Н., Ситенко А.Г.* Эховые явления в плазме и плазменных средах. — М.: Наука, 1988. — 128 с.

## ДО РОЗДІЛУ 2

1. *Мандельштам Л.И.* Предисловие к первому изданию / А.А. Андронов, А.А. Витт, С.Э. Хайкин. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959. — 913 с.
2. *Moller H.G.* // Jahrb. Draht. Teleg. — 1921. — **17**. — S. 256—258.
3. *Van der Pol B.* Selected scientific papers. — V. 1—2. — Amsterdam: North-Holland, 1960.
4. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Введение в нелинейную механику (Приближенные и асимптотические методы нелинейной механики). — Киев: Изд. АН УССР, 1937. — 364 с.
5. Koga // Proc. Inst. Elec. Eng. — 1924. — **15**. — S. 669—723.
6. *Картан Э.* Интегральные инварианты. — М.; Л.: Гостехиздат, 1940. — 216 с.
7. *Peierls R.E.* // Ann. Phys. — 1929 — **3(8)** — S. 1055—1101.
8. *Peierls R.E.* // Ann. Phys.— 1930. — **4**. —S. 121—148.
9. *Peierls R.E.* // Z. Phys. — 1934. — **88**. — S. 679—699.
10. *Пуанкаре А.* Избранные труды — Т. 1—3. — М.: Наука, 1971. — 771 с.
11. *Пуанкаре А.* О кривых, определяемых дифференциальными уравнениями. — М.; Л.: Гостехиздат, 1947. — 392 с.
12. *Ляпунов А.М.* Общая задача устойчивости движения. — Изд. Харьков. мат. об-ва, 1892. — 2-е изд. — М.; Л.: ОНТИ, 1935. — 368 с.
13. *Гапонов-Грехов А.В., Рабинович М.И.* Нелинейная физика. Стохастичность и структуры. — Физика XX века. Развитие и перспективы. — М.: Наука, 1984. — 336 с.
14. *Мандельштам Л.И.* Полное собрание трудов. — М.: Изд-во АН СССР, 1948—1950.

15. Андронов А.А., Витт А.А. Некоторые исследования в области нелинейных колебаний, проведенные в СССР, начиная с 1935 г. // Успехи физ. наук. — 1947. — **33**, вып. 7. — С. 3—19.
16. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. — М.: Физматгиз, 1959. — 915 с.
17. Андропова-Леонтович Е.А., Баутин Н.Н., Белюстина Л.Н., Неймарк Ю.И. Основные направления и новые результаты школы А.А. Андропова // Тр. IV Всесоюз. мат. съезда. — Л.: Изд-во АН СССР. — 1964. — **2**. — С. 415—424.
18. Горелик Г.С. Работы академика А.А. Андропова по теории автоматического регулирования // Тр. II Всесоюз. совещания по теории автомат. регулирования. — М.: Изд-во АН СССР, 1955. — **1**. — С. 51—79.
19. Андронов А.А. Предельные циклы Пуанкаре и теория колебаний // VI съезд рус. физиков. Москва, Н.-Новгород, Казань, Саратов (5—16 августа 1928 г.): Перечень докл., представленных на съезд с крат. их содерж. — М.; Л.: ГИЗ, 1928. — С. 23—24; То же // А.А. Андронов. Собр. тр. — М.: Изд-во АН СССР, 1956. — С. 41—43.
20. Andronov A.A. Les cycles limites de Poincare et la theorie des oscillations autoentretenues // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. — 1929. — **189**. — № 15. — P. 237—238.
21. Андронов А.А. Мандельштам и теория нелинейных колебаний // Академик Л.И. Мандельштам: К 100-летию со дня рождения. — М.: Наука, 1979. — 312 с.
22. Мандельштам Л.И., Папалекси Н.Д. О явлениях резонанса  $n$ -го рода // Журн. техн. физики. — 1932. — **2**. — С. 775—811.
23. Мандельштам Л.И., Папалекси Н.Д. О резонансных явлениях при делении частоты (Resonanzerschein. b. Frequenzteilg) // Z. Phys. — 1931. — **73**. — С. 223—249.
24. Kryloff N. Sur le probleme des vibration transversales des verges elastiques (О проблеме поперечных колебаний упругого стержня) // Rend. Accad. Lincei. Ser. 5. — 1909. — **18**. — Fasc. 12. — P. 610—614.
25. Крылов Н.М. О разложениях по фундаментальным функциям, встречаемым в проблеме поперечных колебаний упругих неоднородных стержней // Университетские известия (Киев). — 1910. — **50**. — № 10. — С. 45—71.
26. Крылов Н.М. О разложениях в ряды по фундаментальным функциям, встречаемым при интегрировании одного дифференциального уравнения с частными производными 4-го порядка и о разложении по полиномам Якоби. — Киев: Типография университета, 1911. — 103 с.
27. Kryloff N. Application of the method of W. Ritz to a safferential equations // Изв. Рос. академии наук. — 1917. — **11**. — № 8. — С. 521—534.
28. Крылов Н.М. Об интегрировании в некоторых случаях нелинейных дифференциальных уравнений математической физики: Выдержка из письма Н.М. Крылова, адресованного профессору С. Хаяси // Tohoku. Mat. J. — 1928. — № 1. — P. 65—68.
29. Боголюбов М.М. Про обчислення вимушених хитань, що справджують певні нелінійні диференціальні рівняння // Зб. праць Ін-ту техн. механіки. — 1927. — № 2. — С. 367—370.
30. Архив АН СРСР (Москва). — Ф. 689. — Оп. 3. — Од. зб. 26. — Л. 5.
31. Kryloff N.M., Bogoliuboff N.N. Les phenomenes de demoultiplication de frequence en radiotechnique // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. — 1932. — **194**. — № 13. — P. 1019—1122.
32. Kryloff N.M., Bogoliuboff N.N. Quelques exemples d'oscillations non lineaires // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. — 1932. — **194**. — № 11. — P. 957—962.
33. Kryloff N.M., Bogoliuboff N.N. Sur le phenomene de l'entrainement en radiotechnique // Compt. Rend. Acad. Sci. Paris. — 1932. — **194**. — № 13. — P. 1064—1066.
34. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Основные проблемы нелинейной механики // Изв. АН СССР. — 1938. — № 4. — С. 475—489.
35. Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н. Исследование продольной устойчивости аэроплана. — М.; Л.: Гос. авиац. и автотракт. изд-во, 1932. — 60 с.

36. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* О колебаниях синхронных машин. Об устойчивости параллельной работы п синхронных машин. — Харьков; Киев: Энерговидав, 1932. — 99 с.
37. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний. — Киев: Изд-во ВУАН, 1933. — 108 с.
38. *Боголюбов Н.Н.* Sur l'approximation des fonctions par les sommes trigonometriques // Докл. АН СССР. Сер. А. — 1930. — № 6. — С. 147—152.
39. *Боголюбов Н.Н.* Sur l'approximation trigonometrique des fonctions dans intervalle infini // Изв. АН СССР. — 1931. — № 1/2. — С. 23—54.
40. *Крылов М.М., Боголюбов М.М.* Загальна теорія міри в нелінійній механіці // Збірник праць з нелінійної механіки. — К.: Вид-во АН УРСР, 1937. — С. 55—122.
41. *Боголюбов М.М.* Про деякі ергодичні властивості суцільних груп перетворень // Наук. зап. Київ. держ. ун-ту. — 1939. — 4, вип. 5. — № 4. — С. 45—52.
42. *Крылов М.М., Боголюбов М.М.* Наслідки дії статистичної зміни параметрів на рух динамічних консервативних систем протягом досить тривалих періодів часу // Зб. праць з нелінійної механіки. — Київ: АН УРСР, 1937. — С. 119—135.
43. *Крылов М.М., Боголюбов М.М.* Про деякі проблеми ергодичної теорії стохастичних систем // Зап. кафедри мат. фізики. — 1939. — № 4. — С. 243—287.
44. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Инвариантные и транзитивные меры в нелинейной механике // Мат. сборник. — 1936. — 1. — № 5. — С. 707—710.
45. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* La theorie generale de la mesure dans son application a l'etudi des systemes dynamiques de la mecanique non lineaire (Общая теория меры в применении к изучению динамических систем нелинейной механики // Ann. Math. — 1937. — 38. — № 1. — P. 65—113.
46. *Гихман И.И.* О некоторых дифференциальных уравнениях со случайными функциями // Укр. мат. журн. — 1950. — 2. — № 3. — С. 45—69.
47. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Стохастические дифференциальные уравнения. — К.: Наук. думка, 1968. — 354 с.
48. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Теория случайных процессов. — Т. 1—3. — М.: Наука, 1971. — 665 с.
49. *Корневский Д.Г., Коломиец В.Г.* Некоторые вопросы теории нелинейных колебаний квазилинейных систем со случайным запаздыванием // Прикл. мат. и мех. — 1967. — Вып. 3. — С. 91—112.
50. *Коломиец В.Г.* Параметрическое воздействие случайной силы на нелинейную колебательную систему // Укр. мат. журн. — 1962. — 14. — № 2. — С. 211—214.
51. *Шарковский А.Н.* О решении одного класса функциональных уравнений // Укр. мат. журн. — 1961. — 13. — № 3 — С. 86—94.
52. *Шарковский А.Н.* Притягивающие множества, не содержащие циклов // Укр. мат. журн. — 1968. — 20. — № 5. — С. 717—719.
53. *Шарковский А.Н., Майстренко Ю.Л., Романенко Е.Ю.* Разностные уравнения и их приложения. — К.: Наук. думка, 1986. — 278 с.
54. *Шарковский А.Н., Пелюх Г.П.* Введение в теорию функциональных уравнений. — К.: Наук. думка, 1974. — 119 с.
55. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Новые методы нелинейной механики и их применение к изучению работы электронных генераторов. — Ч. 1. — М.; Л.: ГТТИ, 1934. — 243 с.
56. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А.* Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. — М.: Физматгиз, 1963. — 410 с.
57. *Митропольский Ю.А.* О построении общего решения нелинейных дифференциальных уравнений с помощью метода, обеспечивающего ускоренную сходимость // Укр. мат. журн. — 1964. — 16. — № 4. — С. 475—501.
58. *Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А., Самойленко А.М.* Метод ускоренной сходимости в нелинейной механике. — К.: Наук. думка, 1969. — 247 с.



59. Боголюбов Н.Н. Одночастотные колебания в нелинейных системах со многими степенями свободы // Сб. тр. Ин-та строит. механики АН УССР. — 1949. — **10**. — С. 9—21.
60. Митропольский Ю.А. Проблемы асимптотической теории нестационарных колебаний. — М.: Наука, 1964. — 432 с.
61. Митропольский Ю.А. Об исследовании интегрального многообразия для системы нелинейных дифференциальных уравнений // Укр. мат. журн. — 1958. — **10**. — № 3. — С. 270—279.
62. Боголюбов Н.Н., Митропольский Ю.А. Метод интегральных многообразий в нелинейной механике. — К.: Изд-во АН УССР, 1961. — 126 с.
63. Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б. Лекции по методу интегральных многообразий. — К.: Изд-во АН УССР, 1968. — 416 с.
64. Митропольский Ю.А., Лыкова О.Б. Интегральные многообразия в нелинейной механике. — М.: Наука, 1973. — 512 с.
65. Задирака К.В. До питання про інтегральний многовид нелінійної системи диференціальних рівнянь, яка містить малий параметр при деяких похідних // Вісн. Київ. ун-ту. — 1959. — № 2, вип. 2. — С. 45—52.
66. Задирака К.В. Поведение особо возмущенных нелинейных дифференциальных систем вблизи семейства цилиндров // Укр. мат. журн. — 1962. — **14**. — № 3. — С. 235—249.
67. Задирака К.В. О нелокальном интегральном многообразии нерегулярно возмущенной дифференциальной системы // Укр. мат. журн. — 1965. — **17**. — № 1. — С. 47—63.
68. Фодчук В.И. О существовании и свойствах интегрального многообразия одной системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Укр. мат. журн. — 1962. — **14**. — № 2. — С. 227—231.
69. Митропольский Ю.А., Фодчук В.И. Об устойчивости интегральных многообразий для одного класса сингулярно возмущенных систем с запаздыванием // Укр. мат. журн. — 1968. — **20**. — № 6. — С. 791—801.
70. Самойленко А.М. О сохранении инвариантного тора при возмущении // Изв. АН СССР. Сер. матем. — 1970. — **34**. — № 6. — С. 1219—1240.
71. Самойленко А.М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы. — М.: Наука, 1987. — 304 с.
72. Самойленко А.М., Перестюк Н.А. Дифференциальные уравнения с импульсным воздействием. — К.: Вища школа, 1987. — 288 с.
73. Митропольский Ю.А. Применение символических методов к исследованию нелинейных систем с медленно меняющимися параметрами // Сб. тр. Ин-та строит. механики АН УССР, 1949. — № 3. — С. 99—111.
74. Митропольский Ю.А. Нестационарные процессы в нелинейных колебательных системах. — К.: Изд-во АН УССР, 1955. — 284 с.
75. Митропольский Ю.О., Мосеєнков Б.І. Дослідження коливаль в системах з розподіленими параметрами. (Асимптотичні методи). — К.: Вид-во Київ. ун-ту, 1961. — 121 с.
76. Писаренко Г.С. Рассеяние энергии при механических колебаниях. — Киев: Изд-во АН УССР, 1962.—436 с.
77. Писаренко Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материалов. — Киев: Наук. думка, 1970. — 379 с.
78. Писаренко Г.С. Колебания упругих систем с учетом рассеяния энергии в материале. — Киев: Изд-во АН УССР, 1955. — 239 с.
79. Писаренко Г.С. Обобщенная нелинейная модель учета рассеяния энергии при колебаниях. — Киев: Наук. думка, 1985. — 240 с.
80. Писаренко Г.С., Боинович О.Е. Колебания кинематически возбуждаемых механических систем с учетом диссипации энергии. — К.: Наук. думка, 1981. — 220 с.
81. Кононенко В.О. Некоторые автономные задачи теории нелинейных колебаний. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1961. — 46 с.
82. Кононенко В.О. Избранные труды. — К.: Наук. думка, 1980. — 382 с.
83. Ганиев Р.Ф., Кононенко В.О. Колебания твердых тел. — М.: Наука, 1976. — 431 с.

84. Митропольский Ю.О., Хома Г.П. Про принцип усреднения для гіперболічних рівнянь вздовж характеристик // Укр. мат. журн. — 1970. — 22. — № 5. — С. 588—598.
85. Митропольский Ю.А., Хома Г.П. Математическое обоснование асимптотических методов нелинейной механики. — К.: Наук. думка, 1983. — 215 с.
86. Митропольский Ю.А., Хома Г.П., Громяк Н.И. Асимптотические методы исследования квазиволновых уравнений гиперболического типа. — Киев: Наук. думка, 1991. — 231 с.
87. Боголюбов Н.Н. О некоторых статистических методах в математической физике. — Киев: Изд-во АН УССР, 1945. — 137 с.
88. Митропольский Ю.А. Метод усреднения в нелинейной механике. — К.: Наук. думка, 1971. — 440 с.
89. Мосеенков Б.И. Поперечні коливання стержня двоякої жорсткості в переходному режимі обертання // Прикл. механіка. — 1957. — 3, вип. 2. — С. 155—168.
90. Митропольский Ю.А., Мосеенков Б.И. Асимптотические решения уравнений в частных производных. — К.: Вища школа, 1976. — 589 с.
91. Рубаник В.П. Колебания квазилинейных систем с запаздыванием. — М.: Наука, 1969. — 288 с.
92. Рубаник В.П. Колебания сложных квазилинейных систем с запаздыванием. — Минск: Изд-во "Университетское", 1985. — 143 с.
93. Рубаник В.П., Фодчук В.И. О существовании и свойствах ограниченного решения системы квазилинейных дифференциально-разностных уравнений // Укр. мат. журн. — 1962. — 14. — № 1. — С. 87—92.
94. Самойленко А.М., Кулик В.Л. Рашепляемость линейных расширений динамических систем на торе // Докл. АН УССР. Сер. А. — 1984. — № 12. — С. 23—26.
95. Самойленко А.М., Кулик В.Л. К вопросу о существовании функции Грина задачи об инвариантном торе // Укр. мат. журн. — 1975. — 27. — № 3. — С. 350—361.
96. Митропольский Ю.А., Мартынюк Д.И. Лекции по теории колебаний с запаздыванием. — К.: Изд-во АН УССР, 1969. — 309 с.
97. Митропольский Ю.А., Мартынюк Д.И. Периодические и квазипериодические колебания систем с запаздыванием. — К.: Вища школа, 1979. — 247 с.
98. Митропольский Ю.А., Самойленко А.М., Мартынюк Д.И. Системы эволюционных уравнений с периодическими и условно-периодическими коэффициентами. — К.: Наук. думка, 1984. — 214 с.
99. Самойленко А.М., Ронто Н.И. Численно-аналитические методы исследования решений краевых задач. — К.: Наук. думка, 1976. — 222 с.
100. Ткач Б.П. Об одном дифференциальном уравнении в частных производных с запаздывающим аргументом // Дифференц. уравнения. — 1967. — 3. — № 10. — С. 1796—1800.
101. Ткач Б.П. О периодических решениях счетной системы дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом нейтрального типа // Укр. мат. журн. — 1969. — 21. — № 1. — С. 73—85.
102. Митропольский Ю.А., Лопатин А.К. Теоретико-групповой подход в асимптотических методах нелинейной механики. — Киев: Наук. думка, 1968. — 372 с.
103. Митропольский Ю.А., Лопатин А.К. Асимптотическое расщепление систем дифференциальных уравнений. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1978. — 68 с.
104. Штокало Й.З. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами. — К.: Изд-во АН УССР, 1960. — 78 с.
105. Штокало Й.З. Операционные методы и их развитие в теории линейных дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами. — К.: Изд-во АН УССР, 1961. — 126 с.
106. Штокало Й.З. Операционное исчисление. (Обобщение и приложения). — К.: Наук. думка, 1972. — 394 с.
107. Феценко С.Ф., Шкиль Н.И., Николенко Л.Д. Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений. — К.: Наук. думка, 1966. — 251 с.

108. *Фещенко С.Ф., Николенко Л.Д.* К вопросу о численном расщеплении систем одно-родных линейных дифференциальных уравнений // Укр. физ. журн. — 1961. — **13**. — № 3. — С. 109—113.
109. *Фещенко С.Ф., Шкиль Н.И., Пидченко Ю.П., Сотниченко Н.А.* Асимптотические методы в теории линейных дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. — Киев: Наук. думка, 1981. — 296 с.
110. *Шкиль Н.И.* Асимптотическое поведение линейных систем в случае кратных корней характеристического уравнения // Укр. мат. журн. — 1962. — **14**. — № 4. — С. 383—392.

## ДО РОЗДІЛУ 3

1. *Balescu R.* Statistical mechanics // The encyclopedia of physics, edited by M. Robert Bescanson: New York, 1985. — P. 1178.
2. *Физический* энциклопедический словарь. — Т. 1—5. — М.: Сов. энциклопедия, 1960—1966.
3. *Физическая* энциклопедия. — Т. 1—5. — М.: Сов. энциклопедия, 1988—1999.
4. *Климонтович Ю.Л.* Статистическая физика. — М.: Наука, 1982. — 608 с.
5. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Статистическая физика. — Ч. 1. (Сер. Теорет. физика. —Т. 5). — М.: Наука, 1976. — 584 с.
6. *Куни Ф.* Статистическая физика и термодинамика. — М.: Наука, 1981. — 351 с.
7. *Балеску Р.* Равновесная и неравновесная статистическая механика. — В 2-х т. — М.: Мир, 1978.
8. *Хилл Т.* Статистическая механика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1960. — 485 с.
9. *Исихара А.* Статистическая физика. — М.: Мир, 1973. — 471 с.
10. *Хуанг К.* Статистическая механика. — М.: Мир, 1966. — 520 с.
11. *Хир К.* Статистическая механика, кинетическая теория и стохастические процессы. — М.: Мир, 1976. — 600 с.
12. *Украинская советская энциклопедия.* — Т. 10.
13. *Радушкевич Л.В.* Курс статистической физики. — М.: Просвещение, 1966. — 420 с.
14. *Леонтович М.А.* Введение в термодинамику. Статистическая физика. — М.: Наука, 1983. — 416 с.
15. *Френкель Я.И.* Статистическая физика. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1948. — 760 с.
16. *Терлецкий Я.П.* Статистическая физика. — М.: Высш. школа, 1973. — 278 с.
17. *Румер Ю.Б., Рывкин М.Ш.* Термодинамика. Статистическая физика и кинетика. — М.: Наука, 1972. — 400 с.
18. *Левич В.Г.* Введение в статистическую физику. — М.: ГИТТЛ, 1954. — 528 с.
19. *Уленбек Дж., Форд Дж.* Лекции по статистической механике. — М.: Мир, 1965. — 307 с.
20. *Гельфер Я.М.* Законы сохранения. — М.: Наука, 1967. — 264 с.
21. *Минченко Л.С.* Физика Эйлера // Тр. Ин-та истории естествознания и техники АН СССР. — 1957. — **19**. — 221—270.
22. *Ломоносов М.В.* Полное собрание сочинений. — Т. 1—10. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950—1959.
23. *Дальтон Д.* Сборник работ по атомистике. — М.; Л.: ГНТИХЛ, 1940. — 244 с.
24. *Файерштейн М.Г.* О роли Авогадро в истории развития учения о молекуле // Тр. Ин-та истории естествознания и техники АН СССР. — 1960. — **31**. — С. 3—14.
25. *Meger O.* Kinetische Theorie der Gase. — Breslau, 1877. — 28 S.
26. *Amonton G.* // Mem. De l'Acad. Royale des Sciences. — 1702. — P. 155.
27. *Gay-Lussac J.* // Ann. Chim. Phys. — 1802. — **43**. — P. 137—175.
28. *Gay-Lussac J.* // Ostwald's Klassiker. — Leipzig. — 1902. — № 44.
29. *Деларош Ф., Берапа Ж.* // Ann. Chim. Phys. — 1813. — **85**. — P. 72.
30. *Philosophical Transactions* (4). — 1788. — **78**. — P. 43.
31. *Biot J.* Traite de physique experimentale et mathematique. — V. 1—4. — Paris, 1816.

32. *Gay-Lussac J.* Premier Essai pour determiner les variations de temperature queprouvent les gas en changeant de densite, et considerations sur leur capacite pour le clorique. — Mach E. Die Prinzipien der Warmelehre. — Leipzig, 1900. — 508 с.
33. *Poisson S.* // J. l'Ecole Polytechnique. — 1808. — **14**. — P. 360.
34. *Laplas P.* // Ann. Chim. Phys. — 1816. — **3**. — P. 238—241.
35. *Desormes et Clement* // J.Phys., Chim., D'Hist. Nat. Et des Arts. — 1829. — **89**. — P. 321.
36. *Дюлонг П.* // Ann. Chim. Phys. — 1829. — **12**. — P. 113.
37. *Дюлонг П., Пти А.* // Ann. Chim. Phys. — 1819. — **10**. — P. 395.
38. *Kronig A.* Grundzuge einer Theorie der Gase // Pogg. Annalen. — 1856. — **99**. — S. 318.
39. *Kronig A.* // Ann. Phys. Chem. — 1856. — **99**. — S. 315.
40. *Maxwell J.* Illustrations of the Dynamical Theory of Gases // Phil. Mag. — 1860. — **4**. — Ser. 19. — № 124. — P. 19—32, (Рус. перев. Д.К. Максвелл. Пояснения к динамической теории газов // Основатели кинетической теории материи. Под ред. А.К.Тимирязева. — М.; Л.: ГОНТИ, 1937. — С. 183—220.
41. *Maxwell J.* On the theory of heat. — London.: Longmans, Geen, 1871. — P. 54.
42. *Maxwell J.* On the dinamical theory of gases // Phil. Mag. — 1866. — **4**. — Ser. 32. — № 217. — P. 390—393.
43. *Boltzmann L.* Ueber die Beziehungzwischen dem zweiten hauptsatzes der mechanischen Warmetheorie und Wahrscheinlichkeitsrechnung // Wien. Ber. — 1877. — **76**. — S. 373.
44. *Лауэ М.* История физики. — М.: ГТТИ, 1956. — 229 с.
45. *Гиббс Дж.У.* Основные принципы статистической механики. — М.; Л.: Гостехтеориздат, 1946. — 203 с.
46. *Gibbs J.* Collected Works. In 2 volumes. — New York: Longmans, Green, 1928.
47. *Gibbs J.* On the fundamental formula of statistical mechanics, with applications to astronomy and thernmodinamics // Proc. Amer. Acad. Arts Sci., 1884. — **33**. — P. 57—58.
48. *Darwin Ch., Fowler R.* On the partition of energy // Phil. Mag. — 1922. — **44**. — P. 450—479; 823—842.
49. *Darwin Ch., Fowler R.* // Proc. Cambridge Phil. Soc. — 1922. — **21**. — P. 262—273.
50. *Фадлер Р., Гуггенгейм Э.* Статистическая термодинамика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1949. — 612 с.
51. *Лаплас П.С.* Изложение системы мира. — Л.: Наука, 1982. — 376 с.
52. *Гельфгер Я.М.* История и методология термодинамики и статистической физики: Уч. пособие. — 2-е изд. — М.: Высш. школа, 1981. — 536 с.
53. *Einstein A.* Ueber die von der molekular-kyнетischen Theorie der Wärme geordnete Bewegung von in ruhenden Flugigkeiten suspendierten Teilchen // Ann. Phys. — Ser. 4. — 1905. — **17**. — S. 549.
54. *Perrin J.* // Comptes Rendus Acad. Sci. Paris. — 1908. — **147**. — P. 697—970.
55. *Svedberg Th.* // Z. Elektrochem. — 1906. — **12**. — S. 853—860.
56. *Smoluchowski M. von.* Zur Kinetischen Theorie der Brownschen Molecularbewegung und der Suspensionen // Ann. Phys. — 1906. — **21**. — S. 756—780 (Рус. перевод. К кинетической теории броуновского молекулярного движения и суспензий // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 133—165).
57. *Bose S.N.* Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothes // Z. Phys. — 1924. — **26**. — P. 178 — 181.
58. *Эйнштейн А.* Собрание научных трудов. — В 4 т. — М.: Наука, 1965—1967.
59. *Паис А.* Научная деятельность и жизнь Альберта Эйнштейна. — М.: Наука, 1989. — 567 с.
60. *Dirac P.A.M.* // Proc. Roy. Soc. (London). A. — 1926. — **112**. — P. 661.
61. *Fermi E.* // Rend. Acc. Lincei. — 1926. — **3(6)**. — P. 145—149.
62. *Беллони Л.* Заметки о пути, приведем Э. Ферми к статистике Ферми—Дирака // Успехи физ. наук. — 1982. — **136**, вып. 1. — С. 167—175.
63. *Fermi E.* // Rend. Accad. Lincei. — 1923. — **32**. — № 2. — P. 395—398.

64. *Bardeen J., Cooper L., Shriver J.* Microscopic theory of superconductivity // *Phys. Rev.* — 1957. — **106**. — P. 162.
65. *Боголюбов Н.Н.* О новом методе в теории сверхпроводимости. I. Препринт ОИЯИ ЛТФ Р—94. — Дубна, 1957, октябрь. — 16 с. (То же: // *Журн. эксперим. и теорет. физики.* — 1958. — **34**, вып. 1 — С. 58—73.
66. *Feynman R.P.* Application of Quantum Mechanics to Liquid Helium // *Progress in Low Temperature Physics.* — V. 1. — Amsterdam: North—Holland, 1955. — P. 17—53.
67. *Onsager L.* // *Phys. Rev.* — 1931. — **37**. — № 4. — P. 405; 1931. — **38**. — № 12. — P. 2265.
68. *Casimir H.B.G.* // *Rev. Mod. Phys.* — 1945. — **17**. — P. 343.
69. *Casimir H.B.G.* // *Philips Res. Rep.* — 1945. — **1**. — P. 185.
70. *Meixner J.* // *Ann. Phys.* — 1941. — **39**. — P.333; 1942. — **41**. — P. 409; 1943. — **43**. — P. 244.
71. *Meixner J.* // *Z. Phys.Chem.* — 1943. — **B 53**. — S. 235.
72. *Prigogine I.* Etude thermodynamique des phenomenes irreversibles. — Lieg: Desoer, 1947. — 148 с.
73. *Павленко Ю.В., Руда С.П., Хорошева С.А., Храмов Ю.О.* Природознавство в Україні до початку ХХ ст. в історичному, культурному та освітньому контекстах. — К.: Видавничий дім "Академперіодика", 2001. — 420 с.
74. *Осиповский Т.Ф.* О пространстве и времени. — Речи, говоренные в торжественном собрании Харьковского университета 30 августа 1807 года. — Харьков: Типография ун-та, 1807. — С. 7.
75. *Осиповский Т.Ф.* Рассуждения о динамической системе Канта. — Речи, говоренные в торжественном собрании Харьковского университета 30 августа 1813 года. — Харьков: Типография ун-та, 1807. — С. 3.
76. *Кравец И.Н. Т.Ф.* Осиповский—выдающийся русский философ-материалист и естествоиспытатель // *Вопросы философии.* — 1951. — № 5. — С. 110—120.
77. *Сочинения Н.И. Пирогова.* — Т. 1—2. — Киев: Изд-во Пироговского товарищества, 1916.
78. *Столетов А.Г.* Собрание сочинений. — Т. 1—3. — М.; Л.: Гостехиздат, 1939—1947.
79. *Надеждин А.И.* Этюды по сравнительной физике. — (Передисловие М.П. Авенариуса). — Киев, 1886.
80. *Авенариус М.П.* Об электрических разностях металлов при различных температурах. — С.-Пб, 1866.
81. *Авенариус М.П.* Об электровозбудительной силе термоэлектрических элементов с точки зрения механической теории тепла // *Изв. Киев. ун-та.* — 1870. — С. 1—5.
82. *Avenarius M.* Ueber innere latente Wärme // *Ann. Phys.* — 1874. — **227 (2)**. — P. 303—316.
83. *Авенариус М.П.* Критическое состояние тел // *Журн. элемент. математики.* — 1884. — **1**. — № 5. — С. 14.
84. *Гольдман А.Г.* Михаил Петрович Авенариус и киевская школа экспериментальной физики // *Успехи физ. наук.* — 1951. — **44**, вып. 4. — С. 586—609.
85. *Avenarius M.* Volumveränderung einer Flüssigkeit durch Temperatur und Druck // *Bulletin de l'Acad. Imp. des sc. de St. Petersburg.* — **24**. — 1877. — С. 525 — 533.
86. *Авенариус М.П.* Расширение жидкости. — Киев, 1877. — 11 с.
87. *Зайончевский В.И.* Определение упругости паров некоторых жидкостей при высоких температурах // *Изв. Киев. ун-та.* — **3**. — 1878. — № 4. — С. 21—49; № 8. — С. 29.
88. *Малков М.П., Павлов К.Ф.* Справочник по глубокому охлаждению. — М.: Гостехиздат, 1947. — 411 с.
89. *Кей Д., Лэби Т.* Справочник физика-экспериментатора. — Москва, 1949. — 299 с.
90. *Страус О.Е.* О критической температуре и критическом давлении воды // *Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ.* — 1882. — **14**. — С. 510—517.
91. *Nadejdine A.* La determination de la temperature critique dans les tubes opaques // *Bulletin de l'Acad. Imp. des sc. de St. Petersburg.* — 1886. — **30**. — № 5. — P. 327—330.
92. *Надеждин А.И.* К вопросу о температуре абсолютного кипения // *Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ.* — 1883. — **14**. — С. 157—162.

93. *Надеждин А.И.* К вопросу о критической температуре изомеров и гомологических рядов // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1883. — **15**. — С. 25—30.
94. *Надеждин А.И.* Несколько слов по поводу статьи г. Павлевского "Ueber die kritischen Temperaturen einiger Flüssigkeiten" // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1884. — **16**. — С. 74—75.
95. *Надеждин А.И.* О теплоемкости жидкостей // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1884. — **16**. — С. 222—237.
96. *Листування О.Г. Столетова* // Архів бібліотеки ім. О.Г. Столетова Фізичного інституту Московського університету.
97. *Надеждин А.И.* Физические исследования. — Киев, 1887.
98. *Столетов А.Г.* Собрание сочинений. — М.; Л.: Гостехиздат, 1939—1947. — Т. 1—3.
99. *Авенариус М.П.* // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1884. — **16**. — С. 402—403.
100. *Де Метц Г.Г.* Памяти Ф.Н. Шведова. — Физическое обозрение. — Киев, 1906.
101. *Умов Н.А.* Избранные сочинения. — М.; Л.: Гостехиздат, 1950. — 553 с.
102. *Умов Н.А.* Диффузия водного раствора поваренной соли // Записки Новороссийского общества естествоиспытателей. — 1888. — **14**, вып.1. — С. 1.
103. *Грузинцев А.П.* О двойном лучепреломлении в связи со светорассеянием // Сообщ. Харьк. мат. об-ва. Сер. 2. — 1882, вып. 1. — Приложения. — С. 3—82.
104. *Физико-математический факультет Харьковского университета за первые сто лет существования (1805—1905)* / Под ред. И.П. Осипова, Д.И. Багалия. — Харьков: Изд. Харьков. ун-та, 1908 — 248 с.
105. *Глебова А.М.* Наукова та педагогічна діяльність О.П. Грузинцева // Нариси з історії природознавства і техніки. — 2005. — Вип. 45. — С. 20—38.
106. *Измайлов Н.А.* Академик Н.Н. Бекетов — основоположник физической химии // Успехи химии. — 1952. — **21**, вып. 8. — С. 996—1011.
107. *Андреасов Л.М.* Жизнь и деятельность профессора И.П.Осипова // Тр. науч.-исслед. ин-та химии и химич. фак-та Харьк. ун-та. — 1954. — **11**. — С. 261—265.
108. *Смолуховский М.* Средний путь газовых молекул и его связь с теорией диффузии // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 117—132. (М. Smoluchowski // Bull. intern. de l'Ac de Scienc. de Cracovie. — 1906. — P. 202).
109. *Смолуховський М.* (біографія) // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 417—418.
110. *Климшин І.А.* Про розвиток фізики у Львівському університеті (до 300-річчя його заснування) // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. Фізика. — 1962. — № 1. — С. 3—9.
111. *Вдовиченко Н.В.* Развитие фундаментальных принципов статистической физики в первой половине XX ст. — М.: Наука, 1986. — 160 с.
112. R. Brown // Pogg. Ann. — 1828. — **14**. — S. 294.
113. *Эйнштейн А.* О движении взвешенных в покоящейся жидкости частиц, требуемом молекулярно-кинетической теорией теплоты. — Собрание научных трудов. — Т. 3. — М.: Наука, 1966. — С. 108—117 (A. Einstein // Ann. Phys. — 1905. — **17**. — S. 549—560).
114. *Эйнштейн А.* К теории броуновского движения // Собрание научных трудов. — Т. 3. — М.: Наука, 1966. — С. 118—127. (A. Einstein // Ann. Phys. — 1906. — **19**. — S. 371—381).
115. *Смолуховский М.* Доступные наблюдению молекулярные явления, противоречащие обычной термодинамике (доклад на съезде в Мюнстере в 1912 г.) // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 166—198. (M. Smoluchowski // Z. Phys. — 1912. — **13**. — S. 1069—1079).
116. *Смолуховский М.* Три доклада о диффузии, броуновском молекулярном движении и коагуляции коллоидных частиц (доклады сделаны в Геттингене 20—22 июня 1916 г.) // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 332—416 (M. Smoluchowski // Z. Phys. — 1916. — **17**. — S. 557—571, 585—599).

117. *Смолуховский М.* Границы применимости второго начала теории теплоты (доклад в Геттингене в 1913 г.) // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 199—204. (M. Smoluchowski // Z. Phys. — 1913. — **14**. — S. 261—262.).

118. *Смолуховский М.* Молекулярная статистика эмульсий и ее связь с броуновским движением // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 226—255. (M. Smoluchowski // Sitz. — Ber. Ak. d. Wissensch. Wien (II a). — 1914. — **123**. — S. 2381—2405.).

119. *Смолуховский М.* Несколько примеров броуновского молекулярного движения под действием внешних сил // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 205—225. (M. Smoluchowski // Bull. intern. de l'Ac de Scienc. de Cracovie (A). — 1913. — P. 418—434.).

120. *Смолуховский М.* Броуновское молекулярное движение под действием внешних сил и его связь с обобщенным уравнением диффузии // Брауновское движение / Под ред. Б.И. Давыдова. — Л.: ОНТИ, 1936. — С. 319—331. (M. Smoluchowski // Ann. Phys. — 1915. — **48**. — S. 1103—1112.).

121. *Косоногов И.И.* Николай Николаевич Шиллер (биографический очерк) // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. физ.— 1911.— **43**, вып. 9.

122. *Шиллер Н.Н.* О втором законе термодинамики и об одной его новой формулировке // Отчеты и протоколы физ.-мат. об-ва при ун-те Св. Владимира. — 1897. — С. 1.

123. *Шиллер Н.Н.* Основные законы термодинамики. — Обзоры заседаний секции физики на XI съезде русских естествоиспытателей и врачей. — Киев, 1903. — С.195.

124. *Шиллер Н.Н.* Конспект по термодинамике. Литографированное издание. — Харьков, 1905.

125. *Шиллер Н.Н.* Замечания о втором законе термодинамики. — М., 1910. — Отд. оттиск.

126. *Шиллер Н.Н.* Отчеты и протоколы физ.-мат. об-ва при ун-те Св. Владимира. — 1899. — с. 8.

127. *Ehrenfest P., Afanassjeva-Ehrenfest T.* Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik // Encyklopadie der mathematischen Wissenschaften". — **4**. — P. 32. — Leipzig, 1911. — S. 3—90.

128. *Афанасьева-Эренфест Т.А.* // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. физ. — 1908. — **40**, вып. 8. — С. 277.

129. *Афанасьева-Эренфест Т.А.* Необратимость, односторонность и II начало термодинамики // Журн. прикл. физики. — 1928. — **5**, вып. 3—4. — С. 3—30.

130. *Пирогов Н.Н.* Применимость II начала термодинамики к системам, на которые действуют внешние силы // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1887. — **19**, вып. 4. — С. 100—120.

131. *Пирогов Н.Н.* // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1887. — **19**, вып. 5. — С. 157—176.

132. *Пирогов Н.Н.* О законе Больцмана // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ. — 1890. — **22**. — С. 44.

133. *Пирогов Н.Н.* Основание термодинамики // Журн. Рус. физ.-хим. об-ва. Ч. Физ.— 1890. — **22**, вып. 5. — С. 173.

#### ДО РОЗДІЛУ 4

1. *Храмов Ю.А.* История формирования и развития физических школ на Украине; К.: МП "Феникс", 1991. — 216 с.

2. *Храмов Ю.А.* История физики. — К.: Феникс, 2006. — 1176 с.

3. *Ахизер А.И.* Учитель и друг // Воспоминания о Л.Д. Ландау. — М.: Наука, 1988. — 352 с.

4. *Гинзбург В.Л.* Замечательный физик // Воспоминания о Л.Д. Ландау. — М.: Наука, 1988. — 352 с.

5. Ахиезер А.И. Харьковская школа теоретической физики // Укр. физ. журн. — 1985. — 30. — № 5. — С. 645—661.
6. Ландау Л.Д. Собрание трудов. — М.: Наука, 1969. — 2 т.
7. Ландау Л.Д. К теории фазовых переходов. II // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1937. — 7. — С. 627
8. Ландау Л.Д. К теории аномалий теплоемкости // Z. Phys. Sow. — 1935. — 8. — S. 113.
9. Ландау Л.Д. Кинетическое уравнение в случае кулоновского взаимодействия // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1937. — 7. — С. 203.
10. Ландау Л.Д. О колебаниях электронной плазмы // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1946. — 16. — С. 574—586.
11. Власов А.А. О вибрационных свойствах электронного газа // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1938. — 8. — С. 291—318.
12. Ахиезер А.И., Файнберг Я.Б. О взаимодействии пучка заряженных частиц с электронной плазмой // Докл. АН СССР. — 1949. — 69. — С. 555—556.
13. Ландау Л.Д. К статистической теории ядер // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1937. — 7. — С. 819.
14. Лифшиц Е.М. Лев Давидович Ландау // Воспоминания о Л.Д. Ландау. — М.: Наука, 1988. — 352 с.
15. Халатников И.М. Как создавалась школа Ландау // Воспоминания о Л.Д. Ландау. — М.: Наука, 1988. — 352 с.
16. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. — М., 1964. — 568 с.
17. Особова справа доктора фізико-математичних наук В.Л. Германа за 1962—1964 рр. // Архів Ін-ту радіофізики та електроніки НАН України. — Ф. 1. — Оп. № 2. — Од. зб. № 114.
18. Герман В.Л. О поляризации и интенсивности света, рассеянного вблизи квадрупольной линии // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1939. — № 9, вып. 12. — С. 1415.
19. Герман В.Л. Поляризация света, рассеянного возбужденными атомами // Докл. АН СССР. — 1944. — 42. — № 4. — С. 168.
20. Герман В.Л. Об интеркомбинационных переходах в спектрах сложных молекул // Докл. АН СССР. — 1945. — 48. — С. 260.
21. Герман В.Л. Некоторые теоремы об анизотропных средах // Докл. АН СССР. — 1945. — 48. — С. 95.
22. Герман В.Л. О возможном объяснении эффекта Бриджмена — повышения прочности всесторонне равномерным давлением // Докл. АН СССР. — 1946. — 51. — № 9. — С. 671.
23. Герман В.Л. та інші. До гідродинаміки кавітаційної рідини // Доп. АН УРСР. — 1954. — № 2. — С. 115.
24. Герман В.Л. и др. К гидро- и газодинамической теории смазки // Записки мат. отд. физ.-мат. ф-та ХГУ и Харьк. мат. об-ва. — 1957. — 25. — С. 101.
25. Герман В.Л. и др. Исследования рассеяния, поглощения и распространения волн в осадках // Укр. физ. журн. — 1961. — № 6.
26. Боголюбов Н.Н. Sur l'approximation des fonctions par les sommes trigonometriques // Докл. АН СССР. А. — 1930. — № 6. — С. 147—152.
27. Боголюбов Н.Н. Sur l'approximation trigonometrique des fonctions dans l'intervalle infini // Изв. АН СССР. — 1931. — № 1/2. — С. 23—54; 149—160.
28. Крилов М.М., Боголюбов М.М. Загальна теорія міри в нелінійній механіці // Зб. праць з нелінійної механіки. — К.: Вид-во АН УРСР, 1937. — С. 55—122.
29. Боголюбов М.М. Про деякі ергодичні властивості суцільних груп перетворень // Наук. зап. Київ. держ. ун-ту. — 1939. — 4, вип. 5. — С. 45—52.
30. Боголюбов М.М., Крилов М.М. Про рівняння Фоккера-Планка, що виводяться в теорії пертурбацій методом, оснований на спектральних властивостях пертурбаційного гамільтоніана // Зап. кафедри мат. фізики Ін-ту буд. механіки АН УРСР. — 1939. — 4. — С. 5—80.



31. *Крылов М.М., Боголюбов М.М.* Наслідки дії статистичної зміни параметрів на рух динамічних консервативних систем протягом досить тривалих періодів часу // Зб. праць з нелінійної механіки. — К.: Вид-во АН УРСР, 1937. — С. 119—135.
32. *Крылов М.М., Боголюбов М.М.* Про деякі проблеми ергодичної теорії стохастичних систем // Зап. кафедри мат. фізики Ін-ту буд. механіки АН УРСР. — Київ: АН УРСР. — 1939. — С. 243—287.
33. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* Инвариантные и транзитивные меры в нелинейной механике // Мат. сборник. — 1936. — С. 707—711.
34. *Крылов Н.М., Боголюбов Н.Н.* La theorie generale de la mesure dans son application a l'etude des systems de la mecanique non linearic // Ann. Math. — 1937. — **38**. — P. 65.
35. *Ursell H.D.* // Proc. Cambridge Phil. Soc. — 1928. — **23**. — P. 685.
36. *Mayer J.E.* // J. Chem. Phys. — 1937. — **5**. — P. 67.
37. *Ehrenfest P., Afanassjeva-Ehrenfest T.* Begriffliche Grundlagen der statistischen Auffassung in der Mechanik // Encyclopadie der mathematischen Wissenschaften. — Leipzig, 1911. — **4**. — S. 3—90.
38. *Darwin C.G., Fowler R.H.* On the partition of energy // Phil. Mag. — 1922. — **44**. — P. 450—479, 823—842.
39. *Darwin C.G., Fowler R.H.* Partition functions for temperature radiation and the internal energy of a cristalline solid // Proc. Cambridge Phil. Soc. — 1922. — **21**. — P. 262—273.
40. *Фаулер Р., Гуггенгейм Э.* Статистическая термодинамика. — М.: Изд-во иностр. лит., 1949. — 612 с.
41. *M. Planck.* Uber eine Verbesserung der Wienschen Spektralgleichung, Verhandl // Deutsch. Phys. Ges. — 1900. — **2**. — S. 202.
42. *Bose S.N.* Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothes // Z. Phys. — 1924. — **26**. — S. 178. — 181.
43. *Fermi E.* Sulla quantizzazione dei gas perfetto monoatomico // Rend. Accad. Lincei. — 1926. — **3(6)**. — P. 145—149.
44. *Yvon J.* La Theorie Statistique des Fluides et l'Equation d'Etat // Adualites scientifiques et industrielles. — 1935. — № 203.
45. *Yvon J.* Fluctuations en Densite. — Paris: Hermann, 1937.
46. *Born M., Green H.S.* // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1946. — **188**. — P. 19; 1947. — **189**. — P. 103; 1947. — **190**. — P. 445; 1947. — **191**. — P. 168; 1948. — **192**. — P. 166.
47. *Born M., Green H.S.* A General Kinetic Theory of Liquids. — Cambridge, 1949. — P. 393.
48. *Kirkwood J.G.* The statistical mechanical theory of transport processes // J. Chem. Phys. — 1941. — **9**. — P. 514; 1942. — **10**. — P. 394; 1946. — **14**. — P. 180—201; 1947. — **15**. — P. 71—91.
49. *Боголюбов Н.Н.* Проблемы динамической теории в статистической физике. — М.; Л.: Гостехтеоретизд., 1946. — 119 с.
50. *Mayer J.G.* // J. Chem. Phys. — 1947. — **15**. — P. 187.
51. *Крылов Н.С.* Работы по обоснованию статистической физики. — М.; Л.: Изд-во АН СССР, 1950. — 208 с.
52. *Боголюбов М.М., Крылов М.М.* Про рівняння Фоккера—Планка, що виводяться в теорії пертурбацій методом, оснований на спектральних властивостях пертурбаційного гамільтоніана // Зап. кафедри мат. фізики Ін-ту буд. механіки АН УРСР. — 1939. — **4**. — С. 5—80.
53. *Пригожин И.* Неравновесная статистическая механика. — М.: Мир, 1964. — 314 с.
54. *Van Hove L.* // Physica. — 1955. — **21**. — P. 512.
55. *Боголюбов Н.Н., Хацет Б.И.* О некоторых математических вопросах теории статистического равновесия // Докл. АН СССР. — 1949. — **66**. — № 3. — С. 321—324.
56. *Боголюбов Н.Н., Петрина Д.Я., Хацет Б.И.* Математическое описание равновесного состояния классических систем, основанное на каноническом формализме // Теорет. и мат. физика. — 1969. — **1**. — № 2. — С. 251—274.

57. Боголюбов Н.Н., Гуров К.П. Кинетические уравнения в квантовой механике // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1947. — **17**, вып. 7. — С. 614—628.
57. Гуров К.П. Основания кинетической теории. Метод М.М. Боголюбова. — М.: Наука, 1966. — 351 с.
59. Толмачев В.В., Тябликов С.В. О новом методе в теории сверхпроводимости. 2. // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **34**. — **1**. — С. 66—72.
60. Боголюбов М.М., Зубарев Д.Н. Волновая функция системы взаимодействующих бозе-частиц // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **28**. — № 28. — С. 129—139.

## ДО РОЗДІЛУ 5

1. Боголюбов Н.Н. К теории сверхтекучести // Изв. АН СССР. Сер. Физика. — 1947. — **11**. — № 1. — С. 77—90.
2. Боголюбов Н.Н. Энергетические уровни неидеального бозе-эйнштейновского газа // Вестн. Моск. ун-та. — 1947. — **7**. — С. 43—56.
3. Капица П.Л. Вязкость жидкого гелия ниже  $\lambda$  — точки // Докл. АН СССР. — 1938. — **18**. — С. 21.
4. Kapitza P. Viscosity of Liquid Helium below the  $\lambda$  — point // Nature. — 1938. — **141**. — P. 74.
5. Allen J.F., Misener A.D. Flow of Liquid Helium II // Nature. — 1938. — **141**. — P. 75.
6. Капица П.Л. Проблемы жидкого гелия. (Докл. на общем собрании АН СССР 28 декабря 1940 г.) // Эксперимент, теория, практика. — М.: Наука, 1974. — 288 с.
7. Tisza J.W. // Nature. — 1938. — **141**. — P. 913.
8. London H. // Proc. Roy. Soc. A. — 1939. — **171**. — P. 484.
9. Ландау Л.Д. Теория сверхтекучести гелия II // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1941. — **11**, вып. 6. — С. 592—614.
10. Ландау Л.Д. Собрание трудов. — М.: Наука, 1969. — В 2 т.
11. Feynman R.P. Application of Quantum Mechanics to Liquid Helium // Progress in Low Temperature Physics (ed. C.J. Gorter). — **1**. — Amsterdam: North—Holland, 1955. — P. 17—53.
12. Фейнман Р. Статистическая механика. — М.: Мир, 1975. — 412 с.
13. Боголюбов Н.Н. Кинетические уравнения в теории сверхтекучести // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1948. — **18**, вып. 7. — С. 622—630.
14. Боголюбов Н.Н. К вопросу о гидродинамике сверхтекучей жидкости. — Дубна, 1963. — Препринт ОИЯИ Р—1395.
15. Боголюбов Н.Н., Гуров К.П. Кинетические уравнения в квантовой механике // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1947. — **17**, вып. 7. — С. 614—628.
16. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. Метод теории возмущений вырожденного уровня в полярной модели металла // Вестн. Моск. ун-та. — 1949. — № 3. — С. 35—48.
17. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. Об одном применении теории возмущений к полярной модели металла // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1949. — **19**, вып. 3. — С. 251—255.
18. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. Приближенный метод нахождения низших энергетических уровней электронов в металлах // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1949. — **19**, вып. 3. — С. 256—258.
19. Боголюбов Н.Н. Лекции по квантовой статистике. Вопросы статистической механики квантовых систем. — К.: Рад. школа, 1949. — 228 с.
20. Бонч-Бруевич В.Л., Тябликов С.В. Метод функций Грина в статистической механике. — М.: Физматгиз, 1961. — 312 с.
21. Боголюбов М.М., Зубарев Д.Н., Церковников Ю.А. Асимптотически точное решение для модельного гамильтониана теории сверхпроводимости // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1960. — **39**, вып. 1(7). — С. 120—129.
22. Беляев С.Т. Энергетический спектр неидеального бозе-газа // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **34**. — С. 417.

23. *Kamerlinch Onnes H.* // Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden. — 1911. — № 119, 120, 122.  
24. *Meissner W., Ochsenfeld R.* // Naturwiss. — 1933. — **21**. — P. 787.  
25. *London H., London F.* // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1935. — **149**. — P. 71.  
26. *London F.* // Phys. Rev. — 1948. — **74**. — P. 562.  
27. *Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д.* // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1950. — **20**. — С. 1064.  
28. *Pippard A.B.* // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1953. — **216**. — P. 547.  
29. *Frolich H.* Theory of the superconducting state. I. The ground state at the absolute zero of temperature // Phys. Rev. — 1950. — **79**. — P. 845—856.  
30. *Bardeen J.* // Phys. Rev. — 1950. — **80**. — P. 567.  
31. *Bardeen J.* Electron-vibration interactions and superconductivity // Rev. Mod. Phys. — 1951. — **23**. — № 3. — P. 261—270.  
32. *Bardeen J., Pines D.* // Phys. Rev. — 1955. — **99**. — P. 1104.  
33. *Maxwell E.* // Phys. Rev. — 1950. — **78**. — P. 477.  
34. *Reynolds C.A., Serin B., Wright W.H., Nesbit L.B.* // Phys. Rev. — 1950. — **78**. — P. 487.  
35. *Schafroth M.R.* // Phys. Rev. — 1954. — **96**. — P. 1142.  
36. *Schafroth M.R., Blatt J.M., Butler S.T.* // Helv. phys. acta. — 1957. — **30**. — P. 93.  
37. *Keesom W.H., van der Ende J.W.* // Comm. Phys. Lab. Univ. Leiden. — 1932. — **219 b**.  
38. *Rutgers A.J.* // Physica. — 1934. — **1**. — P. 1055—1058.  
39. *Gorter C.J.* // Arch. Mus. Teyler. — 1933. — **7**. — P. 378.  
40. *Gorter C.J., Casimir B.G.* // Z. Phys. — 1934. — **35**. — P. 963.  
41. *Pontius R.B.* // Phil. Mag. — 1937. — **24**. — P. 787.  
42. *Shoenberg D.* // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1940. — **175**. — P. 49.  
43. *Laurman E., Shoenberg D.* // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1949. — **198**. — P. 560.  
44. *Cooper L.N.* Bound electron pairs in a degenerate fermi gas // Phys. Rev. — 1956. — **104**. — № 4. — P. 1189—1150.  
45. *Bardeen J., Cooper L.N., Schriffner J.* Microscopic theory of superconductivity // Phys. Rev. — 1957. — **106**. — P. 162.  
46. *Bardeen J., Cooper L.N., Shriffner J.* // Phys. Rev. — 1957. — **108**. — P. 1175.  
47. *Valatin J.G.* // Nuovo sim. — 1958. — **7**. — P. 843.  
48. *Боголюбов Н.Н.* О новом методе в теории сверхпроводимости. I. Препринт Р-94 ОИЯИ ЛТФ. — Дубна, 1957, октябрь. — 16 с. (То же // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **34**, вып. 1. — С. 58—65.)  
49. *Боголюбов Н.Н.* // Nuovo sim. — 1958. — **7**. — P. 794.  
50. *Боголюбов Н.Н.* О принципе компенсации и методе самосогласованного поля // Успехи физ. наук. — 1959. — **67**, вып. 4. — С. 549.  
51. *Боголюбов Н.Н., Толмачев В.В., Ширков Д.В.* Новый метод в теории сверхпроводимости. — М.: Изд-во АН СССР, 1958. — 128 с.  
52. *Толмачев В.В., Тябликов С.В.* // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **34**. — С. 66.  
53. *Боголюбов Н.Н., Зубарев Д.Н., Церковников Ю.А.* К теории фазового перехода. — Дубна, 1957. (Препринт ОИЯИ Р-110).  
54. *Боголюбов Н.Н.* Вопросы теории сверхтекучести бозе- и ферми- систем // Вестн. АН СССР. — 1958. — **28**. — С. 25—29.  
55. *Боголюбов Н.Н.* Избранные труды. — В 3-х т. — К.: Наук. думка, 1969—1971.  
56. *Ландау Л.Д.* Теория сверхтекучести гелия II // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1941. — **11**, вып. 6. — С. 592—614.  
57. *Anderson P.W.* // Phys. Rev. — 1958. — **7**. — P. 843; 1959. — **112**. — P. 1900.  
58. *Nambu Y.* // Phys. Rev. — 1959. — **115**. — P. 795.  
59. *Pines D., Schriffner J.* // Nuovo sim. — 1958. — **10**. — P. 496.  
60. *Радунская И.* Вблизи абсолютного нуля // Огонек. — 1958. — № 19. — С. 13.  
61. *Боголюбов Н.Н.* О новом методе в теории сверхпроводимости. I. / Препринт Р-94. ОИЯИ. ЛТФ. — Дубна, 1957, октябрь. — 16 с.

62. Боголюбов Н.Н. (мл.) Метод исследования модельных гамильтонианов. — М.: Наука, 1974. — 176 с.
63. Боголюбов Н. Н. Квазисредние в задачах статистической механики— Дубна, 1961. — 34 с. (Препринт ОИЯИ Р—1451).
64. Боголюбов Н.Н. О принципе ослабления корреляций и методе квазисредних. — Дубна, ЛТФ, 1961 (Препринт ОИЯИ Д—549).
65. Вайнберг С. Идеальные основы единой теории слабых и электрослабых взаимодействий // Успехи физ. наук. — 1980. — **132**, вып. 2. — С. 201—217.
66. Gollstone J. Field Theories of Superconductor Solutions // *Nuovo cim.* — 1961. — **19**. — № 1. — Р. 154—162.
67. Higgs P.W. Spontaneous Symmetry Breakdown without Massless Bosons // *Phys. Rev.* — 1966. — **145**. — № 4. — Р. 1156—1163.
68. Боголюбов Н.Н., Тябликов С.В. Запаздывающие и опережающие функции Грина в статистической физике // Докл. АН СССР. — 1959. — **126**. — № 1. — С. 53—56.
69. Frohlich J. The Pure Phases (Harmonic Functions) of Generalised Processes and Symmetry Breaking // *Bull. Amer. Math. Soc.* — 1978. — **84**. — № 2. — Р. 165—192.
70. Dyson F.J., Lieb E.H., Simon B. Phase Transitions in Quantum Spin Systems with Isotopic and Non-Isotopic Interactions // *J. Statist. Phys.* — 1978. — **18**. — Р. 335—383.
71. Санкович Д.П. Гауссова динамичность и фазовые переходы в системах с непрерывной симметрией // Теорет. и мат. физика. — 1989. — **79**. — № 3. — С. 460—471.
72. Bogoliubov N.N., Sancovich D.P. Upper Bound on the Two-Point Correlation Function of a System of Coupled Anharmonic Oscillators // *Mod. Phys. Lett. B.* — 1991. — **5**. — № 1. — Р. 51—56.
73. Боголюбов Н.Н. Об одном вариационном принципе в задаче многих тел // Докл. АН СССР. — 1958. — **119**. — № 2. — С. 244—246.
74. Боголюбов Н.Н., Соловьев В.Г. Об одном вариационном принципе в проблеме многих тел // Докл. АН СССР. — 1959. — **124**. — № 5. — С. 1011—1014.
75. Боголюбов Н.Н. О принципе компенсации и методе самосогласованного поля // Успехи физ. наук. — 1959. — **67**, вып. 4. — С. 549—580.
76. Петрина Д.Я., Яцишин В.П. О модельном гамильтониане теории сверхпроводимости // Теорет. и мат. физ. — 1972. — **10**. — № 2. — С. 283—300.
77. Боголюбов Н.Н. К вопросу о сверхтекучести в теории ядерной материи // Докл. АН СССР. — 1958. — **119**. — № 1. — С. 52—55.
78. Belyaev S.T. // *Selected Topics in Nuclear Theory.* — Vienna: Int. Atomic Agency, 1963. — Р. 291.
79. Soloviev V.G. Non-rotational collective states of deformed even-even nuclei (Коллективные неротационные состояния деформированных четно-четных ядер) // *Atomic Energy Rev.* — 1965. — **3**. — № 3. — Р. 117—194.
80. Соловьев В.Г. Теория атомного ядра: квазичастицы и фононы. — М.: Энергоиздат, 1989. — 302 с.
81. Baranger M. // *Phys. Rev.* — 1960. — **120**. — Р. 957.
82. Bednorz J.G., Muller K.A. Possible high Tc superconductivity in the Ba-La-Cu-O system // *Z. Phys. B.* — 1986. — **64**. — S. 189—194.
83. Bogolubov N.N., Aksenov V.L., Plakida N.M. On the theory of Superconductivity in a Model of Oxide Metals // *JINR Comm.* — D17—88—76. — Dubna, 1988.
84. Боголюбов Н.Н., Москаленко В.А. К вопросу о существовании сверхпроводимости в модели Хаббарда // Теор. и мат. физика. — 1991. — **86**. — № 1. — С. 16—30.
85. Боголюбов Н.Н., Москаленко В.А. Сверхпроводящее состояние в модели Хаббарда // Докл. АН СССР. — 1991. — **316**. — № 5. — С. 1107—1111.
86. Николис Г., Пригожин И. Самоорганизация в неравновесных системах. — М.: Мир, 1979. — 512 с.
87. Хакен Г. Синергетика. — М.: Мир, 1980. — 404 с.

88. Герасименко В.І., Загородній А.Г. Дмитро Якович Петрина // Збірник праць Інституту математики НАН України. — 2007. — 4. — № 3. — С. 7—8.
89. Petrina D.Ya. Stochastic Dynamics and Boltzmann Hierarchy. — Proceedings of Institute of Mathematics of NAS of Ukraine. Mathematics and Applications. — 2008. — Vol. 74. — 400 p.
90. Боголюбов Н.Н., Петрина Д.Я., Хацет Б.И. Математическое описание равновесного состояния классических систем на основе формализма канонического ансамбля // Теорет. и мат. физика. — 1969. — 1, № 2. — С. 251—274.
91. Петрина Д.Я. О решениях кинетических уравнений Боголюбова. Квантовая статистика // Теорет. и мат. физика. — 1972. — 13, № 3. — С. 391—405.
92. Petrina D.Ya. Mathematical foundations of quantum statistical mechanics. — Kluwer Acad.Publ. — 1995. — 461 с.
93. Петрина Д.Я., Герасименко В.И., Малышев П.В. Математические основы классической статистической механики. — К.: Наук. думка, 1985. — 264 с. (Переклад :Petrina D.Ya., Gerasimenko V.I., Malyshev P.V. Mathematical foundations of classical statistical mechanics. — London: Gordon and Breach. — 1989. — 356 p.; Друге видання: Petrina D.Ya., Gerasimenko V.I., Malyshev P.V. Mathematical Foundations of Classical Statistical Mechanics. Continuous systems. — London and N.Y.: Taylor and Francis Sci. Publ., Second ed. — 2002. — 352 p.).
94. Cercignani C., Gerasimenko V., Petrina D.Ya. Many- particle Dynamics and Kinetic Equations, Kluwer Acad. Publ. / Plenum Publ. — 1997. — 252 p.
95. Герасименко В.И., Петрина Д.Я. Эволюция состояний бесконечных систем классической статистической механики // Успехи мат. наук. — 1983. — 38. — № 5. — С. 3—58.
96. Петрина Д.Я., Герасименко В.И. Математические проблемы статистической механической системы упругих шаров // Успехи мат. наук. — 1990. — 45, № 3. — С. 135—182.
97. Петрина Д. Я., Герасименко В.И. Эволюция состояния бесконечных систем классической статистической механики // В кн.: Сов. науч. обзоры. Сер. С.: Математ. физика — 1985. — 5. — С. 1—51 (на англ. яз.).
98. Петрина Д.Я., Герасименко В.И., Малышев П.В. Термодинамический предел для решений уравнений Боголюбова / В кн.: Сов. Науч. Обзоры. Сер. С.: Математ. физика. — 1988. — 7. — С. 281—337 (на англ. яз.).
99. Gerasimenko V.I., Petrina D.Ya. The generalized kinetic equation generated by the BBGKY hierarchy. // Укр. физ. журн. — 1998. — 43. — № 6/7. — P. 697—702.
100. Петрина Д.Я., Иванов С.С., Ребенко А.Л. Уравнения для коэффициентных функций матрицы рассеяния. — М.: Наука, 1979. — 296 с.
101. Петрина Д.Я., Иванов С.С., Ребенко А.Л. S-матрица в конструктивной теории поля // Физика элемент. частиц и атомн. ядра. — 1976. — 7, вып. 3. — С. 647—686.
102. Петрина Д.Я., Скрипник В.И. Уравнение Кирквуда—Зальцбурга для коэффициентных функций матрицы рассеяния // Теорет. и мат. физ. — 1971. — 8. — № 3. — С. 369—380.
103. Петрина Д.Я., Яцишин В.П. О модельном гамильтониане теории сверхпроводимости // Теорет. и мат. физика. — 1972. — 10. — № 2. — С. 283—300.
104. Петрина Д.Я., Видьбида А.К. Задача Коши для кинетических уравнений Боголюбова // Тр. Мат. ин-та АН СССР. — 1975. — 136. — С. 370—378.
105. Петрина Д.Я. Математическое описание эволюции бесконечных систем классической статистической физики. Локально возмущенные одномерные системы // Теорет. и мат. физика. — 1979. — 38, № 2. — С. 230—250.
106. Гончар Н.С. Об уравнениях для приведенных функций распределения М.М. Боголюбова и их решении при произвольном значении плотности частиц // Теорет. и мат. физ. — 1983. — 57. — № 1. — С. 85—96.
107. Гончар Н.С. Новая система уравнений для корреляционных функций модели твердых сфер. Обобщение теоремы Боголюбова—Рюэлля // Докл. АН СССР. — 1985. — 285. — № 3. — С. 594—597.
108. Гончар Н.С. Конденсация и кристаллизация. — К.: Наук. думка, 1991. — 197 с.

109. Юхновский И.Р. Фазовые переходы II рода. Метод коллективных переменных. — К.: Наук. думка, 1985. — 223 с.
110. Юхновский И.Р., Головкин М.Ф. Статистическая теория классических равновесных систем. — К.: Наук. думка, 1980. — 372 с.
111. Юхновский И.Р., Вакарчук И.А. Применение метода смещений и коллективных переменных к исследованию систем взаимодействующих бозе-частиц. — Ч 1. — К.: Наук. думка, 1972. — 36 с. (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ-72-135Р).
112. Юхновский И.Р., Гурский З.А. Квантовоклассическая теория неупорядоченных систем. — К.: Наук. думка, 1991. — 280 с.
113. Юхновский И.Р., Ваврух М.В. Метод смещений и коллективных переменных // Матер. II Всесоюз. совещания по стат. физике. — Киев, 1971. — С. 10—13.
114. Юхновский И.Р., Бигун Г.И. Электронный газ при низких температурах в методе смещений и коллективных переменных // Матер. II Всесоюз. совещания по стат. физике. — Киев, 1971. — С. 8—9.
115. Юхновский И.Р., Петрашко Р.Н. Бинарная функция распределения вырожденных ферми-систем // Теорет. и мат. физика. — 1973. — 17. — № 1. — С. 118—130.
116. Ситенко А.Г. Флуктуации и нелинейное взаимодействие волн в плазме. — К.: Наук. думка, 1977. — 248 с.
117. Ситенко О.Г., Мальнев В.М. Основы теории плазмы. — К.: Наук. думка, 1994. — 374 с.
118. Ситенко А.Г., Сосенко П.П. Метод моментов в перенормированной теории турбулентности плазмы // Укр. физ. журн. — 1987. — 32. — № 5. — С. 702—707.
119. Павленко В.Н., Ситенко А.Г. Эховые явления в плазме и плазменных средах. — М.: Наука, 1988. — 128 с.
120. Ситенко А.Г., Степанов К.Н. О колебаниях электронной плазмы в магнитном поле // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1956. — 31. — С. 642—651.
121. Sitenko A.G., Zagorodny A.G. On the phenomenological description of electromagnetic fluctuations in turbulent plasmas // Укр. физ. журн. — 1995. — 40. — № 5. — С. 390—402.
122. Sitenko A.G., Zagorodny A.G., Yu.I. Chutov, P. Schram, V.N. Tsytoovich // Statistical properties and relaxation of dusty plasmas // Plasma Phys. Control. Fusion. — 1996. — 38. — № 12A. — P.A 105. — A 120.
123. Филиппов А.В., Загородний А.Г., Паль А.Ф., Старостин А.Н., Момот А.И. Кинетическое описание экранирования заряда макрочастиц в неравновесной плазме // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. — 2006. — 86. — № 12. — С. 873.
124. Филиппов А.В., Загородний А.Г., Паль А.Ф., Старостин А.Н. Экранировка заряда микрочастицы в плазме с внешним источником ионизации // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. — 2005. — 81. — № 4. — С. 180.
125. Загородний А.Г., Фомина П.И., Фомина А.П. Сверхизлучение электронов в магнитном поле и нерелятивистский гиротрон // Доп. НАНУ. — 2004. — № 4. — С. 71—80.
126. Загородний А.Г., Момот А.И. Діелектрична проникність заповненої плазми за наявності порошків різних розмірів // Вісн. Київ. ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. — 2003. — № 1. — С. 350—358.
127. Zagorodny A.G., Schram P.P.J.M., Trigger S.A. Stationary velocity and charge distributions in dusty plasma // Phys. Rev. Lett. — 2000. — 84. — P. 3594—3597.
128. Загородний А.Г., Усенко А.С., Якименко И.П. Плотность энергии теплового излучения в неоднородных прозрачных средах // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1993. — 104, вып. 9. — С. 2937.
129. Загородний А.Г., Климонтович Ю.Л., Якименко И.П. Крупномасштабные флуктуации в ограниченных плазменно-молекулярных системах // Теорет. и мат. физика. — 1988. — 75. — № 1. — С. 70—85.
130. Климонтович Ю.Л., Вильгельмссон Х., Якименко И.П., Загородний А.Г. Статистическая теория плазменно-молекулярных систем. — М.: УРСС, 1990. — 224 с.

131. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. О применении методов квантовой теории поля к исследованию термодинамических свойств газа электронов и фотонов // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1960. — **38**, вып. 6. — С. 1316—1322.
132. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. К теории релаксационных процессов в ферродиелектриках при низких температурах // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1959. — **36**, вып. 1. — С. 216—224.
133. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. О поведении ферромагнетиков и антиферромагнетиков в быстро осциллирующем магнитном поле // Физика твердого тела. — 1968. — **10**. — № 11. — С. 3301—3309.
134. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Кинетика черного излучения // Докл. АН СССР. — 1971. — **200**. — № 6. — С. 1317—1320.
135. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — **35**, вып. 1(7). — С. 228—236.
136. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. — М.: Наука, 1967. — 368 с.
137. Пелетминский С.В., Приходько В.И. Метод асимптотических операторов в статистической механике. I. // Теорет. и мат. физ. — 1972. — **12**. — № 1. — С. 88—103.
138. Пелетминский С.В., Приходько В.И. Метод асимптотических операторов в статистической механике. II. // Теор. и мат. физ., 1972. — **12**. — № 2. — С. 283—291.
139. Пелетминский С.В., Яценко А.А. К квантовой теории кинетических и релаксационных процессов // Журн. теорет. и мат. физ. — 1967. — **53**, вып. 4(10). — С. 1327—1335.
140. Вирченко Ю.П., Пелетминский С.В. Квантовые вириальные разложения в теории кинетических уравнений // Теорет. и мат. физ. — 1976. — **27**. — № 1. — С. 94—101.
141. Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Кинетика слабонеоднородных состояний в системах многих частиц. I. — К.: 1969. — 55 с. (Препринт ИТФ—69—66).
142. Пелетминский С.В., Цуканов В.Д. К кинетике пространственно-неоднородных состояний // Теорет. и мат. физ. — 1971. — **6**. — № 2. — С. 238—247.
143. Пелетминский С.В., Соколовский А.И. К вопросу о построении неравновесной энтропии // Теорет. и мат. физ. — 1974. — **20**. — № 1. — С. 85—94.
144. Пелетминский С.В., Красильников В.В., Яценко А.А., Рожков А.А. К теории сверхтекучей ферми-жидкости // Физика элемент. частиц и атомн. ядра. — 1988. — **19**, вып. 6. — № 4. — С. 1440—1466.
145. Пелетминский С.В., Ковалевский М.Ю. Метод квазисредних и динамика спиральных магнетиков // Проблемы современно статистической физики. — К.: Наук. думка, 1985. — С. 216—227.
146. Пелетминский А.С., Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В. К теории пространственно-периодического конденсата в модели слабонеидеального бозе-газа // Теорет. и мат. физ. — 2000. — **125**. — № 1. — С. 152—176.
147. Боголюбов Н.Н. Избранные труды. — Киев: Наук. думка, 1969—1971. — Т. 1—3.
148. Dirac P.A.M. // Proc. Roy. Soc. London. A. — 1927. — **113**. — P. 621.
149. Дайсон Ф. // Успехи физ. наук. — 1965. — **87**. — С. 569.
150. Oppenheimer J.R. // Phys.Rev. — 1930. — **35**. — P. 461, 562, 939.
151. Waller I. // Z. Phys. — 1930. — **59**. — S. 168; **62**. — S. 673.
152. Weisskopf V.F., Wigner E. // Z. Phys. — 1930. — **65**. — S. 54.
153. Euler E. // Ann. Phys. — 1936. — **25**. — P. 398.
154. Weisskopf V.E. // Kgl. Danske Vid. Selskab. — 1936. — **14**. — P. 6.
155. Weisskopf V.E. // Kon. Dansk. Vid. Mat. — Fys. Medd. — 1936. — Bd.15. — № 6. — S. 5—6, 34.
156. Вайскопф В. Физика в XX столетии. — М.: Атомиздат, 1977. — 270 с.
157. Stueckelberg E.C. // Ann. Phys. — 1935. — **21**. — S. 367.
158. Stueckelberg E.C. // Helv. phys. acta. 1938. — **9**. — P. 225.

159. *Kramers H.A.* // Nuovo cim. — 1938. — **15**. — P. 108.  
160. *Lamb W., Retherford R.* // Phys. Rev. — 1947. — **72**. — P. 241.  
161. *Bethe H.* // Rev. Mod. Phys. — 1947. — **27**. — P. 253.  
162. *French J.B., Weisskopf V.F.* // Phys. Rev. — 1949. — **75**. — P. 1240.  
163. *Kroll N.M., Lamb W.E.* // Phys. Rev. — 1949. — **75**. — P. 338.  
164. *Томонага С.* Развитие квантовой электродинамики // Успехи физ. наук. — 1967. — **91**. — С. 61.  
165. *Swinger J.* // Phys. Rev. — 1948. — **74**. — P. 1439.; 1951. — **82**. — P. 914 (рус. перевод в сборнике // Новейшее развитие квантовой электродинамики. — М.: Изд-во иностр. лит., 1954. — С. 115).  
166. *Swinger J.* // Selected Papers on Quantum Electrodynamics. — Dover, 1958.  
167. *Schwinger J.W.* // Phys. Rev. — 1948. — **74**. — P. 146; 1949. — **75**. — P. 651; 1949. — **76**. — P. 790; 1951. — **82**. — P. 664, 914; 1953. — **91**. — P. 713; Proc. Nat. Acad. Sci. — 1951. — **37**. — P. 452.  
159. *Feynman R.P.* // Rev. Mod. Phys. — 1948. — **20**. — P. 367; Phys. Rev. — 1948. — **74**. — P. 939, 1430; 1949. — **76**. — P. 749, 769; Phys. Rev. — 1949. — **76**. — P. 749, 769; 1950. — **80**. — P. 440.  
168. *Dyson F.* // Phys. Rev. — 1949. — **75**. — P. 486, 1736.  
169. *Tomonaga S.* // Proc. Theor. Phys. — 1946. — **1**. — P. 27.  
170. *Koba Z., Tomonaga S.* // Proc. Theor. Phys. — 1948. — **3**. — P. 290.  
171. *Kanazawa S., Tomonaga S.* // Proc. Theor. Phys. — 1948. — **3**. — P. 276.  
172. *Koba Z., Tati T., Tomonaga S.* // Proc. Theor. Phys. — 1947. — **2**. — P. 101.  
173. *Дайсон Ф.* Томонага, Швингер и Фейнман — лауреаты Нобелевской премии по физике // Успехи физ. наук. — 1967. — **91**. — С. 71.  
174. *С. Дрелл.* Квантовая электродинамика и эксперимент (выступление на симпозиуме, посвященном 60-летию Юлиана Швингера, 18—19 февраля 1978 г.) // Успехи физ. наук. — 1980. — **130**, вып. 3. — С. 507—518.  
175. *Марков М.А.* О природе материи. — М.: Наука, 1976. — 216 с.  
176. *Naag R.* On Quantum Field Theories // Dan. Mat. Fys. Medd. — 1955. — **29**. — № 12. — P. 55.  
177. *Heisenberg W.* Die "Beobachtbaren Grossen" in der Theorie der Elementarteilchen // Z. Phys. — 1943. — **120**. — S. 513.  
178. *Wightman A.S., Garding L.* Fields as operator-valued distributions in relativistic quantum field theory // Ark. f. Fys. — 1964. — **28**. — P. 129.  
179. *Wightman A.S.* Quantum field theory in terms of vacuum expectation values // Phys. Rev. — 1956. — **101**. — P. 860.  
180. *Lehmann H., Symanzik K. and W. Zimmerman.* Zur Formulierung quantisierter Feldtheorien // Nuovo cim. — 1955. — **1**. — P. 205.  
181. *Lehmann H., Symanzik K. and W. Zimmerman.* The Formulation of quantized field Theories. II. // Nuovo cim. — 1957. — **6**. — P. 319.  
182. *Symanzik K.* // Z. Naturforsch. — 1954. — **9 a**. — P. 809; Phys. Rev. — 1957. — **105**. — P. 743.  
183. *Lehmann H.* Properties of propagation functions and renormalisation constants of quantized fields // Nuovo cim. — 1954. — **11**. — P. 342.  
184. *Боголюбов Н.Н.* К вопросу об основных уравнениях релятивистской квантовой теории поля // Докл. АН СССР. — 1951. — **81**. — № 5. — С. 757—760.  
185. *Боголюбов Н.Н.* Об одном классе основных уравнений релятивистской квантовой теории поля // Докл. АН СССР. — 1951. — **81**. — № 6. — С. 1015—1018.  
186. *Боголюбов Н.Н.* Уравнения в вариациях квантовой теории поля // Докл. АН СССР. — 1952. — **82**. — № 2. — С. 217—220.  
187. *Боголюбов Н.Н., Лозунов А.А., Тодоров И.Т.* Основы аксиоматического подхода в квантовой теории поля. — М.: Наука, 1969. — 424 с.  
188. *Stueckelberg E.C.G.* Relativistic quantum theory for finite time intervals // Phys. Rev. — 1951. — **81**. — P. 130.  
189. *Stueckelberg E.C.G., Rivier D.* Causalite et structure de la Matrice S // Helv. phys. acta. — 1950. — **23**. — P. 215.



190. *Stueckelberg E.C.G., Green J.* // *Helv. Phys. Acta.* — 1951. — **24.** — P. 153.
191. *Pauli W., Willars F.* // *Rev. Mod. Phys.* — 1949. — **21.** — P. 434.
192. *Salam A.* // *Phys. Rev.* — 1951. — **82.** — P. 217.
193. *Медведев Б.В., Поливанов М.К.* Степени роста матричных элементов в аксиоматическом методе // *Журн. эксперим. и теорет. физики.* — 1961. — **41.** — С. 1130.
194. *Медведев Б.В., Поливанов М.К.* К аксиоматическому построению матрицы рассеяния. Т. 1. — Дубна, 1964 — С. 77—139.
195. *Боголюбов Н.Н.* Условие причинности в квантовой теории поля // *Изв. АН СССР. — сер. физ.* — 1955. — **19.** — № 2. — С. 237—246.
196. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Вопросы квантовой теории поля // *Успехи физ. наук.* — 1955, вып. 2. — С. 149—214.
197. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Введение в теорию квантованных полей. — М.: Физматгиз, 1957. — 442 с.
198. *Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С.* К теории умножения причинных сингулярных функций // *Докл. АН СССР.* — 1955. — **100.** — № 1. — С. 25—28.
199. *Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С.* О вычитательном формализме при умножении причинных сингулярных функций // *Докл. АН СССР.* — 1955. — **100.** — № 3. — С. 429—432.
200. *Bogoliubov N.N., Parasiuc O.S.* Uber die Multiplication der Kausalfunktionen in der Quantentheorie der Felder // *Acta Mathematica.* — 1957. — **97.** — P. 227.
201. *Stueckelberg E.C.G., Peterman A.* La normalisation des constantes dans la theorie des quanta // *Helv. phys. acta.* — 1953. — **26.** — P. 449.
202. *Gell-Mann M., Low F.* Quantum Electrodynamics at Small Distances // *Phys. Rev.* — 1954. — **95.** — P. 1300.
203. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* О ренормализационной группе в квантовой электродинамике // *Докл. АН СССР.* — 1955. — **103.** — № 2. — С. 203—206.
204. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Приложение ренормализационной группы к улучшению формул теории возмущений // *Докл. АН СССР.* — 1955. — **103.** — № 3. — С. 391—394.
205. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* Группа мультипликативной ренормировки в квантовой теории поля // *Журн. эксперим. и теорет. физики.* — 1956. — **30.** — **1.** — С. 77—86.
206. *Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В.* // *Nuovo sim.* — 1956. — **3.** — P. 845.
207. *Ширков Д.В.* // *Докл. АН СССР.* — 1955. — **105.** — С. 972.
208. *Ширков Д.В.* // *Журн. эксперим. и теорет. физики.* — 1959. — **37.** — С. 179.
209. *Майер М., Ширков Д.В.* // *Докл. АН СССР.* — 1958. — **112.** — С. 489.
210. *Hepp. K.* Proof of the Bogoliubov—Parasiuk theorem on renormalisation // *Communs. Math. Phys.* — 1966. — **2.** — P. 30.
211. *Hepp. K.* Theorie de la Renormalisation. — Berlin, Heidelberg, New York: Springer—Verlag, 1969.
212. *Xenn K.* Теория перенормировок. — М.: Наука, 1974. — 255 с.
213. *Steinmann O.* Uber den Zusammenhang zwischen Wightmanfunktionen und retardierten Kommutatoren. I. und II. // *Helv. phys. acta.* — 1960. — **33.** — P. 257; 347.
214. *Steinmann O.* Perturbation Expansionhs in Axiomatic Field Theory // *Lect. Notes Phys.* — 1971. — 11
215. *Боголюбов Н.Н., Медведев Б.В., Поливанов М.К.* Вопросы теории дисперсионных соотношений. — М.: Физматгиз, 1958. — 203 с.
216. *Källén G.* On the definition of renormalisation constants in quantum electrodynamics // *Helv. phys. acta.* — 1952. — **25.** — P. 417.
217. *Нуссенцевиг Х.М.* Причинность и дисперсионные соотношения. — М.: Мир, 1976. — 462 с.
218. *Ning Hu.* On the application of Heisenberg theory of *S*-matrix to the problems of Resonance Scattering and Reactions in Nucleas Physics // *Phys. Rev.* — 1948. — **74.** — P. 131.
219. *Kampen N.G.van.* *S*-matrix and Causality condition I, Maxwell Field // *Phys. Rev.* — 1953. — **89.** — P. 1072; *S*-matrix and Causality condition II, Nonrelativistic Particles // *Phys. Rev.* — 1953. — **91.** — P. 1267.

220. Крейн М.Г. Об определении потенциала частицы по ее  $S$ -функции // Докл. АН СССР. — 1955. — **105**. — P. 433.
221. Goebel C.J., Karplus R., Ruderman M.A. // Phys. Rev. — 1955. — **100**. — P. 240.
222. Gell-Mann V., Goldberger M.L., Thirring W.E. Use of Casuality Condition in Quantum Theory // Phys. Rev. — 1954. — **95**. — P. 1612.
223. Goldberger M.L. Use of Casuality Condition in Quantum Theory // Phys. Rev. — 1955. — **97**. — P. 508.
224. Karplus R., Rudermann M.A. Application of Causality to Scattering // Phys. Rev. — 1955. — **98**. — P. 771.
225. Goldberger M.L. Casuality Condition and Dispersion Relations. I. Boson Fields // Phys. Rev. — 1955. — **99**. — P. 979.
226. Goldberger M.L., Miyasawa H., Ohme R. Application of Dispersion Relations to Pion-Nucleon Scattering // Phys. Rev. — 1955. — **99**. — P. 986.
227. Ohme R. Dispersion Relations for Pion-Nucleon Scattering I, the Spin-Flip Amplitude // Phys. Rev. — 1955. — **100**. — P. 1505.
228. Martineau A. Sur les fonctionnelles analytiques et la transformation de Fourier-Borel. // J. d'Analyse Math. — 1963. — **11**. — P. 1.
229. Morimoto M. Edge of the Wedge Theorem and Hyperfunction // Lect. Notes Math. — 1973. — **287**. — P. 41—81.
230. Bremerman H., Ohmer R., Taylor J.G. // Phys. Rev. — 1958. — **109**. — P. 2178.
231. Боголюбов Н.Н., Владимиров В.С. Об аналитическом продолжении обобщенных функций // Изв. АН СССР. Сер. Матем. — 1958. — **22**. — № 1. — С. 15—48.
232. Парасюк О.С. О двойных дисперсионных соотношениях // Укр. мат. журн. — 1961. — **13**. — № 3. — С. 100—103.
233. Парасюк О.С. О парных интегральных уравнениях в классе обобщенных функций (Представлено академиком М.М. Боголюбовым) // Докл. АН СССР. — 1956. — **110**. — № 6. — С. 957—958.
234. Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С. Об аналитическом продолжении обобщенных функций // Докл. АН СССР. — 1956. — **109**. — № 4. — С. 717—719.
235. Mandelstam S. Determination of pion-nucleon scattering from dispersion relations and unitarity. General theory // Phys. Rev. — 1958. — **112**. — P. 1344
236. Ширков Д.В., Сребряков В.В., Мещеряков В.А. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. — М.: Наука, 1967. — 324 с.
237. Wightman A.S. Progress in the foundations of quantum field theory // Proceedings of the International Theoretical Physics Conference on "Particles and Fields". — Rochester, 1967.
238. Dayson F.I. Integral representations of causal commutators // Phys. Rev. — 1958. — **110**. — P. 1460.
239. Парасюк О.С. Интегралы Фейнмана и метод Пуанкаре // Укр. мат. журн. — 1963. — **15**. — № 3. — С. 320—321.
240. Ферми Э. Научные труды. — Т. 2. — М.: Наука, 1972.
241. Нишиджима К. Фундаментальные частицы. — М.: Мир, 1965. — 462 с.
242. Gell-Mann M., Ne'eman Y. The Eightfold Way. — New York: W.A. Benjamin, 1964. — 168 с.
243. Дайсон Ф. Математика и физика // Успехи физ. наук. — 1965. — **85**. — С. 351.
244. Gell-Mann M. A schematic model of barions and mesons // Phys Lett. — 1964. — **8**. — № 3. — P. 214—215.
245. Zweig G. SU3 model for strong symmetry and its breaking // CERN preprint. — 1964. — 8182/TH 401, 8419/TH 412.
246. Bjorken J.D., Glashow S.L. // Phys. Lett. — 1964. — **11**. — P. 255.
247. Amati D. et al. // Phys. Lett. — 1964. — **11**. — P. 190.
248. Maki Z., Ohnuki Y. // Progr. Theor. Phys. — 1964. — **132**. — P. 144.
249. Hara Y. // Phys. Rev. B. — 1964. — **134**. — P. 701.

250. *Glashow S.L., Iliopoluos J., Maiani L.* // Phys. Rev. — 1970. — **D2**. — P. 1285.
251. *Greenberg O., Messiah A.M.L.* Symmetryzation postulate and its experimental foundation // Phys. rev. B. — 1964. — **136**. — № 1. — P. 248—267. (Received 7 March 1963, reised manuscript received 10 June 1964)
252. *Greenberg O., Messiah A.M.L.* Selection rules for parafields and the absence of para particles in nature // Phys. Rev. B. — 1965. — **138**. — № 5. — P. 1155. (Received 7 March 1963, reised manuscript received 2 September 1964)
253. *Greenberg O.* Spin and unitary-spin independence in a paraquark model of barions and mesons // Phys. Rev. Lett. — 1964. — **13**. — № 20. — P. 598—602. (Received 27 October 1964)
254. *Боголюбов Н.Н., Струминский Б.В., Тавхелидзе А.Н.* К вопросу о составных моделях в теории элементарных частиц. — Дубна, 1965. — Препринт ОИЯИ Д—1968. — 12 с.
255. *Han M.Y., Nambu Y.* Threetreplet model with double SU(3) Symmetry // Phys. Rev. B. — 1965. — **139**. — № 4. — P. 1006—1010. (Received 27 October 1964).
256. *Fritzsch H., Gell-Mann M.* // Proceeding of the International Conference on Duality and Symmetry in High Energy Physics / Ed. E. Cotsman. — H. Weizmann Inst.: Jerusalem, 1971.
257. *Fritzsch H, Gell—Mann M., H. Leutwyler.* Advantages of the color octet gluon picture // Phys Lett. B. — 1973. —47. — S. 365.
258. *Bardeen W.A., Fritszch H., Gell—Mann M.* // Scalte and Conforal Symmetry in Hadron Physics / Ed. R.Gatto. — New York: J.Wiley, 1972.
259. *Nambu Y.* // Preludes in Theoretical Physics / Ed. A. de Shalit. — Amsterdam: North Holland, 1966. — 133 p.
260. *Yang C.N., Mills R.L.* // Phys. Rev. — 1954. — **96**. — P. 191.
261. *Feynman R.P., Gell—Mann M.* // Phys. Rev. — 1958. — **109**. — P. 193.
262. *Sudarshan E.C.G., Marshak R.E.* // Phys. Rev. — 1958. — **109**. —P. 1860.
263. *Cabibbo N.* // Phys. Rev. Lett. B.— 1971. —**36**. — P. 130.
264. *Weinberg S.* // Phys. Rev. Lett. — 1967. — **19**. — P. 1264.
265. *Salam A.* // Elementary Particles Theory / Ed.N.Svartholm, Stocholm: Almmquist an Forlag A.B., 1968. — P. 367.
266. *Politzer D.* Reliable perturbative results for strong interactions? // Phys. Rev. Lett. — 1973. — **30**. — № 26. — P. 1346—1349.
267. *Gross D.J., Wilczek F.* Ultraviolet behavior of non-abelian gauge theories // Phys. Rev. Lett. — 1973. — **30**. — № 26. — P. 1343—1346.
268. *Хриплович И.Б.* Несохранение четности в атомных явлениях. — М.: Наука, 1988. — 288 с.
269. *Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkchelidze A.N.* Automodelism in the large-angle elastic scattering and structure of hadrons//Lett. nuovo cim. — 1973. — **7**. — P. 719—723.
270. *Боголюбов Н.Н.* Лекции по теории симметрии элементарных частиц. — Ч. 1—2. — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1966
271. *Боголюбов Н.Н.* Уравнения в вариациях квантовой теории поля // Докл. АН СССР. — 1952. — **82**. — № 2. — С. 217—220.
272. *Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С.* К теории умножения причинных сингулярных функций // Докл. АН СССР. — 1955. — **100**. — № 1. — С. 25—28.
273. *Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С.* О вычитательном формализме при умножении причинных сингулярных функций // Докл. АН СССР. — 1955. — **100**. — № 3. — С. 429—432.
274. *Bogoliubov N.N., Parasiuc O.S.* Uber die Multiplication der Kausalfuncoionen in der Quantentheorie der Felder // Acta Mathematica. — 1957. — **97**. — P. 227.
275. *Парасюк О.С.* О двойных дисперсионных соотношениях // Укр. мат. журн. — 1961. — **13**. — № 3. — С. 100—103.
276. *Парасюк О.С.* О парных интегральных уравнениях в классе обобщенных функций (Представлено академиком М.М. Боголюбовым) // Докл. АН СССР. — 1956. — **110**. — № 6. — С. 957—958.

277. Боголюбов Н.Н., Парасюк О.С. Об аналитическом продолжении обобщенных функций // Докл. АН СССР. — 1956. — **109**. — № 4. — С. 717—719.
278. Парасюк О.С. Интегралы Фейнмана и метод Пуанкаре // Укр. мат. журн. — 1963. — **15**. — № 3. — С. 320—321.
279. Гачок В.П. Одно обобщение теоремы Хаага // Укр. мат. журн. — 1961. — **13**. — С. 22.
280. Gachok V.P. Quasi-analytic functionals and self-adjointness of field operators // Nuovo sim. — 1966. — **45**. — Р. 158.
281. Гачок В.П., Золотарюк А.В., Ясьмив Я.М. О регуляризации сингулярных операторных выражений в квантовой теории поля (Представлено академиком М.М. Боголюбовым) // Докл. АН СССР. — 1970. — **192**. — № 2. — С. 262—264.
282. Гачок В.П. Квантовые процессы. — К.: Наук. думка, 1975. — 192 с.
283. Петрина Д. Я. О невозможности построения нелокальной теории поля с положительным спектром оператора энергии-импульса // Укр. мат. журн. — 1961. — **13**, № 4. — С. 109—111.
284. Петрина Д.Я. Представление Манделъстама и теорема непрерывности // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1964. — **46**, вып. 2. — С. 544—554.
285. Петрина Д. Я., Боголюбов Н.Н.(мл.), Курбатов А.М. Термодинамический предел в системах стат. механики с факторизованным взаимодействием // "Советс. научн. обзоры", Сер. С. Мат., физ. — 1980.
286. Petrina D. Ya. New Second Branch of Spectra of the BCS Hamiltonian and "Pseudo-Gap" // Ukr. Math. J. — 2005. — **57**, № 11. — Р. 1508—1534.
287. Петрина Д.Я. Аналитические свойства парциальных волн амплитуды рассеяния в теории возмущений // Докл. АН СССР. — 1962. — **144**, № 4. — С. 755—758.
288. Петрина Д.Я. Аналитические свойства амплитуды рассеяния на потенциале на первом "нефизическом" листе // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1963. — **44**, вып. 1. — С. 151—156.
289. Фуцич В.И. Симметрия в задачах математической физики // Теоретико-алгебраические исследования в математической физике. — К.: Ин-т математики АН УССР, 1982. — С. 6—27.
290. Фуцич В.И., Никитин А.К. Симметрия уравнений Максвелла. — К.: Наук. думка, 1893. — 220 с.
291. Фуцич В.И. О релятивистском инвариантном массовом операторе // Укр. физ. журн. — 1968. — **13**. — № 3. — С. 363—372.
292. Фуцич В.И. О некоторых точных решениях нелинейных уравнений Даламбера, Лиувилля, Дирака и уравнения Эйконала // Теоретико-групповые методы в физике. — М.: Наука, 1983. — Т. 2. — С. 407—414.
293. Фуцич В.И., Штельень В.М., Серов М.И. Симметричный анализ и точные решения нелинейных уравнений математической физики. — К.: Наук. думка, 1986. — 321 с.
294. Фуцич В.И., Никитин А.К. Симметрия уравнений квантовой механики. — М.: Наука, 1990. — 400 с.
295. Шелест В.П., Зиновьев Г.М., Миранский В.А. Модели сильновзаимодействующих элементарных частиц. — Т. 1—2. — М.: Атомиздат. — 1973. — 1976.
296. Шелест В.П. Лекции о структуре и свойствах адронов. — М.: Атомиздат. — 1976. — 248 с.
297. Шелест В.П. Новый круг: Структура элементарных частиц. — М.: Атомиздат. — 1978. — 144 с.
298. Кобушкин А.П. Дуальная амплитуда для процессов с участием фотонов // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. — 1971. — **13**, вып. 7. — С. 387—391.
299. Кобушкин А.П., Огава Н., Фуджии К., Чепилко М.М. Квантовая механика на римановом многообразии // Ядер. физика. — 1990. — **52**, вып. 3(9). — С. 772—778.
300. Shelest V.P. and others // Fortschr. Phys. — 1973. — **21(9)**. — Р. 427.

301. Шелест В.П., Енковски Л.Л., Кобылинский Н.А., Бугрий А.И. // Успехи физ. наук. — 1973. — 3, вып. 1.
302. Бугрий А.И., Енковски Л.Л., Кобылинский Н.А. Рассеяние на большие углы в "ДАМА" // Ядер. физика. — 1973. — 17. — С. 614—620.
303. Зиновьев Г.М., Миранский В.А. Асимптотические свойства амплитуды электрон-протонного рассеяния и правила сумм для швингеровского члена // Теорет. и мат. физика. — 1972. — 10. — С. 204—208.
304. Зиновьев Г.М., Струминский Б.В., Фаустов Р.Н., Черняк В.Л. Структура протона и сверхтонкое расщепление в атоме водорода // Ядер. физика. — 1970. — 11, вып. 6. — С. 1284—1297.
305. Миранский В.А., Ситенко Ю.А., Фомин П.И. Инфракрасные сингулярности и подавление бозонов в безмассовой калибровочной теории // Ядер. физика. — 1977. — 25. — № 6. — С. 1301—1803.
306. Гусьнин В.П., Миранский В.А. О динамической реализации линейной  $\sigma$  — модели в квантовой хромодинамике // Ядер. физика. — 1983. — 37. — № 1. — С. 202—208.
307. Бугрий Г.В., Гусьнин В.П., Миранский В.А., Ситенко Ю.А. Динамические массы кварков в квантовой хромодинамике // Ядер. физика. — 1981. — 34, вып.5. — С.1384—1391.
308. Енковски Л.Л., Струминский Б.В. Конечно-энергетические и КХД-правила сумм // Теорет. и мат. физика. — 1983. — 57. — № 1. — С. 41—44.
309. Струминский Б.В., Демченко Г.П. Инклюзивные реакции в дуальной резонансной модели // Составные и дуальные модели. — К.: Наук.думка, 1971. — С. 42—57.
310. Струминский Б.В. 25 лет гипотезы кварков // Юбилеи науки. — К.: Наук. думка, 1990. — 480 с.
311. Писаренко В.Г. Дисперсионные правила сумм и магнитные моменты гиперонов // Ядер. физика. — 1967. — 5. — С. 1278—1282.
312. Писаренко В.Г. Проблемы релятивистской динамики многих тел в нелинейной теории поля. — К.: Наук. думка, 1974. — 463 с.
313. Ментковский Ю. Л. Частица в ядерно-кулоновском поле: (Строгая теория). — М.: Энергоатомиздат, 1982. — 215 с.
314. Федорченко А.М. Перетворення поздовжньої плазмової хвилі в електромагнітну на межі плазма-діелектрик // Укр. фіз. журн. — 1968. — 13. — № 6. — С. 1034—1035.
315. Федорченко А.М. Вступ до курсу статистичної фізики та термодинаміки. — К.:Вища школа, 1973. — 187 с.
316. Федорченко А.М., Коцаренко Н.Я. Абсолютная конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. — М.: Наука, 1981. — 176 с.
317. Коцаренко Н.Я., Федорченко А.М. Выделение и усиление разностной частоты в плазменном волноводе с электронным пучком // Радиотехника и электроника. — 1967. — 12. — № 12. — С. 2162—2170.
318. Ломсадзе Ю.М., Лендъел В.И., Эрнст Б.М. О поведении точных сечений  $\pi$ p-рассеяния при больших энергиях // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1960. — 39, вып. 4. — С. 1154—1155.
319. Гайсак М.И., Лендъел В.И. Описание низкоэнергетического  $\pi$ N-рассеяния в нелинейном киральном лагранжиане // Письма в журн. эксперим. и теорет. физики. — 1974. — 19, вып. 12. — С. 772—775.
320. Лендъел В.И., Навроцкий В.И., Сабад Е.П. Влияние электронного захвата на сечение упругого рассеяния электронов на ионах  $Be^+$  и  $Mg^+$  // Укр. физ. журн. — 1983. — 28. — № 12. — С. 1798—1803.
321. Дзюб И.П., Лубченко А.Ф. // Докл. АН СССР. — 1962. — 147. — С. 584
322. Дзюб И.П. // Физика твердого тела. — 1965. — 7. — С. 372.
323. Дзюб И.П., Николаев В.А. // Теорет. и мат. физика. — 1977. — 32. — С. 237.

## ДО РОЗДІЛУ 6

1. Ігор Рафаїлович Юхновський (Біобібліографія вчених України) / НАН України; Інститут фізики конденсованих систем / М.А. Кориневський (відп.ред.), Надія Яківна Гривнак (уклад.), М.Ф. Головка (авт. вступ. ст.). — К.: Наук. думка, 1995. — 84 с.
2. До 60-річчя від дня народження І.Р. Юхновського // Укр. фіз. журн. — 1985. — **30**. — № 8. — С. 1273—1274.
3. 60-річчя академіка І.Р. Юхновського // Вісн. АН УРСР. — 1985. — № 8. — С. 110.
4. 70-річчя академіка І.Р. Юхновського // Вісн. АН УРСР. — 1995. — № 9—**10**. — С. 102—103.
5. *Mryglod I.* Yukhnovskii's contribution to the development of new methods of statistical physics // Book of abstracts of the International Conference "Statistical Physics 2005: Modern Problems and New Applications. 28—30 August 2005, Lviv, Ukraine". — P. 42.
6. *Формули життя і творчості академіка Юхновського: Есе, інтерв'ю, хроніка* / За ред. В.Й. Здорова. — Львів, 2000. — 160 с.
7. *Юхновський І.Р.* Вибрані праці. Фізика. (Передмова: І. Мриглод, М. Головка, О. Іванків, М. Козловський, І. Стасюк, М. Токарчук). — Вид-во ун-ту "Львівська політехніка", 2005. — 858 с.
8. *Архів* Президії НАН України. — Ф. 251 Р. — Оп. № 2. — Од. 36. № 67. — Л. 139—141.
9. *Архів* Президії НАН України. — Ф. 251 Р. — Оп. № 12. — Од. 36. № 10. — Л. 3—4.
10. *Архів* Президії НАН України. — Ф. 251 Р. — Оп. № 6. — Од. 36. № 7. — Л. 138—140.
11. *Наукова рада з проблеми "Фізика м'якої речовини": Короткий підсумок діяльності у період до 2006 року.* — НАН України, Відділення фізики і астрономії. — Львів; Київ, 2006. — 104 с.
12. *Stell G., Lebowitz J.L.* // J.Chem.Phys. — 1968. — **49**. — P. 3706.
13. *Anderson H.C., Chandler D.* // J.Chem.Phys. — 1970. — **53**. — P. 547.
14. *Bohm D.*, General theory of collective coordinates // The Many Body Problem, Les Houches. — Session 1958. — N.Y.: John Wiley & Sons, Inc., 1959. — P. 401.
15. *Yevick G.J., Perkus J.K.* // Phys. Rev. — 1956. — **101**. — P. 1186—1192.
16. *Боголюбов Н.Н., Зубарев Д.Н.* // Журн. експерим. и теорет. физики. — 1955. — **28**. — С. 129.
17. *Зубарев Д.Н.* // Докл. АН СССР. — 1954. — **95**. — С. 757.
18. *Стратонович Р.Л.* // Докл. АН СССР. — 1957. — **115**. — С. 1097.
19. *Hubbard J.* // Phys. Rev. Lett. — 1959. — **3**. — P. 77.
20. *Юхновський І.Р.* Фазовые переходы второго рода. Метод коллективных переменных. — К.: Наук. думка, 1985. — 252 с.
21. *Юхновський І.Р., Головка М.Ф.* Статистическая теория классических равновесных систем. — К.: Наук. думка, 1980. — 372 с.
22. *Юхновський І.Р., Духин С.С., Антонченко В.Я.* Мембранное опреснение и статистическая физика // Вісн. АН УРСР. — 1979. — № 12. — С. 84—85.
23. *Юхновський І.Р., Бигун Г.И.* Электронный газ при низких температурах в методе смешений и коллективных переменных // Матер. II Всесоюз. совещ. по стат. физике. — Киев, 1971. — С. 8—9.
24. *Юхновський І.Р., Петрашко Р.Н.* Асимптотика бинарной функции распределения нормальных ферми-систем. — Киев, 1972. — 37 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—72—2Р).
25. *Юхновський І.Р., Петрашко Р.Н.* Исследование бинарной функции распределения вырожденного электронного газа на малых расстояниях // Теорет. и мат. физика. — 1973. — **17**. — № 2. — С. 250—262.
26. *Юхновський І.Р., Ваврух М.В.* Метод смешений и коллективных переменных // Матер. II Всесоюз. совещ. по стат. физике. — Киев, 1971. — С. 10—13.

27. Юхновский И.Р., Вакарчук И.А. Применение метода смещений и коллективных переменных к системам взаимодействующих бозе-частиц. Ч. 1. — К.: 1972. — 36 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—72—135Р).

28. Юхновский И.Р., Гурский З.А. Квантово-статистическая теория неупорядоченных систем. — К.: Наук. думка, 1991. — 228 с.

29. Юхновский И.Р., Рудавский Ю.К. Представление коллективных переменных для модели Изинга // Укр. физ. журн. — 1977. — 22, № 1. — С. 50—59.

30. Юхновский И.Р., Рудавский Ю.К. Обоснование формы базисного распределения вблизи фазового перехода в модели Изинга // Докл. АН СССР. — 1977. — 233, № 4. — С. 579—582.

31. Юхновский И.Р., Козловский М.П., Коломиец В.А. Расчет критических показателей трехмерной модели Изинга. — К.: Наук. думка, 1981. — 32 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—81—104Р).

32. Юхновський І.Р., Козловський М.П., Пиллюк І.В. Мікроскопічна теорія фазових переходів у тривимірних системах. — Львів: Євросвіт, 2001. — 592 с.

33. Юхновский И.Р., Мрилгод И.М. Исследование приближенных рекуррентных соотношений  $n$ -компонентной модели для больших значений параметров разбиения  $s$ . — К.: Наук. думка, 1984. — 23 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—84—36Р).

34. Юхновский И.Р., Кореньевский Н.А. Интегрирование статистической суммы системы двухчастичных кластеров в методе коллективных переменных. Рекуррентные соотношения. — К.: Наук. думка, 1984. — 29 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—84—59Р).

35. Юхновський І.Р., Глушак П.А., Захар'яш О.С., Токарчук М.В. Моделювання процесів вакансійного розбухання, міграції водню й гелію в лавиноподібних паливомісних матеріалах (ЛПВМ). Теплові клини в ЛПВМ // Проблеми Чорнобиля. — 2002, вип. 11. — С. 11—22.

36. Сергій Володимирович Пелетмінський (до 75-річчя від дня народження) // Укр. фіз. журн. — 2006. — 51. — № 5. — С. 527—528.

37. *Матеріали* до обрання С.В. Пелетмінського у члени-кореспонденти НАН України // Архів відділу наукових і керівних кадрів Президії НАН України.

38. *Матеріали* до обрання С.В. Пелетмінського у академіки НАН України // Архів відділу наукових і керівних кадрів Президії НАН України.

39. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. О применении методов квантовой теории поля к исследованию термодинамических свойств газа электронов и фотонов // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1960. — 38, вып. 6. — С. 1316—1322.

40. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. К теории релаксационных процессов в ферродиелектриках при низких температурах // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1959. — 36, вып. 1. — С. 216—224.

41. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. О поведении ферромагнетиков и антиферромагнетиков в быстро осциллирующем магнитном поле // Физика твердого тела. — 1968. — 10. — № 11. — С. 3301—3309.

42. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Связанные магнитоупругие волны в ферромагнетиках и ферроакустический резонанс // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1958. — 35, вып. 1(7). — С. 228—236.

43. Ахиезер А.И., Пелетминский С.В. Кинетика черного излучения // Докл. АН СССР. — 1971. — 200. — № 6. — С. 1317—1320.

44. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. — М.: Наука, 1967. — 368 с.

45. Пелетминский С.В., Приходько В.И. Метод асимптотических операторов в статистической механике. I. // Теорет. и мат. физика. — 1972. — 12. — № 1. — С. 88—103.

46. Пелетминский С.В., Приходько В.И. Метод асимптотических операторов в статистической механике. II. // Теорет. и мат. физика. — 1972. — 12. — № 2. — С. 283—291.

47. Ласкин Н.В., Пелетминский С.В., Приходько В.И. Статистическая механика систем в случайных полях. — Киев, 1977. — 36 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—77—133Р).

48. *Пелетминский С.В., Яценко А.А.* К квантовой теории кинетических и релаксационных процессов // Теорет. и мат. физика. — 1967. — **53**, вып. 4(10). — С. 1327—1335.
49. *Вирченко Ю.П., Пелетминский С.В.* Квантовые вириальные разложения в теории кинетических уравнений // Теорет. и мат. физика. — 1976. — **27**. — № 1. — С. 94—101.
50. *Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В.* Кинетика слабонеоднородных состояний в системах многих частиц. I. — К., 1969. — 55 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ — 69—66).
51. *Пелетминский С.В., Цуканов В.Д.* К кинетике пространственно-неоднородных состояний // Теорет. и мат. физика. — 1971. — **6**. — № 2. — С. 238—247.
52. *Пелетминский С.В., Щелоков В.С.* Низкочастотная асимптотика электродинамических функций Грина // Теорет. и мат. физика. — 1975. — **25**. — № 1. — С. 71—80.
53. *Пелетминский С.В., Соколовский А.И., Щелоков В.С.* Низкочастотная асимптотика функций Грина в методе сокращенного описания. — К., 1975. — 21 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—75—129 Р).
54. *Пелетминский С.В., Соколовский А.И., Щелоков В.С.* Уравнение гидродинамики сверхтекучей бозе-жидкости в модели со слабым взаимодействием. — К., 1975. — 33 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—75—130 Р).
55. *Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В., Петров Э.Г.* Уравнения движения для намагниченности и уравнение для изменения температуры ферромагнетика // Физика твердого тела. — 1967. — **9**. — № 9. — С. 2568—2578.
56. *Барьяхтар В.Г., Петров Э.Г.* Кинетические явления в твердых телах. — К.: Наук. думка, 1989. — 294 с.
57. *Вирченко Ю.П., Пелетминский С.В.* Неравновесная энтропия системы взаимодействующих частиц в приближении малой плотности. — К., 1976. — 26 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—76—140 Р).
58. *Пелетминский С.В., Соколовский А.И.* К вопросу о построении неравновесной энтропии // Теорет. и мат. физика. — 1974. — **20**. — № 1. — С. 85—94.
59. *Пелетминский С.В., Соколовский А.И.* Неравновесная энтропия и определение произведения обобщенных функций // Теорет. и мат. физика — 1974. — **20**. — № 3. — С. 381—389.
60. *Пелетминский С.В., Яценко А.А.* Метод производящего функционала для спиновых переменных. — К., 1972. — 23 с. — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—72—30 Р).
61. *Красильников В.В., Пелетминский С.В., Яценко А.А.* Кинетические уравнения для электронов и статических примесных центров. — Харьков, 1979. — 19 с. — (Препр. ХФТИ АН УССР. 79—5.).
62. *Пелетминский С.В., Красильников В.В., Яценко А.А., Рожков А.А.* К теории сверхтекучей ферми-жидкости // Физика элемент. частиц и атомн. ядра. — 1988. — **19**, вып. 6. — № 4. — С. 1440—1466.
63. *Ахиезер А.И., Пелетминский С.В., Яценко А.А.* О ферми-жидкостной модели сверхпроводимости при наличии связанных состояний фермионов. — Киев, 1990. — 9 с. — (Препр. АН УССР. — Ин-т теор. физики. — ИТФ — 90—28 Е).
64. *Пелетминский А.С., Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В.* К теории пространственно-периодического конденсата в модели слабонеидеального бозе-газа // Теорет. и мат. физ. — 2000. — **125**. — № 1. — С. 152—176.
65. *Ахиезер А.И., Пелетминский С.В.* Методы статистической физики. — М.: Наука, 1977. — 367 с.
66. *Ахиезер А.И., Пелетминский С.В.* Поля и фундаментальные взаимодействия. — К.: Наук. думка, 1986. — 552 с.
67. *Ахиезер А.И., Пелетминский С.В.* Теория фундаментальных взаимодействий. — К.: Наук. думка, 1993. — 570 с.
68. *Пелетминский С.В., Петров Э.Г., Яценко А.А.* Об уравнениях движения сингулярностей // Укр. физ. журн. — 1966. — **11**. — № 2. — С. 124—132.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

---

69. *Пелетминский С.В., Петров Э.Г.* Влияние теплопроводности на высокочастотные свойства ферромагнетиков // *Физика твердого тела.* — 1966. — **8.** — № 10. — С. 2951—2957.
70. *Пелетминский С.В., Петров Э.Г.* Об уравнениях для матрицы плотности подсистем с конечным числом степеней свободы. — Киев, 1968. — С. 1—**11.** — (Препр. / АН УССР. Ин-т теор. физики; ИТФ—68—20 Р).
71. *Пелетминский С.В., Лавриненко Н.М., Слюсаренко Ю.В.* Гидродинамика сверхтекучей жидкости в модели со слабым взаимодействием // *Физика низких температур.* — 1983. — **9.** — № 8. — С. 795—803.
72. *Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В.* К теории релаксационных процессов в антиферромагнетиках // *Укр. физ. журн.* — 1989. — **34.** — № 8. — С. 1216—1219.
73. *Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В.* Метод собственных функций интеграла столкновений Больцмана в кинетической теории длинноволновых флуктуаций // *Теорет. и мат. физика* — 1996. — **106.** — № 3. — С. 469—488.
74. *Пелетминский А.С., Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В.* О фазовых переходах в ферми-жидкости I. Переходы, связанные с нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве // *Физика низких температур.* — 1999. — **25.** — № 3. — С. 211—221.
75. *Пелетминский А.С., Пелетминский С.В., Слюсаренко Ю.В.* О фазовых переходах в ферми-жидкости. II. Переход, связанный с нарушением трансляционной инвариантности // *Физика низких температур.* — 1999. — **25.** — № 5. — С. 417—431.
76. *Пелетминский С.В., Тарасов А.Н.* К теории кинетических уравнений для частиц, взаимодействующих с веществом // *Укр. физ. журн.* — 1981. — **26.** — № 3. — С. 473—479.
77. *Боголюбов Н.Н.(мл.), Ковалевский М.Ю., Курбатов А.М., Пелетминский С.В., Тарасов А.Н.* К микроскопической теории сверхтекучих жидкостей // *Успехи физ. наук.* — 1989. — **159,** вып. 4. — С. 585—620.



# ЗМІСТ

ПЕРЕДМОВА.....	3
ВСТУП.....	5

## РОЗДІЛ 1

### М.М. БОГОЛЮБОВ ЯК УЧЕНИЙ ТА ЗАСНОВНИК НАУКОВОЇ ШКОЛИ

1.1. М.М. Боголюбов як учений.....	13
1.2. М.М. Боголюбов як людина та педагог.....	24
1.3. Формування М.М. Боголюбовим київської теоретичної школи.....	31

## РОЗДІЛ 2

### М.М. БОГОЛЮБОВ ТА МАТЕМАТИЧНА ФІЗИКА

2.1. Розробка М.М. Криловим та М.М. Боголюбовим асимптотичного підходу в теорії нелінійних коливань, створення нелінійної механіки (1932—1937).....	47
2.2. Внесок М.М. Боголюбова та його перших учнів у математичну фізику.....	59

## РОЗДІЛ 3

### ПЕРЕДІСТОРІЯ СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В УКРАЇНІ (друга половина ХІХ—20-і рр. ХХ ст.)

3.1. Предмет, задачі та методологія статистичної фізики.....	71
3.2. Історія статистичної фізики в 60-х рр. ХІХ ст.—1905 р.: світовий контекст.....	78
3.3. Розвиток статистичної фізики в 1905—1931 рр.: світовий контекст.....	89
3.4. Передісторія статистичної фізики в Україні (друга половина ХІХ—20-і рр. ХХ ст.).....	97

## РОЗДІЛ 4

### СТАНОВЛЕННЯ СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ В УКРАЇНІ (30—40-і рр. ХХ ст.)

4.1. Л.Д. Ландау і початок систематичних досліджень у галузі статистичної фізики в Україні (30-і рр. ХХ ст.).....	121
4.2. Монографія М.М. Боголюбова "Проблеми динамічної теорії в статистичній фізиці" (1946) — початок широкомасштабних досліджень із статистичної фізики в Україні ...	131

РОЗДІЛ 5.

**РОЗВИТОК СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ  
В УКРАЇНІ В ШКОЛІ М.М. БОГОЛЮБОВА  
(50—60-і рр. ХХ ст.)**

<b>5.1.</b> Створення М.М. Боголюбовим мікроскопічних теорій надплинності та надпровідності.....	141
<b>5.2.</b> Внесок наукової школи М.М. Боголюбова в статистичну фізику.....	155
<b>5.3.</b> Поширення М.М. Боголюбовим та його школою методів статистичної фізики на квантову теорію поля та теорію елементарних частинок .....	169

РОЗДІЛ 6

**ДОЧІРНІ ШКОЛИ М.М. БОГОЛЮБОВА  
В ГАЛУЗІ СТАТИСТИЧНОЇ ФІЗИКИ — НАУКОВІ ШКОЛИ  
І.Р. ЮХНОВСЬКОГО ТА С.В. ПЕЛЕТМІНСЬКОГО**

<b>6.1.</b> Формування та розвиток наукової школи статистичної фізики І.Р. Юхновського .	205
<b>6.2.</b> Формування та розвиток наукової школи статистичної фізики С.В. Пелетмінського.....	247
ПІСЛЯМОВА.....	270
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	272

*Наукове видання*

НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ  
ЦЕНТР ДОСЛІДЖЕНЬ НАУКОВО-ТЕХНІЧНОГО ПОТЕНЦІАЛУ  
ТА ІСТОРІЇ НАУКИ ім. Г.М. ДОБРОВА

ЛИТВИНКО Алла Степанівна

---

**МИКОЛА МИКОЛАЙОВИЧ  
БОГОЛЮБОВ  
ТА СТАТИСТИЧНА ФІЗИКА  
В УКРАЇНІ**

Редактор *М.К. Пуніна*

Художнє оформлення *Є.О. Ільницького*

Технічний редактор *Т.М. Шендерович*

Комп'ютерна верстка *С.В. Кубарева*

Підписано до друку 10.06.2009. Формат 70 × 100/16.  
Папір офсетний. Гарн. Ньютон. Друк офсетний.  
Ум. друк. арк. 26,77. Обл.-вид. арк. 25,39.  
Наклад 300 прим. Зам. № 2427

---

Видавець і виготовлювач  
Видавничий дім «Академперіодика» НАН України  
01004, Київ-4, вул. Терещенківська, 4

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи  
серії ДК № 544 від 27.07. 2001 р.

*100 річчю  
від дня народження  
Миколи Миколайовича  
БОГОЛЮБОВА  
присвячується*



*H. H. H. H.*